

# Análise e Optimização de Sistemas de Comunicação Ópticos Baseados em Solitões

Armando Nolasco Pinto

Tese realizada sob a orientação do Professor Doutor  
José Rodrigues Ferreira da Rocha, com vista à obtenção  
do grau de Doutor em Engenharia Electrotécnica pela  
Universidade de Aveiro.

Aveiro, Portugal, 1999

Aos meus pais,  
à Luisa.

## **Agradecimentos**

Muitas pessoas contribuíram de forma valiosa para o trabalho apresentado nesta tese. Sem menosprezar todas as contribuições, vou referir apenas aquelas cujas contribuições foram mais substanciais.

Desde logo o Prof. Dr. Ferreira da Rocha, pelo seu saber, pela sua experiência e por todos os conselhos e sugestões que me deu. Sem a sua ajuda e orientação nunca aqui teria chegado. A sua contribuição, no âmbito da revisão desta tese, foi não só essencial como incansável.

O Prof. Dr. Govind Agrawal, pela sua ajuda e orientação, durante todo o tempo em que estive na Universidade de Rochester, e porque será para mim sempre um exemplo de inteligência e eficiência.

O meu colega e amigo Prof. Dr. Rui Ribeiro, pelas inúmeras discussões científicas que mantivemos e que invariavelmente se revelaram de extrema utilidade.

Outros dois amigos e colegas, o Dr. René-Jean Essiambre e o Eng. Paulo André, o primeiro por todas as sugestões e apoio que me deu durante a minha permanência nos EUA, o Eng. Paulo André pela preciosa ajuda na realização do trabalho laboratorial.

Gostaria ainda de agradecer às seguintes instituições: à Universidade de Aveiro, à Universidade de Rochester e ao Instituto de Telecomunicações que foram as instituições que me acolheram e onde realizei todo o trabalho científico. À Junta Nacional de Investigação Científica e Tecnológica que me apoiou financeiramente através de uma bolsa de doutoramento do programa PRAXIS XXI. À Comissão Europeia que contribuiu de forma indirecta para este trabalho através dos projectos TRAVEL, ESTHER e UPGRADE. À Portugal Telecom que contribuiu também indirectamente através do projecto EMITON.

A todos os que contribuíram para este trabalho, o meu muito obrigado.

Armando Pinto

## Resumo

Nesta tese são abordados diversos tópicos relativos à implementação, análise e optimização de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

São analisados os aspectos mais relevantes da teoria dos solitões para a sua utilização em sistemas de comunicação ópticos, colocando ênfase na análise da dinâmica dos solitões em sistemas com amplificação concentrada.

O problema da geração de impulsos do tipo solitão é tratado ao nível teórico e experimental. São apresentados diversos resultados laboratoriais, relativos à implementação de um emissor de solitões, capaz de gerar impulsos susceptíveis de serem usados em sistemas a operarem até aos 10 Gbit/s.

É feita uma análise rigorosa do tempo de chegada em sistemas baseados em solitões. São observados desvios em relação ao modelo de Gordon-Haus, para a distribuição do *jitter* temporal, em sistemas a operarem a elevados ritmos de transmissão. Desenvolve-se um novo modelo capaz de caracterizar estatisticamente o *jitter* temporal, tendo em consideração a interacção entre solitões, numa sequência aleatória de impulsos, e o ruído de emissão espontânea, adicionado ao sinal em cada andar de amplificação óptica. Verifica-se uma boa concordância, entre os resultados previsto pelo novo modelo e os resultados da simulação numérica, quando aplicado a sistemas práticos.

Apresenta-se um modelo analítico capaz de descrever o processamento efectuado pelo receptor óptico pré-amplificado, na detecção de impulsos do tipo solitão, e analisa-se em detalhe o efeito do ruído, do *jitter* e da interferência entre símbolos no desempenho do receptor. É dedicada particular atenção à análise da degradação do desempenho devido à distribuição não gaussiana do *jitter*, usando-se para tal, o novo modelo para o *jitter* previamente derivado.

É derivado o desempenho do receptor óptimo, para sistemas baseados em solitões, e é feita uma análise comparativa dos desempenhos conseguidos com alguns receptores práticos. Mostra-se ainda como é possível obter ganhos consideráveis optimizando o processo da detecção em sistemas práticos.

## Summary

This thesis deals with several topics related to the set up, analysis and optimisation of optical communication systems based on solitons.

The analysis focuses on the most relevant aspects of the theory of solitons in connection to the implementation of optical communication systems, emphasising the dynamics of solitons in lumped amplifiers systems.

The question on generating optical solitons is treated both theoretically and experimentally. Several laboratory results are presented, gathered from a source of solitons, capable of generating solitons suitable for systems operating at transmission rates up to 10 Gbit/s.

An accurate timing jitter analysis is carried out for solitons based systems and deviations from the Gordon-Haus jitter model are observed for high data rate systems. A new analytical model for the timing jitter is proposed. The model presented comprises the interactions, in a random sequence of solitons, and the effect of the amplified spontaneous emission noise, added at each amplification stage. The agreement between the expected results, from the new analytical model, and the results from the numerical simulation, of practical communication systems, is good.

We also present an analytical model capable of describing the signal processing in optically pre-amplified receivers, when applied to the detection of solitons. A detailed analysis was performed on the effects of the noise, inter symbol interference and timing jitter on the receiver performance. Special emphasis is given to the degradation due to non-gaussian timing jitter, by using the new timing jitter model previously derived.

The optimum receiver performance, for soliton systems, is derived. This result is compared with the one obtained by practical soliton receivers. Additionally it is demonstrated that is possible to obtain considerable gains by optimising the detection process in practical communication systems.

## Adopções Lexicais

Uma das primeiras dificuldades que se colocam a quem pretende escrever uma tese de carácter científico em língua portuguesa é como tratar o vasto conjunto de expressões e nomes usados em língua inglesa pela comunidade científica.

Sem querer ofender os estudiosos da língua portuguesa, como João de Araújo Correia que diz em Horas Mortas "olhos postos em língua estrangeira sem discernimento são origem de corrupção da língua ...". Mas também sem querer cair no exagero de traduzir todas os nomes e expressões sacrificando a compreensão, tentarei usar expressões portuguesas quando existentes ou quando não forem origem de confusão. Mantendo a notação em língua inglesa sempre que daí advenha um considerável ganho de clareza. Estes são os casos das seguintes expressões, que aparecem na tese em itálico:

*jitter* - variação aleatória de um dado acontecimento, no caso do *jitter* temporal refere-se à variação aleatória do instante de recepção dos impulsos ópticos, relativamente aos instantes ideias regularmente espaçados no tempo;

*chirp* - variação da frequência instantânea da portadora óptica ao longo de um impulso óptico;

*integrate and dump* - refere-se a um tipo de receptor, onde a potência média de cada impulso é calculada antes do processo de decisão;

*pre-chirp* - técnica de compensação da dispersão, usada do lado do emissor, em que é provocada uma variação da frequência instantânea da portadora óptica ao longo do impulso;

*split - step Fourier method* - método numérico aplicável à resolução de equações diferenciais não lineares;

*fast saturable absorbers* - dispositivos que têm a particularidade de absorver o sinal para valores da intensidade do campo óptico inferiores a um dado limiar e de serem transparentes para valores superiores a esse limiar;

*optical loop* - sistema óptico, com uma configuração em círculo, usado em experiências laboratoriais, que permite estudar a propagação de um sinal óptico durante uma distância elevada;

*duty cycle* - razão entre a duração do nível superior e o período numa onda quadrada;

*gain switching* - técnica usada para gerar impulsos ópticos estreitos tendo por base a comutação do ganho óptico da cavidade ressonante dum laser semiconductor;

*turn-on jitter* - incerteza no instante de comutação de um laser semiconductor originada pelo ruído do laser;

Procurou-se usar neste trabalho uma notação e simbologia própria, uniforme e coerente ao longo da tese, e o mais largamente aceite e usado, dentro desta área específica do conhecimento. No entanto, para permitir uma leitura mais fácil e agradável, o conjunto de notações e símbolos usados foram condensados, respectivamente, na lista de notações e símbolos.

Durante a tese são ainda usados um vasto conjunto de acrónimos, ver glossário de acrónimos no final da tese, normalmente usados na literatura científica sobre este tema. Por questões de clareza os acrónimos usados são usualmente os oriundos da língua inglesa. De igual modo é apresentada no final da tese uma lista de figuras e tabelas para facilitar a localização dos diferentes assuntos aqui tratados.

## Lista de Notações

Notação	Significado
<b>Negrito</b>	A escrita a negrito é usada para grandezas vectoriais
$\int_a^b f(\cdot)dx$	integral de $f(\cdot)$ entre a e b relativamente a x
$\int f(x)dx$	primitiva de $f(x)$ relativamente a x
$\frac{df(x)}{dx}$	derivada de $f(x)$ relativamente a x
$\frac{\partial f(x)}{\partial x}$	derivada parcial de $f(\cdot)$ relativamente a x
$x^*$	complexo conjugado de x
$x!$	factorial de x
$E(X)$	esperança matemática da variável aleatória X
$\langle X(\xi) \rangle$	valor médio de $X(\xi)$ em ordem a $\xi$
$H(f)$	transformada de Fourier de $h(t)$ , onde o argumento é a frequência linear
$H(\omega)$	transformada de Fourier de $h(t)$ , onde o argumento é a frequência angular
$\cos(\cdot)$	função coseno
$\delta(\cdot)$	função delta de Dirac
$\text{erfc}(\cdot)$	função de erro complementar
$\exp(\cdot)$	função exponencial
$\Gamma(\alpha)$	função gama com parâmetro $\alpha$
$\Gamma(\alpha, x)$	função gama incompleta com parâmetro $\alpha$ e x
$I_{M-1}(\cdot)$	função de Bessel modificada de ordem M-1
$\ln(\cdot)$	função logaritmo natural
$\log(\cdot)$	função logaritmo de base 10
$Q(\cdot)$	função Q
$\text{rect}(\cdot)$	função impulso rectangular
$\text{sech}(\cdot)$	função secante hiperbólica
$\sin(\cdot)$	função seno
$U(\cdot)$	função degrau



## Lista de Símbolos

Símbolo	Significado
$A(z,t)$	envolvente normalizada do campo eléctrico em função da distância e do tempo
$A_{\text{eff}}$	área efectiva da fibra óptica
$a(\xi)$	amplitude normalizada instantânea do solitão em função da distância normalizada
$\alpha$	constante de atenuação
$\alpha_{\text{ch}}$	factor de alargamento da largura de linha
$\alpha_{\text{eff}}$	constante de atenuação efectiva
$\alpha_2$	constante de atenuação não linear
$B$	birrefringência
$B_{\text{opt}}$	largura de banda óptica
$B_r$	ritmo de transmissão
$\beta$	constante de propagação
$\beta_d$	derivada de ordem d de $\beta(\omega)$ relativamente a $\omega$ calculada em $\omega_0$
$\beta_{\text{eff}}$	constante de propagação efectiva
$\beta_s$	factor de emissão espontânea
$\beta_x$	constante de propagação no eixo de polarização dos x
$\beta_y$	constante de propagação no eixo de polarização dos y
$\beta_0$	constante de propagação calculada à frequência da portadora
$\beta_{0,d}$	constante de propagação calculada à frequência da portadora do canal d
$\beta_+$	constante de propagação calculada em $\omega_+$
$\beta_-$	constante de propagação calculada em $\omega_-$
$C$	capacidade
$c$	velocidade de propagação da luz no vácuo
$c_n$	coeficiente da série de Karhunen-Loève
$D$	dispersão
$\hat{D}$	operador diferencial
$D_{\text{PMD}}$	dispersão devida à polarização dos modos de propagação
$\Delta B$	largura espectral do processo de Brillouin
$\Delta S$	largura espectral da fonte
$\Delta f_B$	desvio da frequência do campo de Stokes resultante do efeito de Brillouin
$\Delta n$	variação não linear do índice de refração
$\Delta\beta$	variação não linear da constante de propagação
$\Delta\tau$	intervalo de tempo infinitesimal
$\Delta\omega_B$	desvio da frequência angular do campo de Stokes resultante do efeito de Brillouin
$\delta\tau_d$	somatório dos desvios temporais parciais $\delta\tau_{d,j}$

$\delta\tau_{dj}$	desvio temporal normalizada à entrada do receptor induzido por $\delta\omega_j$
$\delta\omega_j$	desvio da frequência central normalizada induzido pelo amplificador j
$\delta\omega_s$	desvio da frequência central normalizada do solitão relativamente a $\omega_0$
$\mathbf{E}$	vector campo eléctrico
$E(z, t)$	campo eléctrico em função da distância e do tempo
$E_0$	amplitude do campo eléctrico
$\epsilon_{NL}$	permitividade relativa não linear
$\epsilon_p$	valor normalizado do factor de compressão do ganho
$\epsilon_r$	permitividade relativa
$\epsilon_0$	permitividade no vácuo
$F(x, y)$	distribuição transversal do campo eléctrico na fibra óptica em função de x e y
$f_{np}(t)$	força de Langevin para a população de portadores
$f_{sp}(t)$	força de Langevin para a população de fotões
$f_\phi(t)$	força de Langevin para a fase do campo eléctrico
$f_0$	frequência da portadora óptica
$\phi$	fase do campo eléctrico
$\phi_{NL}$	variação de fase não linear do campo eléctrico
$\phi_{NL,d}$	variação de fase não linear do campo eléctrico correspondente ao canal d
$\phi_s$	desvio de fase do solitão
$G$	ganho de um amplificador óptico em potência
$g_B$	ganho de Brillouin
$g_{p0}$	valor normalizado da constante de declive do ganho
$\Gamma$	atenuação óptica num comprimento de dispersão
$\gamma$	coeficiente não linear da fibra óptica
$h_r(t)$	resposta impulsional do filtro eléctrico do receptor
$\eta$	eficiência quântica
$I(t)$	corrente de injeção
$I_d$	nível de decisão óptimo
$I_m(t)$	corrente de modulação
$I_{th}$	valor limiar da corrente de injeção
$I_0$	valor médio da corrente de injeção
$i$	unidade imaginária
$i_{\omega_m}$	amplitude da corrente eléctrica com frequência angular $\omega_m$
$i_0$	amplitude da corrente eléctrica
$\varphi_n(t)$	função ortonormal da expansão em série de Karhunen-Loève
$k_B$	constante de Boltzman
$k_T$	taxa de decaimento do tempo de vida dos portadores com a corrente média
$k_0$	constante de propagação no vazio

$L_D$	comprimento de dispersão
$L_T$	comprimento total de um sistema óptico
$L_a$	separação entre amplificadores ópticos
$L_{eff}$	comprimento não linear efectivo
$\lambda$	comprimento de onda no vazio
$\lambda_D$	comprimento de onda no vazio com dispersão nula
$m$	índice de modulação
$\mu_0$	permeabilidade magnética do vazio
$N$	ordem do solitão
$\hat{N}$	operador não linear
$N(t)$	ruído branco gaussiano
$N'(t)$	ruído branco gaussiano filtrado
$N'(f)$	ruído branco gaussiano filtrado no domínio da frequência
$N_a$	número total de amplificadores
$N_i$	número médio de fotoelectrões libertados durante um intervalo de tempo $\Delta\tau$
$N_p$	número de portadores na região activa de um laser semiconductor
$N_{pt}$	número de portadores na região activa na transparência
$N_{p0}$	valor médio do número de portadores para uma dada corrente de injeção
$N_s$	número de fotões num solitão
$N_0$	densidade espectral de potência unilateral do ruído de emissão espontânea amplificado
$n$	índice de refração linear
$n_{eff}$	índice de refração efectivo
$n_n$	índice de refração do núcleo
$n_b$	índice de refração da bainha
$n_{sp}$	factor de emissão espontânea
$n_x$	índice de refração no eixo de polarização dos x
$n_y$	índice de refração no eixo de polarização dos y
$n_2$	índice de refração não linear expresso em $m^2/V^2$
$n_2^I$	índice de refração não linear expresso em $m^2/W^2$
$\mathbf{P}$	vector polarização induzida
$\mathbf{P}_L$	componente linear do vector polarização induzida
$\mathbf{P}_{NL}$	componente não linear do vector polarização induzida
$P_{in}$	potência óptica à entrada de um dispositivo
$P_{out}$	potência óptica à saída de um dispositivo
$P_s$	potência de pico à saída do emissor
$P_p$	potência de pico de um impulso
$P_B^{th}$	limiar de potência necessário para iniciar o processo de Brillouin
$P_0$	potência de pico do solitão
$p_0$	probabilidade de erro do símbolo lógico "0"

$p_1$	probabilidade de erro do símbolo lógico "1"
$Q$	factor de incremento da potência óptica de pico do solitão
$q$	carga do electrão
$q_0$	metade da separação temporal normalizada entre solitões
$R$	resistência
$R(t_1, t_2)$	função auto correlação
$r_n$	raio do núcleo da fibra óptica
$\rho$	quociente entre a responsividade do fotodetector e a carga do electrão
$S_p$	número de fótons na cavidade de um laser semiconductor
$S_{p0}$	valor médio do número de fótons para uma dada corrente de injeção
$t$	variável temporal
$t_g$	variável temporal num referencial que se desloca à velocidade de grupo
$\tau$	variável temporal normalizada num referencial que se desloca à velocidade de grupo
$\tau_R$	coeficiente relativo ao efeito de Raman normalizado
$\tau_n$	tempo médio de vida dos portadores
$\tau_{n0}$	tempo de vida dos portadores a uma temperatura de referência
$\tau_p$	tempo médio de vida dos fótons
$\tau_s$	posição temporal normalizada do solitão num referencial que se desloca à velocidade de grupo
$T_R$	coeficiente relativo ao efeito de Raman
$T_{bit}$	período do bit
$T_{fwhm}$	largura temporal a meia altura do solitão em potência
$T_w$	janela de integração do receptor <i>integrate and dump</i>
$T_0$	largura temporal do solitão
$\omega$	frequência angular
$\omega_d$	frequência angular da portadora do canal d
$\omega_m$	frequência angular do sinal de modulação
$\omega_{m,j}$	frequência angular de modulação correspondente ao mínimo de ordem j
$\omega_0$	frequência angular da portadora
$\omega_+$	frequência angular maior do que a frequência angular da portadora óptica
$\omega_-$	frequência angular menor do que a frequência angular da portadora óptica
$U$	envolvente complexa normalizada do solitão
$u(\xi, \tau)$	amplitude normalizada do solitão médio
$u_s$	amplitude de pico normalizada do solitão
$v_A$	velocidade de propagação de um campo acústico na sílica
$v_{gx}$	velocidade de grupo no eixo de polarização dos x
$v_{gy}$	velocidade de grupo no eixo de polarização dos y
$W_{x_0}(x)$	função densidade de probabilidade associada à recepção do símbolo lógico "0"
$W_{x_1}(x)$	função densidade de probabilidade associada à recepção do símbolo lógico "1"

$\mathbf{x}$	vector unitário orientado segundo o eixo dos x
$\chi^{(d)}$	susceptibilidade eléctrica de ordem d
$\mathbf{y}$	vector unitário orientado segundo o eixo dos y
$z$	variável espacial
$z_0$	período do solitão
$\xi$	variável espacial normalizada
$\xi_a$	separação normalizada entre amplificadores

# Índice

Capítulo 1: Introdução.....	1
1.1 Evolução dos sistemas de comunicação ópticos.....	2
1.1.1 Primeira geração - o díodo emissor de luz.....	2
1.1.2 Segunda geração - a fibra monomodo.....	3
1.1.3 Terceira geração - o laser monomodo.....	4
1.1.4 Quarta geração - sistemas coerentes.....	4
1.1.5 Quinta geração - o amplificador óptico.....	5
1.1.6 Sexta geração - os solitões ópticos ?.....	6
1.2 Objectivos e estrutura da tese.....	7
1.3 Principais contribuições.....	10
Capítulo 2: Modelização da Fibra Óptica.....	15
2.1 Introdução.....	15
2.2 Perspectiva histórica.....	16
2.3 Propriedades lineares.....	18
2.3.1 Atenuação.....	19
2.3.1.1 Medição da atenuação.....	20
2.3.2 Dispersão.....	21
2.3.2.1 Medição da dispersão.....	24
2.3.3 Birrefringência.....	32
2.4 Propriedades não lineares.....	34
2.4.1 Índice de refração não linear.....	35
2.4.1.1 Auto modulação de fase - SPM.....	36
2.4.1.2 Modulação cruzada de fase - CPM.....	44
2.4.1.2.1 Entre canais com diferentes comprimentos de onda..	44
2.4.1.2.2 Entre canais ortogonalmente polarizados.....	46
2.4.1.3 Mistura de quatro ondas - FWM.....	47
2.4.2 Difusão não elástica estimulada.....	48
2.4.2.1 Difusão estimulada de Brillouin - SBS.....	49
2.4.2.1.1 Montagem experimental.....	51
2.4.2.2 Difusão estimulada de Raman - SRS.....	53

2.5 Modelo matemático.....	54
2.5.1 Equação da fibra.....	55
2.5.2 Parâmetros da equação da fibra.....	57
2.5.3 Resolução numérica da equação da fibra.....	57
2.6 Conclusões.....	58
Capítulo 3: Solitões Ópticos.....	61
3.1 Introdução.....	61
3.2 Solitões em fibras ópticas.....	62
3.2.1 Equação não linear de Schrödinger.....	62
3.2.2 Solitões de 1ª ordem e de ordem superior.....	63
3.3 Sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.....	69
3.3.1 Transmissão de informação em sistemas baseados em solitões....	70
3.3.2 Amplificação óptica.....	71
3.3.3 Regime de propagação.....	73
3.2.3.1 Regime do solitão médio - ASR.....	74
3.2.3.2 Regime quase adiabático.....	77
3.3.4 Controlo durante a propagação.....	79
3.2.4.1 Filtragem óptica.....	79
3.2.4.2 Moduladores síncronos.....	80
3.2.4.3 Outras técnicas de controlo.....	81
3.3.5 Alguns resultados experimentais relevantes.....	82
3.4 Conclusões.....	86
Capítulo 4: Emissor de Solitões.....	89
4.1 Introdução.....	89
4.2 Características do emissor de solitões.....	91
4.3 Técnicas de implementação.....	93
4.4 Laser semiconductor.....	95
4.4.1 Caracterização.....	96
4.4.1.1 Equações de taxas.....	96
4.4.1.2 Extracção dos parâmetros.....	98
4.4.1.3 Efeitos parasitas.....	103

4.4.2 Análise DC e AC.....	110
4.4.2.1 Análise DC.....	111
4.4.2.2 Análise AC.....	112
4.5 Modulação directa.....	115
4.6 Modulação directa com filtragem óptica.....	122
4.7 Modulação da sequência de impulsos.....	124
4.8 Medição do <i>jitter</i> à saída do emissor.....	125
4.9 Conclusões.....	130
Capítulo 5: Incerteza do Tempo de Chegada - <i>Jitter</i> .....	133
5.1 Introdução.....	133
5.2 Problema do <i>jitter</i> em sistemas IM-DD ópticos.....	134
5.3 <i>Jitter</i> devido à transmissão não linear.....	135
5.3.1 Efeito de Gordon-Haus.....	136
5.3.2 Novo modelo para a interacção entre solitões.....	139
5.3.2.1 Caso de dois solitões.....	139
5.3.2.2 Caso de três solitões.....	142
5.3.2.3 Numa sequência aleatória.....	144
5.3.2.4 Validação do novo modelo para a interacção.....	148
5.3.3 Outros fontes de <i>jitter</i> .....	149
5.4 Novo modelo para o <i>jitter</i> .....	158
5.4.1 Desvios relativamente ao modelo de Gordon-Haus.....	159
5.4.2 Efeito de Gordon-Haus e a interacção entre solitões.....	161
5.4.3 Comparação entre o novo modelo e resultados da simulação.....	162
5.5 Conclusões.....	166
Capítulo 6: Desempenho e Optimização de Receptores para Solitões.....	169
6.1 Introdução.....	169
6.2 Modelo analítico do receptor.....	170
6.3 Receptor <i>integrate and dump</i> .....	181
6.3.1 Determinação do BER.....	182
6.3.2 Análise de desempenho.....	190
6.4 Receptor <i>integrate and dump</i> com janela reduzida.....	196



6.5 Outro tipo de filtros.....	203
6.5.1 Desempenho óptimo.....	204
6.5.2 Comparação com receptores práticos.....	210
6.6 Ruído eléctrico e os campos dispersivos na detecção.....	220
6.7 Conclusões.....	224
Capítulo 7: Desempenho e Optimização na Presença de <i>Jitter</i> e ISI.....	227
7.1 Introdução.....	227
7.2 Impacto do <i>jitter</i> .....	228
7.2.1 Formulação analítica.....	229
7.2.2 Análise de desempenho.....	234
7.2.3 Efeito simultâneo do ruído e do <i>jitter</i> .....	240
7.3 Interferência entre símbolos.....	254
7.3.1 Formulação analítica.....	255
7.3.2 Efeito simultâneo do ruído, do <i>jitter</i> e da ISI.....	257
7.4 Conclusões.....	265
Capítulo 8: Considerações Finais.....	267
8.1 Principais conclusões.....	267
8.2 Sugestões para trabalho futuro.....	270
Apêndices.....	273
Apêndice A: Desvio Instantânea da Frequência da Portadora Óptica.....	275
Apêndice B: Densidade Espectral de Potência do Solitão.....	283
Apêndice C: Derivação das Expressões para a Interação entre Solitões.....	287
Apêndice D: Derivação da Variância do <i>Jitter</i> Devido ao Efeito de Raman.....	291
Apêndice E: Potência Média do Símbolo Lógico "1".....	295
Glossário de Acrónimos.....	297
Lista de Tabelas.....	299
Lista de Figuras.....	301

Não foi desde o início que os Deuses revelaram tudo aos mortais,  
mas com o correr do tempo, procurando, descobrimos o melhor.

Xenophanes, poeta e filósofo grego, 570 A.C. - 475 A.C.

# Capítulo 1

## Introdução

O crescente número de serviços de telecomunicações disponíveis e a sua massificação têm exercido, nas últimas décadas, uma enorme pressão no sentido de aumentar a capacidade das redes de telecomunicações. Os sistemas de comunicação ópticos têm, neste contexto, desempenhado um papel essencial, constituindo actualmente o núcleo central das redes dos grandes operadores mundiais de telecomunicações.

Os primeiros sistemas de comunicação ópticos remontam à década de 70. Desde então surgiram cinco gerações diferentes de sistemas, tendo cada geração originado um aumento considerável nos ritmos de transmissão e nas distâncias alcançadas. Neste capítulo identificaremos cada uma das gerações, salientando a inovação tecnológica e o conceito que a tornou possível.

A evolução dos sistemas de comunicação ópticos tem sido caracterizada pela procura do aumento da capacidade dos sistemas. Neste contexto, identificaremos os objectivos deste trabalho e faremos uma breve apresentação da estrutura da tese.

Finalizaremos este capítulo, identificando quais os principais resultados obtidos durante o decorrer deste trabalho.

## **1.1 Evolução dos sistemas de comunicação ópticos**

Na última metade deste século uma quantidade considerável de recursos, quer humanos quer materiais, têm sido despendidos no sentido de procurar aumentar a capacidade dos sistemas de comunicação. Este esforço é algo de novo na história da humanidade e faz com que esta época fique, provavelmente, registada na história como a era da informação. Uma era em que o mundo deixa de ser um conjunto de continentes distantes, para passar a ser uma "aldeia global", com impactos sociais, económicos e políticos ainda não totalmente compreendidos.

Os sistemas de comunicação ópticos emergiram na década de 70 como mais um contributo à criação de uma grande "aldeia global". Apresentando inegáveis vantagens para ligações de elevado débito, têm visto desde então a sua capacidade aumentar extraordinariamente. Nesta tese usaremos o produto entre o ritmo de transmissão, em bits por segundo, e a distância do sistema como medida da capacidade dos sistemas ópticos. Mostraremos como a capacidade dos sistemas ópticos tem evoluído nos últimos 25 anos no sentido de aproveitar as várias dezenas de terahertz de largura de banda potencial disponível numa fibra óptica.

### **1.1.1- Primeira geração - o díodo emissor de luz**

A primeira geração de sistemas de comunicação ópticos, é caracterizada pela utilização de emissores do tipo díodos emissores de luz, que produziam aproximadamente 1 mW de radiação electromagnética com uma largura espectral de alguns nanómetros na janela dos 800 nm. A intensidade da luz era controlada pela modulação da corrente de

injecção do díodo emissor de luz e ritmos de transmissão da ordem dos milhões de bits por segundo foram atingidos.

A transmissão do sinal ópticos desde o emissor até ao receptor, constituído por um fotodíodo de silício, era efectuada através de fibra multimodo. Devido às perdas nas fibras da ordem dos 2.5 dB/km, a distância estava limitada a uma dezena de quilómetros, conseguindo-se atingir capacidades da ordem dos 10 Mbit/s·km [1].

Posteriormente e devido a melhorias na qualidade das fibras e componentes usados foi possível aumentar a capacidade e a distância dos sistemas, respectivamente, para 500 Mbit/s·km e 20 km. A capacidade dos sistemas ópticos tinha ultrapassado a capacidade dos sistemas baseados em cabos coaxiais. No entanto, a dispersão intermodal assumia-se como uma barreira difícil de ultrapassar.

### **1.1.2- Segunda geração - a fibra monomodo**

Sistemas com capacidades próximas dos 100 Gbit/s·km foram obtidos na segunda geração, finais da década de 70. Os avanços foram conseguidos com o surgimento de lasers semicondutores e fotodetectores na janela dos 1300 nm, onde as perdas da fibra eram da ordem de 1 dB/km. Na janela dos 1300 nm o ritmo de transmissão dos sistemas estava limitado a 100 Mbit/s devido a dispersão modal. Este problema foi resolvido no início da década de 80 com o aparecimento de fibras monomodo [2]. As fibras monomodo apresentam um núcleo estreito permitindo apenas a propagação de um único modo, reduzindo o efeito da dispersão pela eliminação da dispersão intermodal. Nesta altura as fibras monomodo apresentavam perdas da ordem dos 0.6 dB/km na janela dos 1300 nm. Nos finais da década de 80, sistemas a operarem a 1.7 Gbit/s com um espaçamento entre repetidores de 50 km estavam disponíveis comercialmente. O espaçamento entre repetidores era limitado pela atenuação da fibra, estando a capacidade dos sistemas limitada a 100 Gbit/s·km devido à dispersão.

### **1.1.3- Terceira geração - o laser monomodo**

A atenuação das fibras ópticas é mínima na janela dos 1550 nm apresentando valores da ordem dos 0.2 dB/km. No entanto o aparecimento da terceira geração de sistemas a operarem nesta janela foi retardada devido à maior dispersão que as fibras apresentam nos 1550 nm. O problema da dispersão foi parcialmente resolvido com o surgimento de lasers monomodo. Em 1985 foram realizadas experiências laboratoriais com ritmos de transmissão de 2.5 Gbit/s, que se tornaram disponíveis comercialmente em 1990, e 4 Gbit/s foram obtidos para distâncias superiores 100 km [1]. Experiências a 10 Gbit/s foram tentadas sendo a dispersão e a sensibilidade do receptor os maiores obstáculos a ultrapassar.

Nesta altura assistiu-se ao desenvolvimento de fibras com menores níveis de dispersão, de modo a aumentar a capacidade dos sistemas. Apareceram igualmente um conjunto alargado de fibras especiais das quais se destacam as fibras com dispersão desviada, que apresentam valores de dispersão reduzidos na janela dos 1550 nm. No entanto a utilização de fibras com características especiais está limitada, pois existem milhares de quilómetros de fibra normal instalada, sobre as quais os operadores de telecomunicações pretendem operar as suas redes, não sendo economicamente viável proceder à substituição total das fibras existentes. Contudo, em sistemas a instalar de raiz a escolha do tipo e qualidade das fibras ópticas é cada vez mais uma questão a considerar.

### **1.1.4- Quarta geração - sistemas coerentes**

Sistemas coerentes são usados em comunicações rádios desde 1930. O surgimento de lasers monomodo com larguras espectrais muito estreitas e ruído de fase reduzido permitiu que técnicas coerentes pudessem ser usadas também em sistemas ópticos. Técnicas de modulação como a modulação digital de fase (PSK - **P**hase **S**hift **K**eying), modulação digital de frequência (FSK - **F**requency **S**hift **K**eying) e a modulação digital de amplitude (ASK - **A**mplitude **S**hift **K**eying) são técnicas usadas em sistemas coerentes [3].

Embora a utilização de sistemas coerentes permita aumentar consideravelmente a sensibilidade dos receptores ópticos, comparativamente aos sistemas de intensidade modulada com detecção directa (IM/DD - **I**ntensity **M**odulation with **D**irect **D**etection), os sistemas coerentes apresentam uma complexidade acrescida, devido ao necessário controlo dos osciladores locais usados na modulação e desmodulação. O aparecimento dos amplificadores ópticos, no início da década de 90, desvalorizou os ganhos conseguidos ao nível da sensibilidade dos receptores, colocando novamente a atenção nos sistemas IM/DD. No entanto, foram realizados ensaios laboratoriais no final da década de 80, com sistemas coerentes a operarem a 10 Gbit/s e com espaçamento entre amplificadores de 100 km, elevando a capacidade dos sistemas para os 1 000 Gbit/s·km.

### **1.1.5- Quinta geração - o amplificador óptico**

Até ao final dos anos 80, a única forma de aumentar a distância de transmissão dos sistemas ópticos era através da regeneração eléctrica. Em sistemas com regeneradores eléctricos o sinal óptico é detectado no regenerador e convertido num sinal eléctrico, amplificado e regenerado electricamente e posteriormente convertido para o domínio óptico. Esta era uma grande limitação ao desenvolvimento dos sistemas ópticos, pois tornava-os bastante onerosos e complexos. O aparecimento dos amplificadores ópticos veio alterar radicalmente a situação [4].

O aparecimento dos amplificadores ópticos, nomeadamente o surgimento dos amplificadores de fibra dopada de Érbio (EDFA - **E**rbium **D**oped **F**iber **A**mplifier), permitiu amplificar o sinal óptico sem a necessidade de conversão para o domínio eléctrico e posterior conversão para o domínio óptico. Surgiram assim os sistemas de longa distância totalmente ópticos, desde o emissor ao receptor. Este foi um grande avanço, pois em sistemas com regeneradores estes funcionam como autênticos funis, dado que a largura de banda dos regeneradores é diversas ordens de grandeza inferior à largura de banda das fibras ópticas.

Os EDFA possibilitam elevados ganhos ópticos, possuem uma largura de banda da ordem dos 4 THz, podem ser usados em sistemas coerentes e IM/DD, e possibilitam a utilização de diversos comprimentos de onda (WDM - **W**avelength **D**ivision **M**ultiplexing).

A construção de sistemas usando EDFA em cascata veio aumentar extraordinariamente a capacidade dos sistemas ópticos. A barreira dos 10 Gbit/s estava finalmente batida e capacidades acima dos 10 000 Gbit/s·km foram alcançadas. A dispersão e as não linearidades da fibra óptica assumem-se, agora, como os maiores obstáculos ao aumento da capacidade dos sistemas.

### **1.1.6- Sexta geração - os solitões ópticos ?**

Nos últimos 5 anos várias experiências foram realizadas, usando diversas técnicas, com o objectivo de aumentar a capacidade dos actuais sistemas. A grande questão que se coloca é como compensar a dispersão e as não linearidades em sistemas transoceânicos, sistemas com distâncias da ordem das dezenas de milhares de quilómetros, ou em sistemas terrestres de muito alto débito.

Diversas técnicas têm sido propostas para condicionar a dispersão. Destas têm assumido particular relevo as baseadas no controlo da frequência instantânea da portadora óptica [5], na inclusão de troços de fibra com dispersão negativa (DCF - **D**ispersion **C**ompensation **F**ibre) [5] e a transmissão suportada pela dispersão (DST - **D**ispersion **S**upported **T**ransmission) [6]. Embora permitindo compensar a dispersão estas técnicas não compensam os efeitos não lineares, que em sistemas de longa distância e elevados ritmos de transmissão podem assumir um papel dominante na degradação do desempenho dos sistemas de comunicação ópticos.

Uma técnica que permite compensar simultaneamente os efeitos não lineares e a dispersão, tinha já sido proposta em 1973 [7], no entanto só após o surgimento do amplificador óptico esta técnica foi aplicada a sistemas práticos. Esta técnica baseia-se na utilização de impulsos ópticos em que a envolvente do campo eléctrico tem a forma secante hiperbólica, com alguns miliwatt de potência de pico, e na compensação da dispersão pelas



não linearidades da fibra óptica. Nesta situação os impulsos chamados solitões, são capazes de se propagarem, mantendo inalterada a sua forma, num meio dispersivo e não linear, como é o caso da fibra óptica [8].

Querendo fugir à polémica de qual será a sexta geração o autor acredita, que a menos que aconteça um desenvolvimento tecnológico capaz de alterar completamente as regras do jogo e de colocar a fasquia a um nível muito mais alto, como por exemplo o desenvolvimento de fibras com qualidades muito superiores a custos relativamente baixos, a próxima geração de sistemas será conseguida com um misto de diferentes técnicas.

A utilização de técnicas conjuntas de solitões e WDM apresentam um potencial considerável e são os principais candidatos para o desenvolvimento e aparecimento comercial de sistemas a operarem a 10 e 40 Gbit/s, por comprimento de onda, permitindo atingir ritmos de transmissão globais da ordem dos terabits por segundo. Neste âmbito diversos trabalhos têm sido apresentados e diversas técnicas têm sido propostas, no sentido de condicionar as distorções induzidas, quer pelo meio de comunicação quer pelos canais adjacentes, nos vários canais do sistema [9-11].

Simultaneamente, ao esforço realizado no sentido de aumentar a capacidade dos sistemas de comunicação ópticos, tem-se assistido, nos últimos dois anos, ao surgimento de diversos dispositivos capazes de realizarem operações de sincronização, extracção e adição de canais, conversão de comprimento de onda e encaminhamento de canais a operarem no domínio óptico. Estes dispositivos vieram dar origem ao surgimento de uma verdadeira camada óptica, com capacidades de processamento inimagináveis há uma década atrás. Neste contexto, os solitões ópticos podem também desempenhar um papel central, pois devido à sua robustez são bons candidatos para muitas técnicas de processamento ao nível óptico.

## 1.2 Objectivos e estrutura da tese

O trabalho realizado nesta tese centra-se sobre o estudo de sistemas ópticos baseados em impulsos do tipo solitão para elevados ritmos de transmissão. Iremos fazer uma abordagem ao problema do ponto de vista da engenharia das telecomunicações. Ou

seja, iremos concentrar-nos em aspectos de implementação prática, identificando dificuldades e possíveis soluções. O nosso estudo irá incidir, essencialmente, sobre ligações ponto a ponto com amplificação concentrada, até aos 40 Gbit/s, usando um único comprimento de onda.

Começaremos por estudar e caracterizar o canal de comunicação óptico, e analisaremos em que condições é possível usar impulsos do tipo solitão, em sistemas de comunicação ópticos de longa distância a operarem a elevadas ritmos de transmissão. Analisaremos ainda em que medida tais sistemas permitem obter ganhos em termos de capacidade relativamente aos sistemas lineares.

Posteriormente iremos abordar o problema da geração de impulsos do tipo solitão. Este é um problema fundamental, na medida em que só é possível projectar sistemas baseados em solitões se estiverem disponíveis fontes fiáveis, capazes de gerarem impulsos a elevados ritmos de transmissão e que possam ser facilmente moduladas.

Atendendo ao carácter preponderante que o *jitter* temporal assume no desempenho dos sistemas de comunicação baseados em solitões, iremos realizar uma caracterização rigorosa do *jitter*, devido à transmissão não linear, e analisar o seu impacto no desempenho dos sistemas.

Realizaremos uma análise detalhada do receptor óptico pré-amplificado para sistemas baseados em solitões. Tendo por base essa análise desenvolveremos uma descrição analítica do receptor que tenha em conta as principais fontes de degradação do desempenho, ou seja, o ruído de emissão espontânea amplificado, introduzido pelo processo de amplificação óptico, o *jitter* temporal, devido essencialmente à transmissão não linear, e a interferência entre símbolos (ISI - **I**ntersymbol **I**nterference), resultante do processamento efectuado ao nível do receptor.

O conjunto de resultados e ferramentas analíticas desenvolvidas, será utilizado para proceder à análise e optimização de sistemas de comunicação ópticos práticos baseados em solitões.

Com vista a atingir os objectivos anteriormente enumerados, estruturámos este trabalho da seguinte forma:

**Capítulo 1** - Neste capítulo é feita uma apresentação sucinta dos desenvolvimentos verificados nos sistemas de comunicação ópticos, desde a sua introdução na década de 70 até aos nossos dias, salientando o esforço realizado no sentido de aumentar a sua capacidade. São ainda identificados os avanços tecnológicos que originaram novas gerações de sistemas, salientando em que medida tais descobertas alteraram a forma de conceber os sistemas e permitiram obter ganhos em termos de capacidade de transmissão. Enquadrado neste esforço de desenvolvimento tecnológico são referidos os objectivos deste trabalho e enumerados os principais resultados obtidos.

**Capítulo 2** - Em sistemas baseados em solitões a fibra óptica assume-se como o elemento central do sistema, na medida em que a manutenção dos impulsos é baseada nas propriedades lineares e não lineares da fibra óptica. Neste capítulo para além de ser feita uma breve resenha dos progressos tecnológicos realizados no domínio das fibras ópticas, são analisadas em detalhe as suas propriedades lineares e não lineares, sendo dado especial ênfase à análise da dispersão e efeito de Kerr. São ainda apresentados resultados de ensaios laboratoriais que permitem estimar alguns dos parâmetros da fibra óptica.

**Capítulo 3** - Os solitões ópticos começaram por ser uma curiosidade científica, estudados por matemáticos e físicos, antes de se transformarem num problema de engenharia. Neste capítulo são abordadas as principais propriedades dos solitões ópticos, colocando especial ênfase no estudo da sua manutenção em sistemas com amplificação concentrada.

**Capítulo 4** - Este capítulo é dedicado ao estudo do emissor de solitões. São discutidos os aspectos mais relevantes a ter em conta no projecto de um emissor de solitões e são apresentados diversos resultados laboratoriais, relativos à implementação de um emissor de solitões, susceptível de ser usado em sistemas a operarem até aos 10 Gbit/s. Neste capítulo analisa-se em detalhe o problema da geração de impulsos curtos, usando um laser semiconductor, a modulação da sequência de impulsos, usando um modulador externo, e a melhoria das características espectrais dos impulsos usando um filtro óptico.

**Capítulo 5** - O *jitter* temporal apresenta-se como um dos aspectos mais críticos em sistemas baseados em solitões. Neste capítulo é feita uma caracterização rigorosa do *jitter* devido à transmissão não linear, e são observados desvios substanciais relativamente ao modelo de Gordon-Haus. É comprovado que a interacção entre solitões está na origem dos desvios observados relativamente ao modelo de Gordon-Haus. É derivado um novo modelo, para o *jitter* devido à transmissão não linear, que inclui o efeito simultâneo da interacção entre solitões e do ruído de emissão espontânea. O novo modelo proposto é validado através da comparação com resultados obtidos simulando diversos sistemas práticos.

**Capítulo 6** - Neste capítulo é apresentada uma descrição analítica do receptor de solitões e é derivado o desempenho óptimo do receptor. É analisado o problema do processamento óptimo e feita uma análise comparativa de diversos receptores práticos. São ainda identificados os aspectos mais relevantes na optimização do desempenho de sistemas baseados em solitões relativamente ao ruído.

**Capítulo 7** - Neste capítulo são derivadas um conjunto de técnicas capazes de procederem à análise e optimização de sistemas baseados em solitões, considerando simultaneamente o efeito do ruído, do *jitter* e da ISI. É analisada em detalhe a degradação originada pelo *jitter* devido à transmissão não linear, e verifica-se como é possível, actuando ao nível da detecção, reduzir as perdas de desempenho devidas ao *jitter* temporal, sem introduzir uma penalização excessiva ao nível da ISI.

**Capítulo 8** - Neste último capítulo são feitas algumas considerações finais sobre o trabalho descrito nesta tese e são identificados um conjunto de caminhos possíveis para investigação futura nesta área do conhecimento.

## 1.3 Principais contribuições

Na opinião do autor, as principais contribuições do trabalho descrito nesta tese, para o conhecimento na área da implementação de sistemas de comunicação baseados em solitões, são:

- 1) Contributo para a rigorosa caracterização do canal óptico, ver capítulo 2 e trabalhos [12-13];
- 2) Identificação dos aspectos mais relevantes da teoria dos solitões, com vista à implementação de sistemas de comunicação práticos baseados em solitões ópticos, ver capítulo 3 e trabalhos [14-15];
- 3) Implementação de um emissor de solitões, para elevados ritmos de transmissão, com base num laser semiconductor, para gerar impulsos curtos, num modulador externo, para modular a sequência de impulsos, e num filtro óptica para melhorar as características espectrais dos impulsos, ver capítulo 4 e trabalhos [16-19];
- 4) Caracterização rigorosa do *jitter* devido à transmissão não linear. Verificação de desvios relativos ao modelo de Gordon-Haus, na caracterização do *jitter* temporal, e desenvolvimento de um novo modelo capaz de descrever a incerteza temporal do tempo de chegada, de impulsos do tipo solitão, na presença de interações múltiplas e de ruído de emissão espontânea amplificado, ver capítulo 5 e trabalhos [20-22];
- 5) Descrição rigorosa do receptor óptico para sistemas baseados em solitões. Determinação do desempenho e processamento óptimo do receptor de solitões, a operar quer no domínio óptico quer no domínio eléctrico. Análise comparativa do desempenho de diversos receptores práticos, ver capítulo 6 e trabalhos [23-24];
- 6) Desenvolvimento de diversas técnicas analíticas capazes de procederem à análise e optimização de sistemas baseados em solitões tendo em consideração o efeito simultâneo do ruído, do *jitter* e da ISI. Aplicação destas técnicas à análise de desempenho e optimização de sistemas práticos, ver capítulo 7 e trabalhos [25-27];

## Referências

- [1] Govind P. Agrawal, Fiber-optic communication systems, Jonh Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA, 1992.
- [2] Gerd Keiser, Optical fiber communications, 2ª edição, McGraw-Hill, Nova Iorque, EUA, 1991.
- [3] P. W. Hooijmans, Coherent optical system design, Jonh Wiley & Sons, Chichester, Inglaterra, 1994.
- [4] E. Desurvire, Lightwave communications: the fifth generation, Scientific America, pp. 96-103, Janeiro de 1992.
- [5] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), Optical fiber telecommunications III A, Academic Press, San Diego, EUA, 1997, capítulo 7, escrito por A. H. Gnauck e R. M. Jopson.
- [6] Rui Ribeiro, Simulação, análise e optimização de sistemas FSK ópticos, Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1996.
- [7] A. Hasegawa e F. Tappert, Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion, Appl. Phys. Lett., vol. 23, n. 3, pp 142-144, 1973.
- [8] L. F. Mollenauer, Multigigabit soliton transmission traverse ultralong distances, Laser Focus World, pp. 159 - 170, Novembro de 1991.
- [9] Itsuro Morita, Masatoshi Suzuki, Noboru Edagawa, Keiji Tanaka e Shu Yamamoto, Long-haul soliton WDM transmission with periodic compensation and dispersion slope compensation, Journal of Lightwave Technology, vol. 17, n. 1, pp 80-85, 1999.
- [10] E. Pallise, O. Audouin, E. Desurvire, E. Maunand, Wavelength-division multiplexed frequency-guided soliton systems with fast in-line saturable absorbers, OFC'98, San Jose, EUA, pp 291-292, 1998.
- [11] B. Malomed, G. D. Peng e P. L. Chu, Soliton wavelength-division multiplexing system with channel-isolating notch filters, Optics Letters, vol. 24, n. 16, pp 1100-1102, 1999.
- [12] A. Nolasco Pinto, P. S. André, J. L. Pinto e J. Ferreira da Rocha, Caracterização e Simulação do canal óptico para sistemas de comunicação baseados em solitões, Física'98, Maia, Portugal, pp. 633, 1998.
- [13] P. S. André, A. Nolasco Pinto, J. L. Pinto e J. Ferreira da Rocha, Determinação da dispersão cromática em fibras ópticas, Proto-Física'98, Aveiro, Portugal, pp. 13, 1998.
- [14] A. Nolasco Pinto, L. Botelho Ribeiro, Mário Ferreira, Berthold Wedding, Bernhard Junginger, A. Matheus e R. Ries, Experiments on nonlinear propagation, relatório do projecto europeu TRAVEL, R2011, 1993.
- [15] L. F. Ribeiro, A. Nolasco Pinto, J. F. Rocha e J. L. Pinto, Tecnologia fotónica para sistemas de comunicação de alto débito, Física'96, Faro, Portugal, 1996.
- [16] A. Nolasco Pinto, P. S. André, J. L. Pinto e F. da Rocha, Short optical pulses generation by gain switching of a DFB laser diode, Confetele'99, Sesimbra, Portugal, pp. 182-184, 1999.
- [17] P. S. André, A. Nolasco Pinto, J. L. Pinto e J. Ferreira da Rocha, Extraction of laser rate equations parameters, Proceedings of SPIE, n. 3572, pp. 141-146, 1999.
- [18] P. S. André, A. Nolasco Pinto, J. L. Pinto e F. da Rocha, Extraction of DFB laser rate equations parameters for optical simulation purposes, Confetele'99, Sesimbra, Portugal, pp. 561-564, 1999.

- [19] J. L. Pinto , M. Pousa , P. S. André , A. Nolasco Pinto e M. R. Ferreira, Emissor para sistemas de transmissão baseado na tecnologia de solitões, A Engenharia Portuguesa no Mundo, Lisboa, Portugal, 1998.
- [20] A. Nolasco Pinto, Govind P. Agrawal e J. Ferreira da Rocha, Effect of soliton interaction on timing jitter in communication systems, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 16, n° 4, pp. 515-519, 1998.
- [21] A. Nolasco Pinto e J. Ferreira da Rocha, Timing jitter statistics due to soliton interaction and Gordon-Haus effect, NOC'96, Heidelberg, Alemanha, pp. 304-311, 1996.
- [22] A. Nolasco Pinto, Govind P. Agrawal e J. Ferreira da Rocha, Analytical and numerical study of timing jitter in soliton communication systems, OSA'96, Rochester, EUA, 1996.
- [23] J. R. F. da Rocha, L. B. Ribeiro e A. Nolasco Pinto, Semi-analytical method for performance analysis of soliton systems, CLEO/Pacific'95, Chiba, Japão, pp. 43-44, 1995.
- [24] A. Nolasco Pinto , P. S. André , J. L. Pinto e F. da Rocha, Bit-error rate evaluation in soliton systems, Confetele'99, Sesimbra, Portugal, pp. 177-181, 1999.
- [25] A. Nolasco Pinto e J. Ferreira da Rocha, Análise da influência do tempo de chegada no desempenho de sistemas ópticos baseados em solitões, I Conferência Nacional de Telecomunicações, Aveiro, Portugal, pp. 261-263, 1997.
- [26] A. Nolasco Pinto e J. Ferreira da Rocha, Bit error rate degradation due to timing jitter in soliton communication systems, OSA'97, Long-Beach, EUA, 1997.
- [27] A. Nolasco Pinto e J. Ferreira da Rocha, Bit-error rate (BER) estimation and optimization in soliton communication systems, in the presence of timing jitter, amplified spontaneous emission noise, dispersive waves and intersymbol interference, CLEO'2000, São Francisco, EUA, 2000 (submetido a publicação).





## Capítulo 2

# Modelização da Fibra Óptica

### 2.1- Introdução

Em sistemas de comunicação ópticos, a fibra óptica é o elemento central do canal de comunicação. Tipicamente, o canal é constituído por um conjunto de troços de fibra, intercalados por amplificadores e filtros, capazes de amplificarem e condicionarem o sinal óptico. Em sistemas baseados em solitões a fibra assume um papel essencial, pelo facto da manutenção dos solitões estar directamente relacionada com o equilíbrio entre os efeitos lineares e não lineares, que actuam sobre os impulsos durante a propagação.

As fibras ópticas começaram a ser produzidas no início deste século, no entanto só a partir da década de 70, com as primeiras aplicações para o transporte de informação, o seu estudo e desenvolvimento foi intensificado. Na secção 2.2 é apresentada uma breve perspectiva histórica dos progressos tecnológicos no domínio das fibras ópticas

Na secção 2.3 analisam-se as propriedades lineares das fibras ópticas: a atenuação, a dispersão e a birrefringência. A atenuação e a dispersão foram os dois primeiros factores limitativos da capacidade dos sistemas. A birrefringência está a assumir-se, actualmente, como um novo limite linear para sistemas a altos ritmos de transmissão. Particular destaque é colocado na análise da dispersão, devido à sua relevância para o estudo de sistemas baseados em solitões ópticos.

Na secção 2.4 faz-se uma análise dos efeitos não lineares da fibra óptica, relevantes para o estudo de sistemas de comunicação ópticos. Ou seja, a auto modulação de fase (SPM - **S**elf **P**hase **M**odulation), a modulação cruzada de fase (CPM - **C**ross **P**hase **M**odulation), a mistura de quatro ondas (FWM - **F**our **W**ave **M**ixing), o efeito de Brillouin e o efeito de Raman. Embora todos estes efeitos sejam brevemente analisados, é colocada especial atenção no SPM, pois este assume-se como o efeito central na manutenção dos impulsos do tipo solitão num meio dispersivo e não linear como a fibra óptica.

Na secção 2.5 centramo-nos nos aspectos de modelização da fibra óptica para estudos analíticos e numéricos. É apresentada a derivação da equação da fibra e descrito o método numérico usado durante este trabalho, para a simulação da propagação de impulsos na fibra óptica.

## **2.2- Perspectiva histórica**

O princípio básico da reflexão interna total, responsável pela propagação da luz no interior de uma fibra óptica, é conhecido desde o século XIX. Muito embora fibras ópticas tenham sido fabricadas desde o início do século, o seu grande desenvolvimento só se verificou a partir de meados deste século, com a produção de fibras com várias camadas concêntricas o que melhorou consideravelmente as suas características [1].

Desde então a tecnologia da produção das fibras ópticas desenvolveu-se rapidamente, nomeadamente com o surgimento das primeiras aplicações na transmissão de imagem e mais tarde em sistemas de comunicação de longa distância.

No entanto, inicialmente as fibras apresentavam perdas ópticas consideráveis, da ordem dos 1000 dB/km, o que restringia fortemente a sua aplicação no campo das comunicações ópticas [2].

A situação mudou radicalmente na década de 70, com o aparecimento de fibras de sílica com perdas da ordem dos 20 dB/km. Progressos futuros neste domínio foram conseguidos, apresentando as fibras actuais perdas da ordem dos 0.35 dB/km e 0.2 dB/km na região, respectivamente, dos 1300 nm e 1550 nm.

Outro dos grandes progressos na tecnologia da produção de fibras foi o aparecimento de fibras monomodo. De facto, com os avanços conseguidos ao nível da produção das fibras, é possível realizar fibras ópticas com um diâmetro do núcleo suficientemente pequeno, de modo a permitir apenas a propagação de um único modo, eliminando assim o problema da dispersão intermodal.

O aparecimento de fibras com perdas ópticas tão baixas e posteriormente fibras monomodo, com reduzidos valores de dispersão, revolucionou o domínio das telecomunicações. Desde então as suas propriedades têm sido intensamente estudadas e melhoradas.

Uma contribuição importante no domínio da óptica não linear surgiu em 1973, quando foi sugerida a possibilidade de impulsos do tipo solitão se propagarem nas fibras ópticas, como consequência do balanço entre os efeitos lineares e não lineares [3]. Esta hipótese foi verificada experimentalmente, no início da década de 80, e deu início ao estudo e desenvolvimento de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões [4].

Um dos mais significativos progressos efectuados, recentemente, no domínio da tecnologia da produção das fibras ópticas, foi o aparecimento do amplificador de fibra dopada de Érbio. A dopagem da fibra óptica com Érbio permite a transferência de energia entre o sinal de bombagem, no comprimento de onda dos 980 nm ou 1480 nm, e o sinal de informação no comprimento de onda dos 1550 nm, possibilitando assim a amplificação óptica [5].

Os avanços realizados, ao nível da produção das fibras e ao nível da amplificação óptica, vieram reduzir a importância da atenuação no desempenho dos sistemas. Fazendo surgir a dispersão e as não linearidades como os dois factores limitativos do aumento da capacidade dos sistemas.

Ao nível da produção das fibras ópticas várias configurações têm sido tentadas, de modo a condicionar a dispersão e os efeitos não lineares. No entanto, estas soluções estão limitadas pela enorme quantidade de fibra normal já instalada, que os diversos operadores de telecomunicações pretendem rentabilizar.

## **2.3- Propriedades lineares**

A atenuação, foi uma das primeiras propriedades das fibras ópticas a ser intensamente estudada. De facto, só após o aparecimento de fibras com perdas inferiores aos 20 dB/km estas começaram a ser usadas para o transporte de informação, tendo a atenuação sido o principal limite ao aumento da capacidade dos sistemas durante largos anos.

Com o desenvolvimento da tecnologia da produção das fibras ópticas, com o surgimento dos amplificadores ópticos e com o advento de sistemas com elevados ritmos de transmissão, exigindo a utilização de impulsos curtos, o alargamento dos impulsos provocados pela dispersão assumiu-se como o principal factor limitativo do aumento da capacidade dos sistemas. Várias técnicas têm sido usadas, com o objectivo de condicionarem a dispersão.

O esforço contínuo em aumentar a capacidade de transmissão de informação dos sistemas de comunicação ópticos fez surgir novos limites. A birrefringência das fibras ópticas, que se manifestou desde cedo pelo facto da luz não manter a sua polarização, ao propagar-se através da fibra, só recentemente adquiriu um papel limitativo, com o surgimento de sistemas de muito elevado ritmo de transmissão.

### 2.3.1- Atenuação

Uma das mais importantes propriedades das fibras ópticas, para o projecto de sistemas de comunicação, é a atenuação. A atenuação quantifica a perda de energia do sinal óptico durante a propagação. Se  $P_{in}$ , for a potência óptica à entrada de uma fibra de comprimento  $L_T$ , à saída temos  $P_{out}$ , em que

$$P_{out} = P_{in} \cdot \exp(-\alpha \cdot L_T) \quad (2.1)$$

onde  $\alpha$  é a constante de atenuação. Pela expressão (2.1) podemos verificar que o decaimento da potência óptica segue uma lei exponencial. É usual as perdas da fibra serem quantificadas em dB/km.

As perdas da fibra são dependentes de diversos factores, nomeadamente da absorção, difusão e radiação. Nas fibras o campo óptico estende-se desde o núcleo até à bainha, sendo as perdas uma média pesada das perdas verificadas em cada uma das camadas da fibra.

Como vamos verificar, as perdas são fortemente dependentes do comprimento de onda do sinal óptico. As fibras ópticas de sílica apresentam uma janela de transparência que vai desde os 600 nm até aos 2000 nm, usando o critério de uma atenuação máxima de 10 dB/km para definição de transparência [6]. A atenuação tem um valor mínimo em torno dos 1550 nm, tornando esta região uma das mais atractivas para as comunicações ópticas.

As perdas por absorção, podem ter origem nos seguintes fenómenos: a absorção intrínseca, a absorção extrínseca e a absorção por defeitos atómicos. A absorção intrínseca é uma característica do material utilizado, neste caso a sílica. A absorção intrínseca da sílica é inferior a 0.03 dB/km para comprimentos de onda entre os 1300 e os 1600 nm, e representa um limite fundamental [1]. A absorção extrínseca é devida à presença de impurezas na fibra. Atendendo aos métodos sofisticados actualmente utilizados no fabrico de fibras ópticas, a absorção extrínseca é dominada pelos iões de  $OH^-$ , que mesmo numa quantidade muito pequena, são grandemente responsáveis pela forma da curva de atenuação da fibra em função do comprimento de onda [1]. A absorção por defeitos atómicos, como o próprio nome indica, deve-se a

irregularidades na estrutura atómica da fibra. Em condições normais, a absorção devido a irregularidades na estrutura atómica da fibra é desprezável, comparativamente à absorção total. No entanto, pode ser significativa se a fibra estiver exposta a fortes radiações, que levem a alterações na sua estrutura atómica [2].

As perdas por difusão são devidas a variações microscópicas da densidade do material, resultantes da natureza amorfa do material. As variações microscópicas da densidade do material, originam flutuações microscópicas do índice de refração, que por sua vez dão origem à difusão de Rayleigh da luz. A difusão de Rayleigh é um limite fundamental para as perdas da fibra, transferindo parte da energia óptica contida em modos de propagação guiados para modos não guiados.

Para os actuais processos de fabrico, a absorção extrínseca devido aos iões de  $\text{OH}^-$  e a difusão de Rayleigh são os fenómenos dominantes para a atenuação das fibras ópticas.

As perdas por radiação verificam-se quando existem curvaturas apertadas no percurso da fibra óptica. Estas curvaturas podem ser ao nível macroscópico, devido ao percurso que a fibra percorre, ou ao nível microscópico, provenientes da introdução da fibra no cabo. Estas perdas são geralmente quantificadas conjuntamente com as perdas devidas ao uso de conectores e ligações na fibra, designando-se usualmente como perdas do cabo. Estas perdas são fortemente dependentes da instalação e configuração da cablagem do sistema de comunicação.

#### **2.3.1.1- Medição da atenuação**

A medição da atenuação pode ser feita apenas com o recurso a um laser e um multímetro óptico. De facto, medindo a potência óptica incidente na fibra e medindo a potência óptica à saída da fibra, compensando as perdas introduzidas pelos diversos conectores usados, temos uma medida das perdas ópticas verificadas na fibra, dividindo pelo comprimento total da fibra obtemos a atenuação óptica.

Efectuamos estas medições para uma bobine de fibra disponível no laboratório, tendo-se obtido os resultados apresentados na tabela 2.1. A bobine, de 20

km de fibra normal, foi adquirida à empresa Alcatel e apresenta a referência DEC43243.

Conforme podemos constatar, na tabela 2.1, os valores obtidos no laboratório estão muito próximos dos especificados pelos fabricantes, as ligeiras diferenças observadas podem estar relacionadas com perdas nos conectores não totalmente compensadas.

$\lambda$ (nm)	Atenuação medida (dB/km)	Atenuação especificada pelo fabricante (dB/km)
1310	0.34	0.33
1555	0.20	0.19

Tabela 2.1 - Atenuação numa fibra normal.

### 2.3.2- Dispersão

Em fibras monomodo, a dispersão resulta do somatório de duas componentes, a dispersão material e a dispersão do guia de onda. Em geral, o índice de refração linear, de um material dieléctrico, como é o caso da sílica, depende da frequência do campo electromagnético. Esta resposta do meio, função da frequência do campo incidente, origina a chamada dispersão material.

A dispersão do guia de onda resulta do facto de mesmo na ausência de dispersão material o valor efectivo do índice de refração depender da frequência óptica. Isto acontece porque a percentagem do modo de propagação do campo electromagnético que se propaga no núcleo e na bainha varia com a frequência óptica, sendo o valor efectivo do índice de refração função quer do índice de refração do núcleo e da bainha, quer da distribuição do modo pelo núcleo e pela bainha.

É possível, alterando o perfil de variação do índice de refração, manipular a dispersão do guia de onda e por consequência a dispersão total. Um exemplo de manipulação da dispersão, são as fibras de dispersão desviada, usadas actualmente em alguns sistemas comerciais, em que o comprimento de onda com dispersão nula, que

designaremos por  $\lambda_D$ , foi desviado para a janela dos 1550 nm, fazendo assim coincidir na mesma janela a atenuação e a dispersão mínima.

Usualmente, a dispersão é considerada expandindo a constante de propagação  $\beta(\omega)$ , em série de Taylor em torno da frequência central  $\omega_0$

$$\beta(\omega) = n(\omega) \cdot \frac{\omega}{c} = \beta_0 + \beta_1 \cdot (\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot (\omega - \omega_0)^2 + \frac{1}{6} \cdot \beta_3 \cdot (\omega - \omega_0)^3 + \dots \quad (2.2)$$

onde

$$\beta_m = \left. \frac{d^m \beta}{d\omega^m} \right|_{\omega=\omega_0} \quad (2.3)$$

Na expressão (2.2),  $\beta_0$  é a constante de fase da portadora,  $\beta_1$  é o inverso da velocidade de grupo e os termos de ordem superior são responsáveis pela dispersão. Na prática, os termos com ordem superior a três não são significativos, considerando-se apenas  $\beta_2$  e  $\beta_3$ . O parâmetro  $\beta_2$  é o termo responsável pela dispersão da velocidade de grupo (GVD - **G**roup **V**elocity **D**ispersion) e  $\beta_3$  é usualmente designado como coeficiente de dispersão de segunda ordem. O parâmetro  $\beta_3$  é pouco significativo para comprimentos de onda afastados do comprimento de onda com dispersão nula  $\lambda_D$ . Para comprimentos de onda na vizinhança de  $\lambda_D$ ,  $\beta_2$  assume valores próximos de zero e  $\beta_3$  assume um papel importante.

Em sistemas de comunicação ópticos, é comum utilizar-se o parâmetro de dispersão  $D$ , definido por

$$D = \frac{d\beta_1}{d\lambda} = -\frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda^2} \cdot \beta_2 \quad (2.4)$$

sendo usualmente expresso em ps/nm/km.

A expressão (2.4) pode ser interpretada da seguinte forma: o valor de  $D$  é o atraso, que sofre um impulso relativamente a outro, este com comprimento de onda central deslocado de menos 1 nm, após propagarem-se em 1 km de fibra.



Quando  $\beta_2$  é positivo, D negativo, dizemos que estamos no regime de dispersão normal. Caso contrário, dizemos que estamos no regime de dispersão anómalo, que é o caso das fibras normais a operarem na janela dos 1550 nm. Como veremos no capítulo seguinte, só é possível manter impulsos do tipo solitões no regime de dispersão anómalo.

A derivada em ordem ao comprimento de onda da dispersão  $dD/d\lambda$ , usualmente designada como dispersão de segunda ordem, pode ser relacionada com  $\beta_2$  e  $\beta_3$  da seguinte forma

$$\frac{dD}{d\lambda} = \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda^3} \cdot \left[ 2 \cdot \beta_2 + \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda} \cdot \beta_3 \right] \quad (2.5)$$

sendo usualmente expressa em ps/nm<sup>2</sup>/km.

Muito embora, a dispersão coloque um limite à distância máxima que é possível atingir sem regeneração, a presença de um certo nível de dispersão é importante para compensar os efeitos não lineares. Como veremos, o SPM é integralmente compensado pela dispersão em sistemas baseados em solitões, e em sistemas WDM é exigido um nível residual de dispersão de modo a tornar menos efectivo o FWM.

Durante os últimos anos, foram surgindo um conjunto de técnicas capazes de compensarem o alargamento dos impulsos. Foram sugeridas técnicas que permitem compensar a dispersão quer do lado do emissor, quer ao longo do canal de comunicação, quer ainda no receptor. As técnicas usadas do lado do emissor incluem tipicamente a manipulação da largura espectral da fonte, geralmente com técnicas designadas por *pre-chirp*. As técnicas de *pre-chirp* actuais, permitem estender até três vezes a distância máxima que é possível alcançar sem regeneração [7].

As técnicas de compensação da dispersão do lado do receptor, baseiam-se no carácter determinístico da dispersão, sendo usual o recurso a filtros equalizadores a operarem no domínio eléctrico após a detecção do sinal [7].

Técnicas inteiramente ópticas são usadas para compensação da dispersão ao longo do canal de transmissão. Destas técnicas duas têm assumido grande

importância. As baseadas em redes de Bragg, alvo de intensa investigação nos últimos anos e as baseadas na inclusão de troços de fibra para compensação da dispersão, actualmente muito usadas em sistemas comerciais [7].

### 2.3.2.1- Medição da dispersão

Diversas técnicas têm sido utilizadas para medir a dispersão em fibras ópticas. Têm sido usadas técnicas no domínio do tempo, baseadas na medição do alargamento temporal de impulsos ou na medição do atraso entre impulsos com diferentes comprimentos de onda [8]. No entanto, as técnicas no domínio do tempo requerem, invariavelmente, grande precisão na geração de impulsos estreitos e na medição dos atrasos temporais. Técnicas no domínio da frequência têm mostrado ser mais práticas e precisas.

Com o objectivo de procedermos à medição da dispersão relativa a uma bobine de fibra disponível no laboratório, utilizámos uma técnica no domínio da frequência, baseada nas interferências construtivas e destrutivas resultantes da propagação de três ristas espectrais num meio dispersivo [9].

Na figura 2.1 temos esquematizado o princípio da técnica de medição da dispersão utilizada.

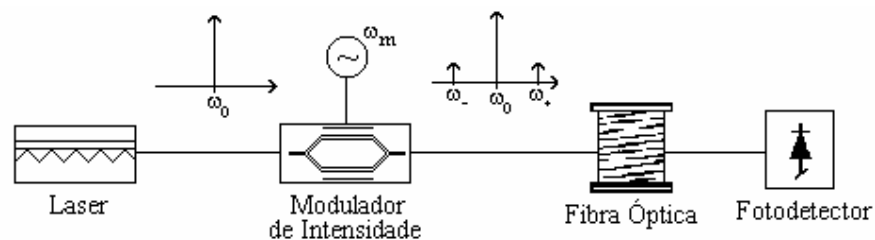


Figura 2.1 - Medição da dispersão

O sinal óptico à saída do laser é modulado em intensidade por uma senoide com frequência  $\omega_m$ , muito menor que a frequência da portadora óptica  $\omega_0$ . A amplitude do sinal modulante deve ser suficientemente pequena de modo a ser válida a aproximação seguinte, para o campo eléctrico à saída do modulador

$$E(z=0, t) = \sqrt{E_0^2 \cdot \left(1 + m \cdot \cos(\omega_m \cdot t)\right)} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \approx E_0 \cdot \left(1 + \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_m \cdot t)\right) \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (2.6)$$

em que foi feita uma expansão em série de McLaurin em ordem a  $m$ , da envolvente do campo eléctrico, até à primeira potência do índice de modulação  $m$  e em que  $m$  é muito menor que um.

À entrada da fibra óptica temos um sinal com três riscas espectrais, uma à frequência da portadora  $\omega_0$ , outra à frequência  $\omega_0 + \omega_m$ , frequência soma, e outra à frequência  $\omega_0 - \omega_m$ , frequência diferença. De tal modo que o campo eléctrico durante a propagação pode ser descrito pela expressão

$$E(z, t) \approx E_0 \cdot \left\{ \cos(\beta_0 \cdot z - \omega_0 \cdot t) + \frac{m}{4} \cdot \left[ \cos(\beta_+ \cdot z - (\omega_0 + \omega_m) \cdot t) + \cos(\beta_- \cdot z - (\omega_0 - \omega_m) \cdot t) \right] \right\} \quad (2.7)$$

onde  $\beta_0$ ,  $\beta_+$  e  $\beta_-$  são as constantes de fase calculadas em  $\omega_0$ ,  $\omega_0 + \omega_m$  e  $\omega_0 - \omega_m$ .

Devido à variação do índice de refração com a frequência, produzem-se, após a propagação, situações de interferência construtiva ou destrutiva dependentes da frequência de modulação  $\omega_m$ .

A corrente à saída do fotodetector é proporcional à potência óptica incidente, logo proporcional ao quadrado do campo eléctrico. Esta corrente vai apresentar componentes correspondentes ao batimento das três frequências. Atendendo à largura de banda do fotodetector as frequências soma são eliminadas, ou seja temos à saída do fotodetector uma componente continua, outra à frequência de modulação e outra a duas vezes a frequência de modulação. A componente à frequência de modulação é dada por

$$i_{\omega_m}(t) \approx i_0 \cdot \frac{m}{4} \cdot \left\{ \cos(\omega_m \cdot t + \beta_0 \cdot L_T - \beta_+ \cdot L_T) + \cos(-\omega_m \cdot t + \beta_0 \cdot L_T - \beta_- \cdot L_T) \right\} \quad (2.8)$$

onde  $i_0$  é uma constante proporcional ao quadrado da amplitude do campo eléctrico e  $L_T$  é o comprimento total da fibra.

Atendendo à expressão (2.2) podemos escrever

$$\beta_+ \approx \beta_0 + \beta_1 \cdot \omega_m + \frac{\beta_2}{2} \cdot \omega_m^2 \quad (2.9)$$

e

$$\beta_- \approx \beta_0 - \beta_1 \cdot \omega_m + \frac{\beta_2}{2} \cdot \omega_m^2 \quad (2.10)$$

substituindo (2.9) e (2.10) em (2.8) obtemos

$$i_{\omega_m}(t) \approx i_0 \cdot \frac{m}{2} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot \omega_m^2 \cdot L_T\right) \cdot \cos(\omega_m \cdot t - \beta_1 \cdot \omega_m \cdot L_T) \quad (2.11)$$

Temos assim, que a amplitude da componente espectral, à frequência de modulação, varia com o coseno de uma expressão dependente de  $\beta_2$ , do quadrado da frequência de modulação e do comprimento da fibra.

Na análise efectuada até aqui, assumimos que a modulação da potência óptica era ideal, ou seja que era conseguida sem qualquer modulação de fase. No entanto, o processo de modulação da intensidade da luz introduz geralmente uma variação na frequência instantânea do campo eléctrico, denominada de *chirp*. Foi mostrado no trabalho [10] que é possível caracterizar o *chirp*, induzido pela modulação directa de um laser semiconductor e o *chirp* induzido pela acção de um modulador externo, a operarem para pequenos sinais, através do coeficiente  $\alpha_{ch}$ , que é definido como

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha_{ch}}{2 \cdot P(t)} \cdot \frac{dP(t)}{dt} \quad (2.12)$$

em que  $\phi$  e  $P(t)$  são, respectivamente, a fase e a potência do campo.

No capítulo 4 é analisado com mais detalhe o problema do *chirp* num laser semiconductor, sendo o *chirp* induzido por um modulador do tipo Mach-Zehnder analisado no apêndice A desta tese.

Por agora, vamos voltar à equação (2.12) que pode ser facilmente resolvida, obtendo-se

$$\phi(t) = \frac{\alpha_{ch}}{2} \cdot \ln(P(t)) + \phi_i \quad (2.13)$$

em que  $\phi_i$  é uma constante.

Atendendo às expressões (2.6), (2.12) e (2.13) e notando que a raiz quadrada da potência óptica é proporcional a  $\sqrt{s} \approx \left(1 + \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_m \cdot t)\right)$  podemos rescrever a equação (2.6), incluindo a modulação de fase devida ao *chirp* na forma seguinte

$$E(z=0, t) = \frac{1}{2} \cdot E_0 \cdot \left\{ \sqrt{s} \cdot e^{i \cdot \omega_0 \cdot t + i \cdot \phi_i + i \cdot \frac{\alpha_{ch}}{2} \cdot \ln(s)} + c.c. \right\} \quad (2.14)$$

em que c.c. representa o complexo conjugado.

De (2.14) obtemos

$$E(z=0, t) = \frac{1}{2} \cdot E_0 \cdot \left\{ (\sqrt{s})^{1+i \cdot \alpha_{ch}} \cdot e^{i \cdot \omega_0 \cdot t + i \cdot \phi_i} + c.c. \right\} \quad (2.15)$$

Atendendo a que para valores de  $m$  muito menores que um é válida a aproximação

$$\left(1 + \frac{m}{2} \cdot \cos(\omega_m \cdot t)\right)^{1+i \cdot \alpha_{ch}} \approx 1 + \frac{m}{2} \cdot (1 + i \cdot \alpha_{ch}) \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \quad (2.16)$$

obtemos a partir de (2.15)

$$E(z=0, t) \approx E_0 \cdot \left\{ \cos(\omega_0 \cdot t + \phi_i) \right\} + E_0 \cdot \left\{ \frac{m}{4} \cdot \sqrt{1 + \alpha_{ch}^2} \cdot \left[ \cos((\omega_0 + \omega_m) \cdot t + \arctan(\alpha_{ch}) + \phi_i) + \cos((\omega_0 - \omega_m) \cdot t + \arctan(\alpha_{ch}) + \phi_i) \right] \right\} \quad (2.17)$$

repetindo o procedimento anteriormente efectuado para obtermos (2.11), obtemos agora

$$i_{\omega_m}(t) \approx i_0 \cdot \sqrt{1 + \alpha_{ch}^2} \cdot \frac{m}{2} \cdot \cos\left(\frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot \omega_m^2 \cdot L_T - \arctan(\alpha_{ch})\right) \cdot \cos(\omega_m \cdot t - \beta_1 \cdot \omega_m \cdot L_T) \quad (2.18)$$

Notemos que se a modulação da potência óptico não provocar também uma modulação da fase, ou seja se não for introduzido *chirp*, logo se  $\alpha_{ch}$  for nulo a expressão (2.18) reduz-se a (2.11).

De (2.18) obtemos para a amplitude de  $i_{\omega_m}(t)$  a expressão

$$i_{\omega_m} \approx i_0 \cdot \sqrt{1 + \alpha_{ch}^2} \cdot \frac{m}{2} \cdot \left| \cos \left( \frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot \omega_m^2 \cdot L_T - \arctan(\alpha_{ch}) \right) \right| \quad (2.19)$$

que assume um valor mínimo quando a fase do coseno iguala  $(d+1/2) \cdot \pi$ , onde  $d$  é um inteiro. Donde podemos obter a expressão para os mínimos

$$-\frac{1}{2} \cdot \beta_2 \cdot \omega_{m,d}^2 \cdot L_T + \arctan(\alpha_{ch}) = \left( d + \frac{1}{2} \right) \cdot \pi \quad (2.20)$$

onde  $\omega_{m,d}$  é a frequência de modulação correspondente ao mínimo de ordem  $d$ .

A equação (2.19) é igual à equação (11), apresentada no trabalho [11], de F. Devaux, Y. Sorel e J. F. Kerdiles, a menos de um factor de  $1/2$ , que tem origem numa imprecisão na escrita da equação (10) e na passagem para a equação (11), do referido trabalho.

Usando a expressão (2.4), podemos rescrever a expressão (2.20) de modo a aparecerem explicitamente o coeficiente de dispersão da fibra e o coeficiente do *chirp* do emissor

$$f_{m,d}^2 \cdot L_T = \frac{c}{2 \cdot D \cdot \lambda^2} \cdot 2 \cdot d + \frac{c}{2 \cdot D \cdot \lambda^2} \left( 1 - \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(\alpha_{ch}) \right) \quad (2.21)$$

Notemos que a expressão (2.21) assume a forma de uma equação do tipo  $y = m \cdot x + b$ , ou seja a forma duma equação de uma recta. Podemos por isso, com base num conjunto de medições laboratoriais que permitam determinar a frequência dos mínimos da expressão (2.19), estimar a dispersão da fibra e o coeficiente do *chirp* do emissor ajustando a equação da recta aos dados experimentais.

De modo a calcularmos a dispersão cromática em diversos comprimentos de onda, utilizámos um laser sintonizável da marca Santec modelo TSL-200, o que nos permitiu efectuar as medições desde o comprimento de onda dos 1535 nm até aos 1570 nm.

A modulação do sinal óptico foi efectuada com um modulador interferométrico do tipo Mach-Zehnder, ver apêndice A, fabricado pela Lucent Technologies, com o número de série 3035 e modelo x2623C. Com este tipo de modulador interferométrico é possível modular a intensidade do sinal óptico, sem provocar qualquer modulação na fase, ou seja é possível modular o sinal óptico sem introduzir *chirp*. No entanto para que tal se verifique é necessário provocar um atraso de fase simétrico em cada um dos braços do modulador, ou seja é necessário atacar o modular com dois sinais em oposição de fase [10, 12].

O sinal de modulação que usámos foi obtido de um analisador de redes, Wiltron 360B, o que nos permitiu variar a frequência do sinal entre os 0.04 e 20.00 GHz com uma resolução de 0.04 GHz. No entanto este equipamento não tem uma saída com o sinal em oposição de fase, não nos permitindo atacar os dois braços do modulador. Este facto faz com que o sinal óptico à saída do modulador, para além da modulação da intensidade apresente também uma modulação de fase. Do ponto de vista da técnica usada para a medição da dispersão tal é irrelevante, ver expressão 2.21, pois a determinação da dispersão é efectuada com base no declive da recta e o parâmetro do *chirp* apenas vai alterar o valor da ordenada na origem. Iremos pois nesta secção concentrar-nos apenas na determinação da dispersão, o *chirp* será analisado em detalhe no capítulo 4.

Vamos calcular o valor da dispersão para vários comprimentos de onda, obtendo assim a curva da dispersão em função do comprimento de onda, para depois calcularmos a derivada desta curva e obtermos o valor para a dispersão de segunda ordem.

Atendendo à baixa sensibilidade do nosso receptor óptico, e de modo a podermos usar um comprimento total de fibra de 70.740 km, de modo a visualizarmos um maior número de mínimos, adicionámos ao esquema da figura 2.1 um amplificador óptico entre o laser e o modulador. A montagem experimental usada é apresentada na figura 2.2. Para um comprimento de onda central igual a 1550 nm, obteve-se a resposta apresentada na figura 2.3.

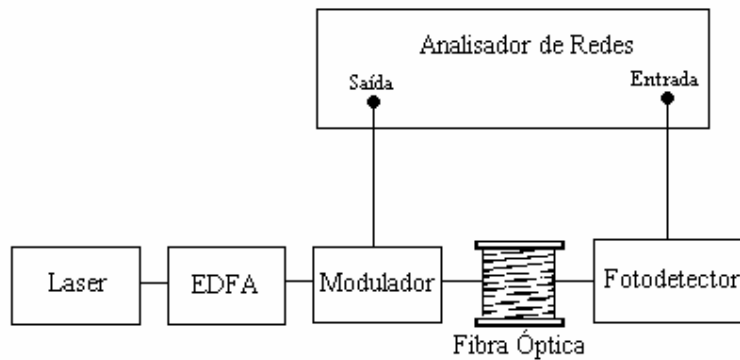


Figura 2.2 - Montagem experimental usada na medição da dispersão.

Notemos que definindo como sinal de entrada a saída do analisador de redes, que é um sinal sinusoidal com frequência variável, e como sinal de saída a entrada do analisador de redes, podemos definir uma função de transferência do sistema constituído pelo modulador, fibra e fotodetector. A amplitude da resposta em frequência, do sistema anteriormente definido, a menos duma constante e da resposta em frequência do modulador e fotodetector é análoga à expressão (2.19).

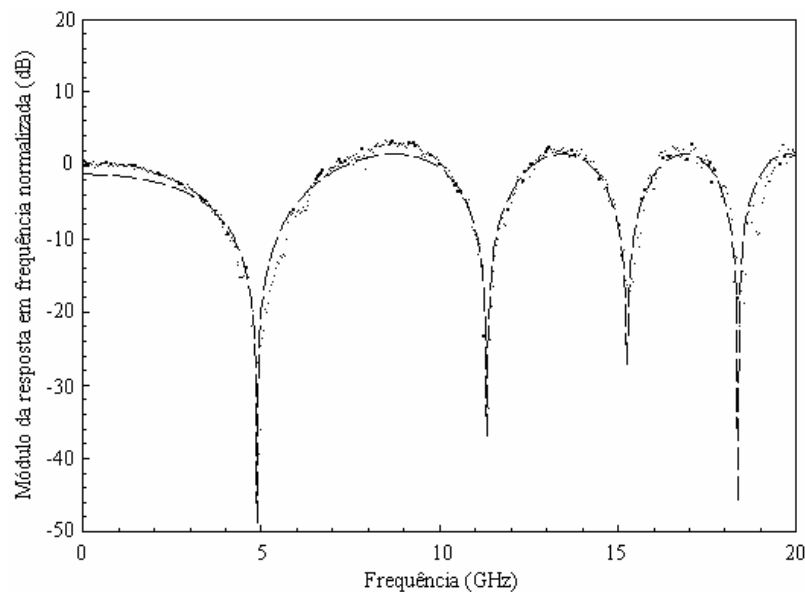


Figura 2.3 - Módulo da resposta em frequência normalizada para o comprimento de onda central de 1550 nm. Os pontos correspondem a medições experimentais e a tracejado temos a resposta teórica, obtida com base na expressão (2.19) depois de determinados os parâmetros  $\alpha_{ch}$  e  $\beta_2$ .

Com o objectivo de compensar a resposta em frequência do modulador e do fotodetector, efectuamos inicialmente para todos os comprimentos de onda, uma



medição da resposta em frequência do sistema sem a fibra. Para obtermos o modulo da resposta em frequência pretendida, dividimos o modulo da resposta em frequência medida pelo modulo da resposta em frequência do sistema sem a fibra, obtendo-se para todos os comprimentos de onda uma resposta análoga à apresentada na figura 2.3.

Determinando os mínimos da resposta em frequência podemos traçar o gráfico apresentado na figura 2.4 e fazendo uma regressão linear minimizando os erros quadráticos obtemos o valor da dispersão de acordo com expressão (2.21). Repetiu-se o mesmo procedimento para outros comprimentos de onda, tendo-se obtido a curva apresentada na figura 2.5 para a dispersão em função do comprimento de onda, notemos que calculando a derivada da dispersão em ordem ao comprimento de onda obtém-se a dispersão de segunda ordem. No comprimento de onda dos 1550 nm obteve-se o valor de 16.8 ps/nm/km para a dispersão, e de 0.063 ps/nm<sup>2</sup>/km para a dispersão de segunda ordem. Ou seja, o valor de -21.4 ps<sup>2</sup>/km para o  $\beta_2$  e de 0.14 ps<sup>3</sup>/km para o  $\beta_3$ . No comprimento de onda dos 1555 nm obtivemos, 17.0 ps/nm/km e 0.085 ps/nm<sup>2</sup>/km para D e dD/d $\lambda$ , respectivamente, ou seja, -21.7 ps<sup>2</sup>/km para o  $\beta_2$  e 0.18 ps<sup>3</sup>/km para o  $\beta_3$ .

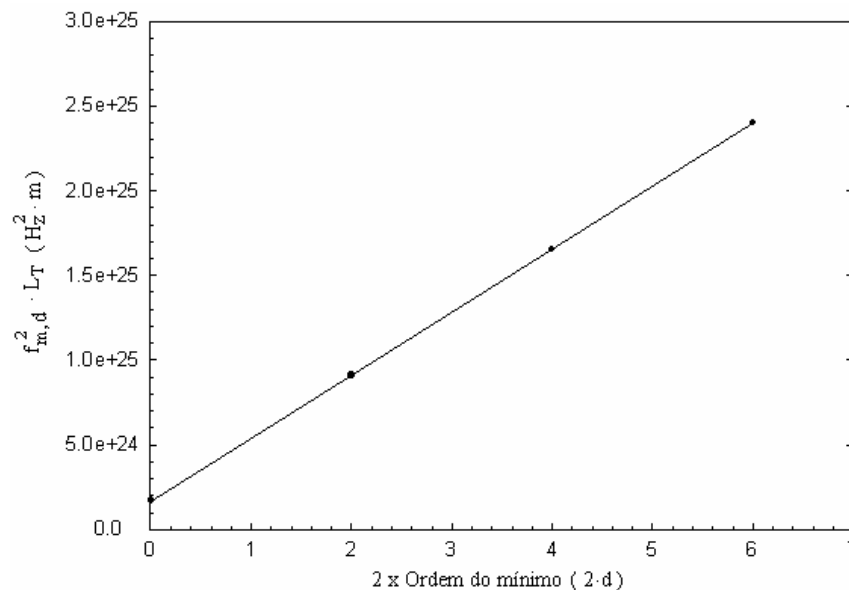


Figura 2.4 - Recta obtida com base na expressão (2.21). Calculando o declive da recta obtemos o valor da dispersão.

Conforme podemos comprovar, comparando os valores obtidos no laboratório com os valores típicos para uma fibra normal, ver tabela 2.2, os valores medidos estão dentro da gama de valores esperados para uma fibra normal.

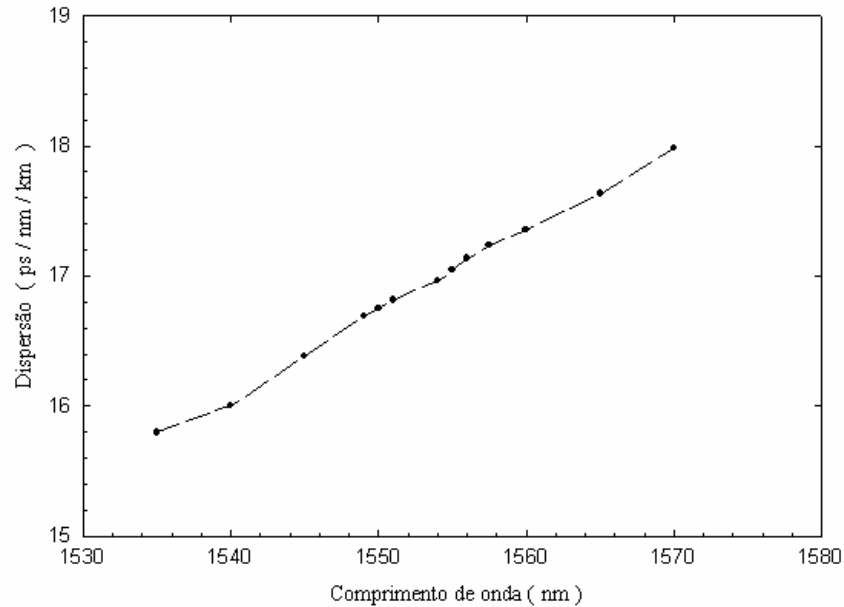


Figura 2.5 - Dispersão em função do comprimento de onda.

### 2.3.3- Birrefringência

Definindo dois eixos ortogonais arbitrários podemos analisar a propagação de um sinal óptico linearmente polarizado, através duma fibra óptica monomodo, considerando a existência de dois modos degenerados, polarizados ortogonalmente e coincidentes com os eixos anteriormente definidos. Em condições ideais estes modos propagam-se de igual forma, devido à simetria circular do guia de onda, dando sentido à expressão fibra monomodo e mantendo a polarização da luz ao longo da propagação.

No entanto, a luz não mantém a polarização ao propagar-se através duma fibra monomodo normal. Tal deve-se a imperfeições no guia de onda, devidas a defeitos geométricos no fabrico, a deformações mecânicas na cablagem, e a pressões mecânicas externas que fazem com que a fibra óptica seja melhor modelizada por um guia de onda elíptico, em que se fazem coincidir os eixos ortogonais com os eixos da elipse. Nesta situação os dois modos ortogonais, em que se pode decompor qualquer sinal óptico, apresentam velocidades de propagação diferentes.

Este modelo elíptico da fibra óptica permite explicar parcialmente a variação da propagação da luz ao longo da propagação. A explicação é apenas parcial porque segundo este modelo a variação da polarização da luz seria periódica, ou seja seria possível definir um conjunto de pontos, igualmente espaçados ao longo da fibra, onde a luz retomava a polarização inicial.

Tal não se verifica porque a birrefringência assume características aleatórias ao longo da fibra e, eventualmente, ao longo do tempo. Notemos que a origem da birrefringência são imperfeições da fibra. Grande parte das imperfeições são devidas ao processo de fabrico e instalação e vão permanecer constantes ao longo do tempo, no entanto existem outras, que são causadas por perturbações externas, que poderão ser variáveis com o tempo. Um exemplo típico destas, é a pressão exercida pelo tráfego automóvel sobre as fibras instaladas em condutas ao longo das auto-estradas.

Se considerarmos um troço de fibra suficientemente pequeno, de modo a podermos assumir que nesse troço as imperfeições da fibra são uniformes, podemos considerar o modelo elíptico para a fibra, em que esta suporta dois modos ortogonais que se propagam a velocidades ligeiramente diferentes. A birrefringência é usualmente quantificada em termos da diferença dos índices de refração em cada uma das polarizações ortogonais

$$B = |n_x - n_y| = \frac{c}{\omega} \cdot |\beta_x - \beta_y| \quad (2.22)$$

onde  $n_x$  e  $n_y$ ,  $\beta_x$  e  $\beta_y$  são os índices de refração e constantes de propagação em cada um dos eixos ortogonais,  $c$  é a velocidade da luz no vázio e  $\omega$  é a frequência angular do campo eléctrico.

A diferença da velocidade de fase indicada pela equação (2.22), é usualmente acompanhada por uma diferença na velocidade de grupo para cada um dos modos ortogonais. Esta diferença na velocidade de grupo, que pode alargar os impulsos e limitar a capacidade da fibra, dá origem à chamada dispersão devida à polarização dos modos de propagação (PMD - **P**olarisation **M**ode **D**ispersion) e é dada por

$$D_{\text{PMD}} = \frac{\Delta T}{L_T} = \left| \frac{d}{d\omega} (\beta_x - \beta_y) \right| = \left| \frac{1}{v_{gx}} - \frac{1}{v_{gy}} \right| \quad (2.23)$$

onde  $\Delta T$ , é o atraso sofrido após a propagação de um distância  $L_T$ , por um impulso que se propaga no eixo lento relativamente a um impulso que se propaga no eixo rápido. A quantidade (2.23) vem normalmente expressa em ps/km.

A expressão (2.23) é apenas válida para um troço de fibra suficientemente pequeno, tipicamente da ordem de alguns metros, onde se podem considerar os eixos de polarização fixos. Um troço maior de fibra pode ser considerado como a concatenação de vários troços elementares onde se procedeu a uma rotação aleatória dos eixos de polarização [13]. O que faz com que a PMD não aumente linearmente com a distância. De facto, devido a rotação aleatória dos eixos de polarização, a PMD de uma secção pode ser subtraída ou adicionada à da secção anterior. Originando que num troço de fibra suficientemente grande, igual ou superior às dezenas de quilómetro, a PMD aumente com a raiz quadrada da distância, sendo por isso usualmente expressa em  $\text{ps} / \sqrt{\text{km}}$  [14].

No âmbito deste trabalho, considerámos a birrefringência como o resultado de imperfeições ou perturbações externas induzidas na fibra óptica. Porém, a birrefringência pode também ter origem na interacção do campo com a matéria, conforme é referenciado nos trabalhos [13] e [14], no entanto, de acordo com os referidos trabalhos, tal efeito é usualmente pequeno e não irá por isso ser tratado nesta tese.

## 2.4- Propriedades não lineares

O amplificador de fibra dopada de Érbio, veio possibilitar o surgimento de sistemas totalmente ópticos, de largas centenas de quilómetros, fazendo com que os efeitos não lineares da fibra óptica que eram negligenciáveis, para curtas distâncias e para os níveis de potência usados, assumissem um papel crucial no desempenho dos sistemas.

Os efeitos não lineares nas fibras ópticas de sílica, relevantes para os sistemas de comunicação que vamos analisar nesta tese, podem ser classificados em duas categorias: os efeitos originados pela não linearidade do índice de refração e os originados pela difusão estimulada. Os primeiros manifestam-se por uma variação da

fase em função da potência óptica, e os segundos dão origem ao aparecimento de ganhos e perdas ópticas dependentes da intensidade do campo.

### 2.4.1- Índice de refração não linear

A resposta de qualquer meio dieléctrico à presença de um campo electromagnético torna-se não linear para elevados valores da intensidade do campo, o mesmo sucede nas fibras ópticas. Como resultado o vector polarização induzida  $\mathbf{P}$ , não varia linearmente com o campo eléctrico  $\mathbf{E}$ , e pode ser aproximado pela relação seguinte

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \cdot \{ \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} + \chi^{(2)} \cdot \mathbf{E}\mathbf{E} + \chi^{(3)} \cdot \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} + \dots \} \quad (2.24)$$

onde  $\epsilon_0$  é a permissividade do vácuo e  $\chi^{(d)}$  ( $d=1, 2, 3, \dots$ ) é a susceptibilidade eléctrica de ordem  $d$ . De modo a incluir o efeito da polarização do campo eléctrico,  $\chi^{(d)}$  é um tensor de ordem  $d+1$ . A susceptibilidade de primeira ordem  $\chi^{(1)}$ , é a contribuição principal para o vector polarização. Os seus efeitos são incluídos através do índice de refração linear  $n$  e do coeficiente de atenuação  $\alpha$ . O parâmetro da susceptibilidade de segunda ordem  $\chi^{(2)}$  é responsável pela geração de harmónicos de segunda ordem. No entanto, devido à simetria das moléculas de sílica, a susceptibilidade de segunda ordem é desprezável nas fibras ópticas actuais. Assim os efeitos não lineares, de menor ordem, são originados pela susceptibilidade de terceira ordem.

O facto do vector polarização induzida  $\mathbf{P}$ , não variar linearmente com o campo eléctrico, faz com que o índice de refração para além de variar com a frequência, varie também com a intensidade do campo. É por isso usual escrever-se o índice de refração como a soma de duas componentes, uma que varia com a frequência, que como vimos anteriormente dá origem à dispersão e que designámos por índice de refração linear, e outra que varia com a intensidade do campo, que é usualmente designada por componente não linear do índice de refração, e que dá origem a fenómenos como o SPM, o CPM e o FWM. À constante de proporcionalidade, entre a intensidade do campo e a componente não linear do índice de refração, dá-se o nome de índice de refração não linear.

### 2.4.1.1 - Auto modulação de fase - SPM

No caso das fibras ópticas de sílica e para comprimentos de onda compreendidos entre os 500 e os 2000 nm o vector polarização induzida, expressão 2.24, pode ser escrito da seguinte forma [1]

$$\mathbf{P} = \mathbf{P}_L + \mathbf{P}_{NL} \quad (2.25)$$

com

$$\mathbf{P}_L = \epsilon_0 \cdot \chi^{(1)} \cdot \mathbf{E} \quad (2.26)$$

e

$$\mathbf{P}_{NL} = \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)} \cdot \mathbf{E}\mathbf{E}\mathbf{E} \quad (2.27)$$

em que  $|\mathbf{P}_{NL}| \ll |\mathbf{P}_L|$ .

Assumindo que a resposta não linear é instantânea e que o campo eléctrico está linearmente polarizado, obtemos para a componente não linear do vector polarização o seguinte valor

$$P_{NL} = \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)} \cdot E^3 \quad (2.28)$$

É importante contudo notar que a susceptibilidade eléctrica de ordem três que aparece na expressão (2.28) é uma grandeza escalar, que relaciona o valor do vector polarização induzida com o valor do vector campo eléctrico quando as polarizações são coincidentes. Ou seja, em rigor  $\chi^{(3)}$  que aparece na expressão (2.28) é uma componente do tensor susceptibilidade eléctrica de ordem quatro, que aparece na expressão (2.27). Em alguma literatura especializada esta componente é designada por  $\chi_{xxxx}^{(3)}$ , ver por exemplo [1].

Voltando à expressão (2.28) e assumindo que o campo eléctrico pode ser descrito por uma função do tipo  $|E| \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$  obtemos

$$P_{NL} = \frac{\epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |E|^3 \cdot \cos(3 \cdot \omega_0 \cdot t) + \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |E|^3 \cdot \cos(\omega_0 \cdot t) \quad (2.29)$$

atendendo a que  $\{\cos(\omega_0 \cdot t)\}^3 = \frac{1}{4} \cdot \cos(3 \cdot \omega_0 \cdot t) + \frac{3}{4} \cdot \cos(\omega_0 \cdot t)$ .

A primeira parcela do segundo termo da expressão (2.29) pode levar à geração de sinal na terceira harmónica. Porém em sistemas de comunicação ópticos, as componentes a frequências múltiplas da frequência óptica são filtradas pela largura de banda do sistema. Iremos pois considerar apenas a segunda parcela da equação (2.29), que faz com que o índice de refração varie com a intensidade do campo eléctrico.

A equação (2.29) pode então ser escrita na forma seguinte

$$\mathbf{P}_{NL} = \epsilon_0 \cdot \epsilon_{NL} \cdot \mathbf{E} \quad (2.30)$$

onde  $\epsilon_{NL}$  é a permissividade relativa não linear dada por

$$\epsilon_{NL} = \frac{3 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |\mathbf{E}|^2 \quad (2.31)$$

A partir das equações de Maxwell, para um meio dieléctrico sem cargas nem correntes eléctricas e não magnético, e tendo em consideração (2.25), podemos obter a equação de onda

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_L}{\partial t^2} + \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{NL}}{\partial t^2} \quad (2.32)$$

em que  $\mu_0$  é a permeabilidade magnética do vazio.

Considerando o campo eléctrico linearmente polarizado e as não linearidades como uma pequena perturbação, e assumindo que  $\epsilon_{NL}$  é constante, podemos escrever a equação (2.32) no domínio da frequência

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \epsilon(\omega) \cdot k_0^2 \cdot \mathbf{E} = 0 \quad (2.33)$$

onde

$$\epsilon(\omega) = 1 + \chi^{(1)} + \epsilon_{NL} \quad (2.34)$$

e  $k_0$  é a constante de propagação no vazio dada por  $2\pi / \lambda$ .

Atendendo a que a permissividade eléctrica relativa pode ser definida como [1]

$$\epsilon(\omega) = \left( n_{\text{eff}} + i \cdot \frac{\alpha_{\text{eff}} \cdot c}{2 \cdot \omega} \right)^2 \quad (2.35)$$

em que  $n_{\text{eff}}$  e  $\alpha_{\text{eff}}$  são respectivamente o índice de refração efectivo e o coeficiente de atenuação efectivo, dados por

$$n_{\text{eff}} = n + n_2 \cdot |E|^2 \quad (2.36)$$

e

$$\alpha_{\text{eff}} = \alpha + \alpha_2 \cdot |E|^2 \quad (2.37)$$

Igualando a parte real e imaginária das expressões (2.34) e (2.35) e tendo em consideração as expressões (2.36) e (2.37), obtemos

$$n(\omega) \approx 1 + \frac{1}{2} \text{Re}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (2.38)$$

$$n_2 \approx \frac{3}{8 \cdot n} \text{Re}[\chi^{(3)}] \quad (2.39)$$

$$\alpha(\omega) \approx \frac{\omega}{n \cdot c} \text{Im}[\chi^{(1)}(\omega)] \quad (2.40)$$

$$\alpha_2 \approx \frac{3 \cdot \omega}{4 \cdot n \cdot c} \text{Im}[\chi^{(3)}] \quad (2.41)$$

A parte linear do índice de refração e da atenuação são dadas pelas expressões (2.38) e (2.40) e o coeficiente não linear pelas expressões (2.39) e (2.41). Notemos que a frequência angular aparece como argumento da susceptibilidade eléctrica de primeira ordem, de modo a tornar explícita a sua dependência com a frequência.

No tratamento dos efeitos não lineares nas fibras ópticas de sílica são, usualmente, consideradas duas aproximações. Uma é desprezar a parte imaginária da susceptibilidade eléctrica de terceira ordem, ou seja considerar  $\alpha_2$  nulo, a outra é considerar que a resposta não linear é instantânea, ou seja considerar que a susceptibilidade eléctrica não linear de terceira ordem é independente da frequência [1]. Para os sinais ópticos usados nos sistemas de comunicação estudados nesta tese estas aproximações são usualmente válidas, no entanto quando são estudados sistemas



muito longos, da ordem das dezenas de milhares de quilómetros, a operarem com impulsos muito estreitos, da ordem de poucos picosegundos, estas aproximações deixam de ser válidas. Por agora vamos considerar estas aproximações como válidas e vamos voltar à equação (2.33).

A equação (2.33) pode ser resolvida usando o método da separação das variáveis [15], no domínio da frequência, assumindo uma solução da forma

$$E(x, y, z, \omega - \omega_0) = F(x, y) \cdot A(z, \omega - \omega_0) \cdot \exp(i \cdot \beta_0 \cdot z) \quad (2.42)$$

Substituindo (2.42) em (2.33), obtém-se o seguinte par de equações diferenciais

$$\frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F(x, y)}{\partial y^2} + \left[ \epsilon(\omega) \cdot k_0^2 - \beta_{\text{eff}}^2 \right] \cdot F(x, y) = 0 \quad (2.43)$$

$$2 \cdot i \cdot \beta_0 \cdot \frac{\partial A(z, \omega - \omega_0)}{\partial z} + (\beta_{\text{eff}}^2 - \beta_0^2) \cdot A(z, \omega - \omega_0) = 0 \quad (2.44)$$

em que se desprezou a segunda derivada de  $A(z, \omega - \omega_0)$  em ordem a  $z$ , pois assumiu-se que  $A(z, \omega - \omega_0)$  é uma função que varia lentamente com  $z$ . Notemos que a aplicação do método da separação das variáveis introduziu nas equações (2.43) e (2.44) uma constante  $\beta_{\text{eff}}$ , que será determinada tendo em consideração a continuidade do campo eléctrico na transição entre o núcleo e a bainha.

A distribuição transversal do campo é obtida da resolução da equação (2.43). Considerando  $\epsilon(\omega) \approx n^2(\omega)$ , ou seja desprezando a atenuação e a componente não linear do índice de refração na expressão (2.35), e tendo em consideração as condições fronteira para uma fibra óptica, chegamos à conclusão, ver referência [1] e [16], que a função  $F(x, y)$  no interior do núcleo assume a forma de uma função de Bessel e na bainha a de uma função de Bessel modificada. No caso de fibras monomodo, que são aquelas que nos interessam no âmbito desta tese, a função  $F(x, y)$  é frequentemente aproximada por uma função gaussiana [1]. Notemos que ao resolvermos a equação (2.43) obtemos a função  $F(x, y)$  e a respectiva constante de propagação  $\beta_{\text{eff}}$ .

A inclusão da atenuação e do índice de refração não linear, na resolução da equação (2.43), não afecta significativamente a distribuição transversal do campo eléctrico, porém a constante de propagação vem dada por [1]

$$\beta_{\text{eff}} = \beta + \Delta\beta \quad (2.45)$$

quando anteriormente era dada por  $\beta_{\text{eff}} = \beta$  e onde  $\beta$  é a constante de propagação linear dada pela expressão (2.2) e

$$\Delta\beta = \frac{k_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \Delta n \cdot |F(x, y)|^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy} \quad (2.46)$$

com

$$\Delta n = n_2 \cdot |E|^2 + i \cdot \frac{\alpha}{2 \cdot k_0} \quad (2.47)$$

Obtida a distribuição transversal do modo fundamental e a constante de propagação, podemos resolver a equação (2.44) de modo a obtermos a variação da envolvente do campo eléctrico com a distância de propagação.

Fazendo a aproximação  $\beta_{\text{eff}}^2 - \beta_0^2 \approx 2 \cdot \beta_0 \cdot (\beta_{\text{eff}} - \beta_0)$ , podemos rescrever (2.44) da forma seguinte [1]

$$\frac{\partial A(z, \omega - \omega_0)}{\partial z} = i \cdot [\beta + \Delta\beta - \beta_0] \cdot A(z, \omega - \omega_0) \quad (2.48)$$

Substituindo (2.2) em (2.48), e aplicando a transformada inversa de Fourier para voltarmos a operar no domínio do tempo obtemos a expressão (2.49). Notemos que ao aplicarmos a transformada inversa de Fourier  $\omega - \omega_0$  é substituído pelo operador diferencial  $i(\partial/\partial t)$ .

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2} \cdot \beta_2 \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{1}{6} \cdot \beta_3 \cdot \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + i \cdot \Delta\beta \cdot A \quad (2.49)$$

O termo  $\Delta\beta$  inclui os efeitos não lineares e a atenuação óptica. Atendendo às expressões (2.46) e (2.47), podemos rescrever (2.49) da forma seguinte

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \dots - \frac{\alpha}{2} \cdot A + i \cdot \frac{\omega_0 \cdot n_2}{c \cdot A_{\text{eff}}} \cdot |A|^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \cdot A \quad (2.50)$$

em que só aparecem de forma explicita os termos resultantes da expansão da última parcela de (2.49) e onde a área efectiva  $A_{\text{eff}}$  é dada por

$$A_{\text{eff}} = \frac{\left( \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \right)^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^4 dx dy} \quad (2.51)$$

De acordo com a expressão (2.36) e porque o índice de refração é uma grandeza adimensional temos que o índice de refração não linear  $n_2$ , vem expresso em  $\text{m}^2/\text{V}^2$ . No entanto, é usual definir-se o índice de refração não linear em  $\text{m}^2/\text{W}^2$ , rescrevendo-se para tal a expressão (2.36) na forma seguinte

$$n_{\text{eff}} = n + n_2^I \cdot I \quad (2.52)$$

Notemos que o 'novo' índice de refração não linear  $n_2^I$ , relaciona o índice de refração efectivo com a intensidade do campo. Atendendo que a intensidade do campo é dada por [1]

$$I = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot |E|^2 \quad (2.53)$$

temos, igualando (2.36) e (2.52),

$$n_2 = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot n_2^I \quad (2.54)$$

Substituindo (2.54) em (2.50) obtemos

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \dots - \frac{\alpha}{2} \cdot A + i \cdot \gamma \cdot \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot |A|^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \cdot A \quad (2.55)$$

em que o coeficiente não linear  $\gamma$ , é dado por

$$\gamma = \frac{\omega_0 \cdot n_2^I}{c \cdot A_{\text{eff}}} \quad (2.56)$$

e cujas unidades são  $\text{W}^{-1}\text{m}^{-1}$ .

Atendendo a que a potência óptica é dada por [1]

$$P(z, t) = \frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot |A(z, t)|^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy \quad (2.57)$$

podemos rescrever (2.55) da forma seguinte

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \dots - \frac{\alpha}{2} \cdot A + i \cdot \gamma \cdot P(z, t) \cdot A \quad (2.58)$$

Uma normalização frequentemente usada e que adoptaremos nesta tese, é definir o campo eléctrico de tal modo que  $P(z, t) = |A(z, t)|^2$ , ou seja definir  $F(x, y)$  de tal modo que

$$\frac{1}{2} \cdot \epsilon_0 \cdot n \cdot c \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(x, y)|^2 dx dy = 1 \quad (2.59)$$

Definindo o campo eléctrico deste modo podemos rescrever finalmente a equação (2.58) na forma seguinte

$$\frac{\partial A}{\partial z} = -\beta_1 \cdot \frac{\partial A}{\partial t} - \frac{i}{2} \cdot \beta_2 \cdot \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} + \frac{1}{6} \cdot \beta_3 \cdot \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} - \frac{\alpha}{2} \cdot A + i \cdot \gamma \cdot |A|^2 \cdot A \quad (2.60)$$

Da equação (2.58) podemos constatar que o coeficiente não linear introduz uma variação na fase do campo dependente da potência do próprio campo. Ou seja, durante a propagação o campo eléctrico adquire um desvio de fase não linear dado por

$$\phi_{NL}(z, t) = \gamma \cdot P(z, t) \cdot z \quad (2.61)$$

Este fenómeno é designado por auto modulação de fase e no caso da propagação de impulsos, origina uma variação da frequência instantânea ao longo dos impulsos. Atendendo a que o pico de cada impulso acumula fase mais rapidamente do que as caudas dos impulsos, conforme pode ser observado na figura 2.6.

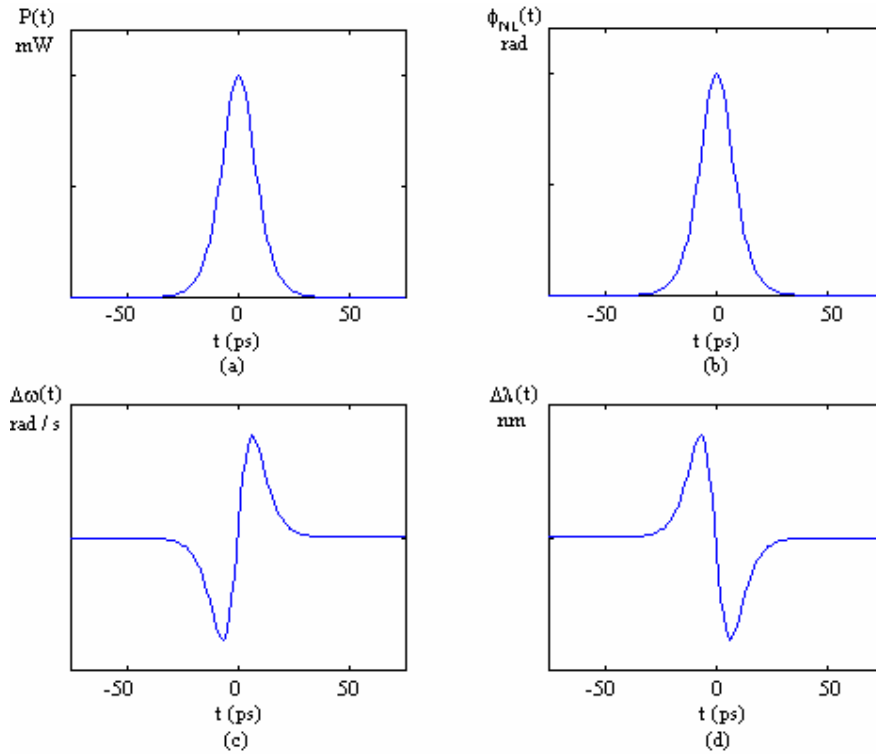


Figura 2.6 - a) Impulso da forma  $\text{sech}^2(t)$ ; b) Variação de fase não linear; c) Variação da frequência instantânea, notemos que a frequência instantânea é dada pelo simétrico da derivada da fase em ordem ao tempo d) A variação da frequência instantânea é tal que faz com que na parte da frente do impulso o comprimento de onda aumente e na cauda diminua relativamente ao comprimento de onda central.

A variação do comprimento de onda ao longo do impulso, introduzido pelo SPM, faz com que no regime de dispersão normal,  $D$  negativo, a parte da frente do impulso, correspondente ao comprimento de onda mais elevado, se propague mais rapidamente que a parte de trás, correspondente ao comprimento de onda mais baixo, originando um alargamento dos impulsos.

No regime de dispersão anómala,  $D$  positivo, a parte de trás do impulso propaga-se mais rapidamente originando uma compressão inicial do impulso.

Como veremos, é possível no regime de dispersão anómala atingir uma situação de equilíbrio, em que o impulso propaga-se mantendo inalterada a sua forma. Esta situação é atingida com impulsos da forma secante hiperbólica, para um dado nível de potência de pico. A estes impulsos dá-se o nome de solitões.

#### 2.4.1.2- Modulação cruzada de fase - CPM

O CPM é a variação de fase não linear, sofrido por um dado campo óptico, provocado pela presença de outros campos propagando-se na mesma fibra, noutros comprimentos de onda ou polarizados ortogonalmente. Este efeito acontece porque o índice de refração efectivo depende da intensidade do próprio campo, como observamos na secção anterior, mas também da intensidade de outros campos propagando-se no mesmo meio.

##### 2.4.1.2.1- Entre canais com diferentes comprimentos de onda

Se considerarmos dois canais, com diferentes comprimentos de onda a propagarem-se numa mesma fibra, o campo eléctrico resultante, a menos da distribuição transversal do modo de propagação, pode ser descrito pela expressão seguinte

$$E(z,t) = |A_1| \cdot \cos(\beta_{0,1} \cdot z - \omega_1 \cdot t + \phi_1) + |A_2| \cdot \cos(\beta_{0,2} \cdot z - \omega_2 \cdot t + \phi_2) \quad (2.62)$$

em que  $\omega_1$ ,  $\phi_1$ ,  $\beta_{0,1}$  e  $\omega_2$ ,  $\phi_2$ ,  $\beta_{0,2}$  são, respectivamente, a frequência angular da portadora óptica, a fase e a constante de propagação, calculada à frequência da portadora, de cada um dos canais ópticos.

Substituindo (2.62) na expressão (2.28), desprezando as contribuições para o vector polarização resultantes das somas das frequências, por estarem fora da banda óptica de trabalho, obtemos para a componente não linear do vector polarização induzida a seguinte expressão

$$P_{NL} = P_{NL}(\omega_1) + P_{NL}(\omega_2) + P_{NL}(2 \cdot \omega_1 - \omega_2) + P_{NL}(2 \cdot \omega_2 - \omega_1) \quad (2.63)$$

com

$$P_{NL}(\omega_1) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \left\{ |A_1|^2 + 2 \cdot |A_2|^2 \right\} \cdot |A_1| \cdot \cos(\beta_{0,1} \cdot z - \omega_1 \cdot t + \phi_1) \quad (2.64)$$

$$P_{NL}(\omega_2) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \left\{ |A_2|^2 + 2 \cdot |A_1|^2 \right\} \cdot |A_2| \cdot \cos(\beta_{0,2} \cdot z - \omega_2 \cdot t + \phi_2) \quad (2.65)$$

$$P_{NL}(2 \cdot \omega_1 - \omega_2) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |A_1| \cdot |A_2| \cdot |A_1| \cdot \cos((2 \cdot \beta_{0,1} - \beta_{0,2}) \cdot z - (2 \cdot \omega_1 - \omega_2) \cdot t + 2\phi_1 - \phi_2) \quad (2.66)$$

$$P_{NL}(2 \cdot \omega_2 - \omega_1) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot |A_2| \cdot |A_1| \cdot |A_2| \cdot \cos((2 \cdot \beta_{0,2} - \beta_{0,1}) \cdot z - (2 \cdot \omega_2 - \omega_1) \cdot t + 2\phi_2 - \phi_1) \quad (2.67)$$

O vector polarização tem componentes em cada uma das frequências dos respectivos campos eléctricos,  $\omega_1$  e  $\omega_2$ , expressões (2.64) e (2.65), e ainda em duas novas frequências,  $2 \cdot \omega_1 - \omega_2$  e  $2 \cdot \omega_2 - \omega_1$ , expressões (2.66) e (2.67).

As componentes às novas frequências,  $2 \cdot \omega_1 - \omega_2$  e  $2 \cdot \omega_2 - \omega_1$ , resultam do FWM que será discutido em detalhe na secção seguinte. As componentes em  $\omega_1$  e  $\omega_2$  tem duas contribuições, uma proporcional à potência do próprio campo, que origina o SPM e outra proporcional a duas vezes a potência do outro campo que se está a propagar na fibra. Esta componente proporcional a duas vezes a potência do outro campo é responsável pelo CPM.

Os dois fenómenos, SPM e CPM, originam uma variação de fase não linear dos respectivos campos eléctricos dada por

$$\phi_{NL,1}(z, t) = \gamma \cdot P_1(z, t) \cdot z + 2 \cdot \gamma \cdot P_2(z, t) \cdot z \quad (2.68)$$

$$\phi_{NL,2}(z, t) = \gamma \cdot P_2(z, t) \cdot z + 2 \cdot \gamma \cdot P_1(z, t) \cdot z \quad (2.69)$$

onde  $P_1(z, t)$  e  $P_2(z, t)$  representam a potência óptica, respectivamente, do canal 1 e 2, ao longo do tempo e durante a propagação.

Uma característica importante do CPM é que para uma mesma intensidade óptica, a contribuição para a variação de fase não linear dada pelo CPM é dupla da dada pelo SPM.

Notemos no entanto que, no caso de sinais com diferentes comprimentos de onda, os dois sinais ópticos não se propagam, geralmente, à mesma velocidade, fazendo com que o CPM só seja efectivo quando os impulsos se cruzam, reduzindo na prática a importância do CPM [7].

#### 2.4.1.2.2- Entre canais ortogonalmente polarizados

O vector campo eléctrico resultante da propagação de dois canais ortogonais pode ser descrito, a menos da distribuição transversal do modo de propagação, pela expressão

$$\mathbf{E}(z,t) = \mathbf{x} \cdot |A_x| \cdot \cos(\beta_{0,x} \cdot z - \omega_0 \cdot t + \phi_x) + \mathbf{y} \cdot |A_y| \cdot \cos(\beta_{0,y} \cdot z - \omega_0 \cdot t + \phi_y) \quad (2.70)$$

em que  $\omega_0$  é a frequência angular da portadora óptica,  $\phi_x$ ,  $\beta_{0,x}$  e  $\phi_y$ ,  $\beta_{0,y}$  são, respectivamente, a fase e constante de propagação, calculada à frequência a portadora, de cada um dos canais ópticos polarizados ortogonalmente,  $\mathbf{x}$  e  $\mathbf{y}$  são vectores unitários ortogonais orientados, respectivamente, segundo o eixo dos x e dos y.

Atendendo à expressão (2.27) e desprezando as contribuições resultantes do FWM, obtemos os seguintes valores para as componentes do vector polarização segundo os dois eixos ortogonais [1]

$$P_{NL,x}(\omega_0) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot \left\{ |A_x|^2 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot |A_y|^2 \right\} \cdot |A_x| \cdot \cos(\beta_{0,x} \cdot z - \omega_0 \cdot t + \phi_x) \quad (2.71)$$

$$P_{NL,y}(\omega_0) = \frac{3 \cdot \epsilon_0 \cdot \chi^{(3)}}{4} \cdot \left\{ |A_y|^2 + \frac{1}{3} \cdot 2 \cdot |A_x|^2 \right\} \cdot |A_y| \cdot \cos(\beta_{0,y} \cdot z - \omega_0 \cdot t + \phi_y) \quad (2.72)$$

Resultando numa variação de fase não linear para cada um dos canais ortogonais dada por

$$\phi_{NL,x}(z,t) = \gamma \cdot P_x(z,t) \cdot z + \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot P_y(z,t) \cdot z \quad (2.73)$$

$$\phi_{NL,y}(z,t) = \gamma \cdot P_y(z,t) \cdot z + \frac{2}{3} \cdot \gamma \cdot P_x(z,t) \cdot z \quad (2.74)$$



onde  $P_x(z,t)$  e  $P_y(z,t)$  representam a potência óptica, de cada um dos canais ortogonais, ao longo do tempo e durante a propagação.

Uma particularidade interessante é que o CPM entre canais ortogonais é menos efectivo que o CPM entre canais com diferentes comprimentos de onda, pois no caso de canais ortogonais o factor na expressão da variação de fase não linear é de  $2/3$ , ver expressões (2.73) e (2.74), e no caso de diferentes comprimentos de onda o factor é de 2, ver expressões (2.68) e (2.69).

Isto acontece porque nas fibras ópticas de sílica a componente da susceptibilidade eléctrica não linear de terceira ordem, que relacionada o vector polarização induzida com o campo eléctrico, quando este está distribuído por duas polarizações ortogonais, vale  $1/3$  do valor da componente da susceptibilidade eléctrica não linear de terceira ordem para o caso de polarizações coincidentes [1, 17].

#### 2.4.1.3 - Mistura de quatro ondas - FWM

A susceptibilidade de terceira ordem origina duas classes de efeitos não lineares. Por um lado, o SPM e o CPM pertencem a uma classe que é caracterizada pela modulação da fase devido à intensidade do campo óptico. Por outro lado o FWM pertence a uma classe diferente em que se verifica a troca de energia entre frequências, com a possível geração de novas frequências, como resultado do batimento dos diferentes canais.

Quando canais com diferentes frequências interagem devido à susceptibilidade eléctrica de terceira ordem, dão origem ao aparecimento de novos sinais ópticos, correspondentes ao batimento das frequências três a três, e cujas frequências na banda de trabalho são

$$\omega_{ijk} = \omega_i + \omega_j - \omega_k \quad (2.75)$$

considerando-se todas as diferentes combinações de frequências.

Na secção 2.4.1.2.1, observámos o FWM, com apenas duas frequências distintas, dando origem a duas novas frequências,  $2\cdot\omega_1 - \omega_2$  e  $2\cdot\omega_2 - \omega_1$ . Normalmente, o FWM é pouco eficaz devido à falta de sincronismo de fase, no entanto em sistemas

com muitos canais e muito longos pode assumir um efeito crítico para o desempenho do sistema.

Em sistemas WDM o FWM acontece para todas as combinações diferentes de três canais. Num sistema com apenas dez canais são geradas centenas de novas frequências devido ao FWM, contudo um número considerável destas frequências é gerada fora da banda usada para a transmissão dos canais ópticos, podendo por isso ser removida. No entanto, algumas destas novas frequências sobrepõem-se aos sinais já existentes, originando perdas de desempenho em alguns dos canais ópticos.

O FWM requer a sincronização de fase de modo a ser eficiente. Porém, no caso de sistemas WDM com canais igualmente espaçados e dispersão cromática reduzida, a sincronização de fase é facilmente conseguida e muitas das novas frequências geradas sobrepõem-se a canais já existentes, tornando o FWM um fenómeno crítico. Para minorar o impacto do FWM em sistemas WDM é frequentemente exigido um nível de dispersão residual que vai provocar o desfaseamento de fase entre os vários canais e assim tornar menos eficiente este fenómeno.

#### **2.4.2- Difusão não elástica estimulada**

Os efeitos não lineares governados pela parte real da susceptibilidade de terceira ordem  $\chi^{(3)}$ , são elásticos no sentido que não há transferência de energia para o meio dielétrico. Uma outra classe de efeitos não lineares resulta do campo óptico transferir parte da sua energia para o meio dielétrico. No caso da fibra, esta transferência de energia consiste na excitação de modos vibracionais da sílica. O quantum de energia para o movimento vibracional de uma rede cristalina é o fonão, de modo semelhante ao fotão para a energia electromagnética.

Dois efeitos não lineares importantes na fibra óptica pertencem a esta categoria: a difusão estimulada de Brillouin (SBS - **S**timulated **B**rilllouin **S**cattering), e a difusão estimulada de Raman (SRS - **S**timulated **R**aman **S**cattering), ambos com origem na interacção com os modos vibracionais da sílica. Do ponto de vista quântico, em ambos os casos, um fotão do campo incidente é aniquilado para dar origem a outro

fotão com uma menor energia, e logo menor frequência óptica chamada de frequência de Stokes, e a um fonão de modo a assegurar a conservação de energia e do momento.

O SBS e o SRS, embora tendo a mesma origem, têm uma diferença fundamental que consiste na participação de fonões acústicos no SBS e fonões ópticos no SRS. Este facto origina diferenças substanciais entre eles.

#### 2.4.2.1 - Difusão estimulada de Brillouin - SBS

Se o campo electromagnético que se propaga numa fibra óptica for suficientemente intenso, pode acontecer a chamada difusão estimulada de Brillouin. Neste caso o campo electromagnético, origina flutuações na densidade do material através da criação de um campo acústico. Este processo é conseguida através da absorção pelo meio de um fotão óptico e criação de outro fotão, à frequência de Stokes que se propaga na direcção oposta ao campo incidente, e de um fonão acústico, com uma energia e momento tal de modo a garantir a conservação da energia e dos momentos, conforme é mostrado na figura 2.7.

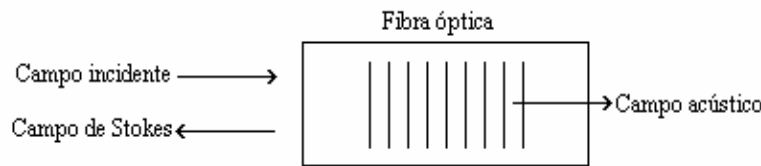


Figura 2.7 - Difusão estimulada de Brillouin.

O desvio de frequência entre o campo incidente e o campo de Stokes é dado pela expressão

$$\Delta f_B = \frac{2 \cdot n \cdot v_A}{\lambda} \quad (2.76)$$

onde  $n$  é o índice de refração, que assume um valor próximo de 1.45 nas fibras de sílica,  $v_A$  é a velocidade de propagação do campo acústico, que é aproximadamente 5.96 km/s, e  $\lambda$  é o comprimento de onda do campo incidente [1]. Para uma fibra normal e um campo incidente com o comprimento de onda de 1550 nm, obtemos um desvio de frequência de aproximadamente 11.15 GHz.

O nível de potência óptica incidente necessária para iniciar o processo de difusão estimulada de Brillouin é dado pela expressão seguinte [18]

$$P_{th,B} = \frac{42 \cdot A_{eff}}{g_B \cdot L_{eff}} \cdot \left(1 + \frac{\Delta S}{\Delta B}\right) \quad (2.77)$$

onde  $A_{eff}$  é a área efectiva,  $g_B$  é o ganho de Brillouin, que em fibras de sílica assume um valor próximo de  $5 \times 10^{-11}$  m/W,  $\Delta S$  é a largura espectral da fonte,  $\Delta B$  é a largura de banda do processo de Brillouin, que é da ordem dos 20 MHz para uma fonte centrada nos 1550 nm,  $L_{eff}$  é o comprimento não linear efectivo dado pela expressão

$$L_{eff} = \frac{1 - e^{-\alpha \cdot L_T}}{\alpha} \quad (2.78)$$

onde  $L_T$  é o comprimento da fibra e  $\alpha$  é o coeficiente de atenuação.

A difusão estimulada de Brillouin limita a máxima potência que é possível transmitir através de uma fibra óptica. Este limite é colocado pela expressão (2.77), que nos dá o limiar a partir do qual se verifica a difusão estimulada. Quando a potência transmitida numa fibra excede o limiar de Brillouin, uma parte significativa dela é convertida na radiação de Stokes e passa a propagar-se no sentido contrário, o que constitui um facto duplamente indesejável. Antes de mais, porque a potência do sinal no receptor é inferior à que existiria na ausência de difusão estimulada de Brillouin, depois porque o campo de Stokes constitui uma realimentação externa para o laser emissor, o que pode perturbar o seu funcionamento.

Pela expressão (2.77), podemos no entanto observar que o limiar de Brillouin é directamente dependente da largura espectral da fonte. De facto, este limiar pode ser da ordem dos miliwatt para um laser a funcionar em modo contínuo, mas pode ser largamente aumentado alargando a largura espectral da fonte.

Em sistemas de intensidade modulada, com impulsos mais estreitos do que algumas centenas de picosegundos, a largura espectral da fonte é usualmente suficientemente para tornar o efeito de Brillouin desprezável. O efeito de Brillouin pode ainda ser reduzido, sobrepondo um sinal sinusoidal de baixa frequência à

corrente de polarização do laser emissor, alargando assim artificialmente a largura espectral da fonte [18].

#### 2.4.2.1.1 - Montagem experimental

Com o objectivo de procedermos à medição do limiar de Brillouin usámos a montagem laboratorial da figura 2.8.

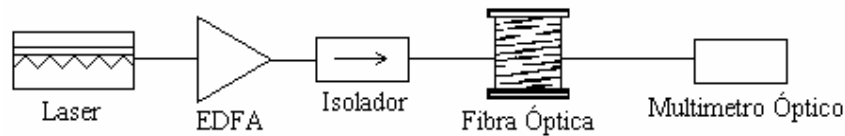


Figura 2.8 – Montagem utilizada para a medição do limiar de Brillouin. O comprimento da fibra são 20 km.

O laser, do tipo semiconductor com comprimento de onda central nos 1550 nm e tendo sido fabricado pela empresa Ortel, foi colocado inicialmente a funcionar em contínuo, apresentando uma largura espectral de 10 MHz, posteriormente foi modulado com uma onda quadrada de 1 GHz, apresentando uma largura espectral de 14.9 GHz. Em ambos os casos, usando o controlo de ganho do EDFA, fomos aumentando a potência injectada na fibra obtendo os resultados apresentados na figura 2.9, para a potência de saída em função da potência de entrada. Com estes dois ensaios podemos verificar a dependência do limiar de Brillouin da largura espectral da fonte.

Conforme podemos observar na figura 2.9, para a largura espectral de 10 MHz o limiar de Brillouin é de aproximadamente 7 mW. O que está de acordo com a expressão (2.77), notemos que calculando o limiar teoricamente obtemos o valor de 7.7 mW, supondo uma atenuação de 0.2 dB/km e uma  $A_{\text{eff}}$  de  $80 \mu\text{m}^2$ .

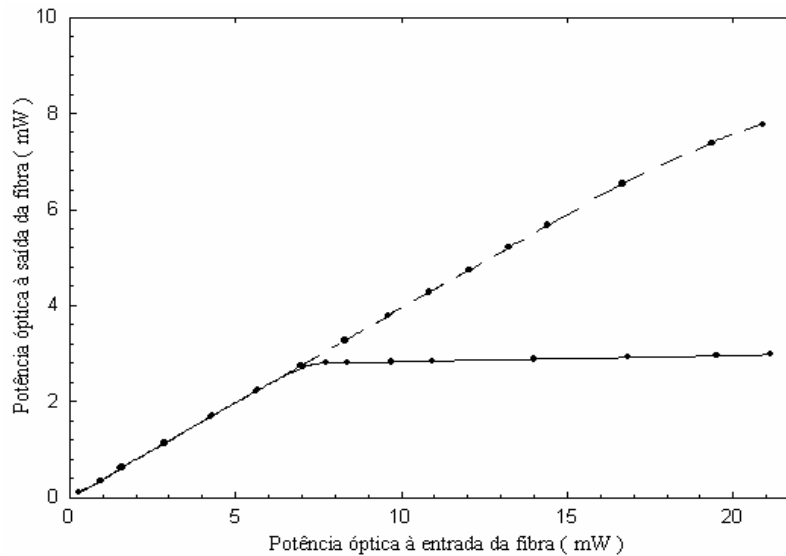


Figura 2.9 - A cheio apresentamos a curva para a largura espectral da fonte de 14.9 GHz e a tracejado o resultado obtido com a largura espectral de 10 MHz.

O limiar para a largura espectral de 14.9 GHz deve ser 500 vezes superior, ou seja da ordem dos 3.5 W, um valor muito superior aos valor de potência, tipicamente, usados em sistemas de comunicação ópticos.

De modo a medirmos o desvio de frequência do campo de Stokes, ou seja, da potência reflectida, alterámos a nossa montagem de acordo com a figura 2.10. Notemos que no fotodetector temos dois sinais, um vindo directamente do emissor, com uma frequência central  $f_0$ , e outro proveniente da fibra, resultante da difusão estimulada de Brillouin e com uma frequência central  $f_0 - \Delta f_B$ , em que  $\Delta f_B$  é o desvio de frequência angular do campo de Stokes. O batimento destes dois sinais no fotodetector vai originar um sinal à frequência  $\Delta f_B$ , que pode ser visualizado usando um analisador de espectros eléctrico.

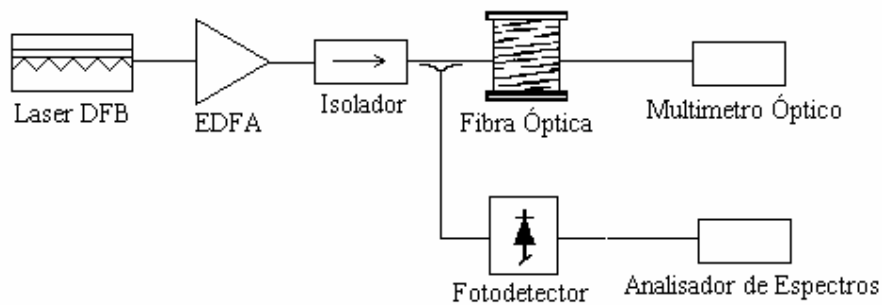


Figura 2.10 - Montagem utilizada para a medição do desvio de frequência de Brillouin.

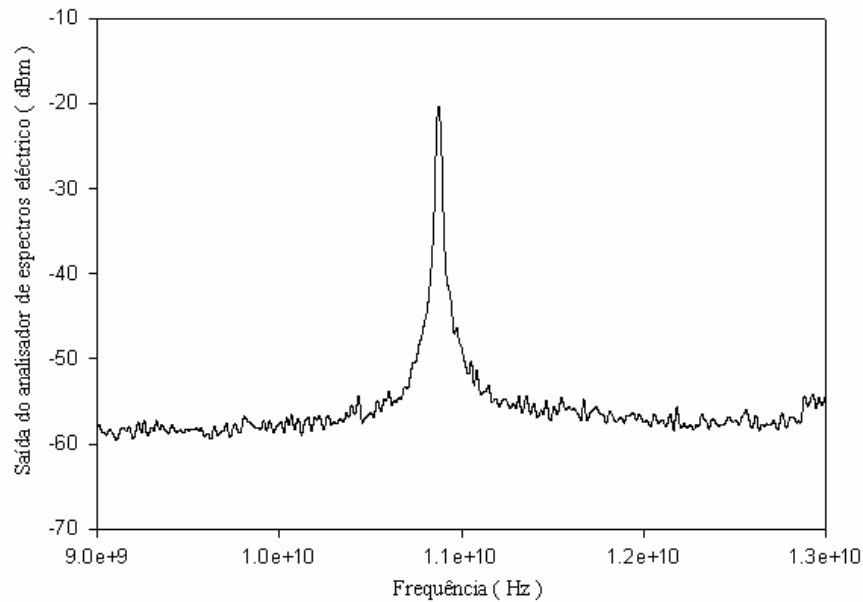


Figura 2.11 – Desvio da frequência óptica do campo de Stokes, resultante da difusão estimulada de Brillouin.

Usando o analisador de espectros eléctricos disponível no laboratório, um HP 8593E, conseguimos detectar o campo de Stokes com um desvio de frequência de 10.87 GHz, como é mostrado na figura 2.11, notemos que este valor está bastante próximo do valor teórico de 11.15 GHz, obtido com base na expressão (2.76).

#### 2.4.2.2 - Difusão estimulado de Raman - SRS

O processo de difusão estimulada de Raman é semelhante ao processo de Brillouin, sendo a função do fonão acústico desempenhada por um fonão óptico. Tal como o SBS o processo de SRS é um processo não linear com origem na interacção entre o campo incidente e vibrações ao nível molecular da sílica. O campo incidente sofre um processo de difusão e é parcialmente desviado para uma frequência inferior.

A difusão estimulada de Raman difere da de Brillouin na medida que o processo de Raman pode ocorrer quer no sentido da propagação do sinal quer no sentido contrário. Para além disso o processo de SRS apresenta um limiar bastante superior ao do SBS, da ordem dos 600 mW e uma largura de banda muito superior, da ordem dos 12 THz, apresentando um pico a uma frequência de 13 THz inferior à frequência do sinal de bombagem [19].

Ao contrário do processo de Brillouin, o processo de Raman praticamente nunca é conseguido nas fibras ópticas com um laser a funcionar no modo contínuo, devido ao menor limiar do SBS que impede que se atinja o limiar de SRS.

Em sistemas de canal único, grande parte da potência gerada pelo processo de Raman pode ser filtrada. No entanto, devido à largura de banda do processo de Raman, o seu efeito acumulado pode provocar uma transferência de energia dentro do impulso dos menores comprimentos de onda para os maiores.

Como veremos o efeito de Raman, provoca um auto desvio de frequência dos impulsos do tipo solitão no sentido das menores frequência. Este efeito pode ser crítico para sistemas de muito longa distância, como por exemplo sistemas transoceânicos, com solitões muito estreitos, tipicamente, inferiores às dezenas de picosegundos.

Em sistemas WDM, devido ao efeito da difusão estimulada de Raman, é possível que os canais de maior comprimento de onda sejam amplificados à custa dos de menor comprimento de onda, degradando assim o desempenho do sistema. Devido à sua largura de banda o efeito de Raman consegue provocar interferências entre canais afastados até 120 nm, assumindo assim um aspecto crítico no projecto de sistemas WDM de longa distância [17].

## **2.5- Modelo matemático**

Nesta secção iremos discutir alguns aspectos da equação da fibra, usada ao longo desta tese quer na simulação numérica quer em tratamentos analíticos. Esta equação permite modelizar a propagação de um campo electromagnético no interior de uma fibra óptica.

Apresentaremos um método numérico capaz de resolver a equação da fibra, fazendo ainda referência à ordem de grandeza dos diferentes parâmetros da fibra, relacionando-os sempre que possível com o conjunto de ensaios laboratoriais anteriormente apresentados.



### 2.5.1- Equação da fibra

De modo a descrever com exactidão a propagação de um impulso no interior da fibra óptica temos que incluir o efeito de Raman na equação (2.60), notemos que na derivação apresentada assumimos que a resposta não linear era instantânea. Caso não tivéssemos efectuado esta aproximação o termo de Raman iria aparecer naturalmente na equação da fibra, tornando no entanto a sua derivação bastante mais trabalhosa. Como no âmbito desta tese estamos mais interessados na modelização do canal óptico do que na explicação detalhada dos diferentes fenómenos físicos, remetemos para literatura específica a questão do termo de Raman [1], e vamos aqui apenas escrever a equação completa

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \beta_1 \frac{\partial A}{\partial t} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t^3} + \frac{\alpha}{2} A = i \cdot \gamma \cdot |A|^2 \cdot A - i \cdot \gamma \cdot T_R \cdot \frac{\partial |A|^2}{\partial t} \cdot A \quad (2.79)$$

onde o último termo do lado direito da equação (2.79) diz respeito ao auto desvio de frequência imposto pelo efeito de Raman. Embora esta equação permita modelizar a fibra óptica para todos os sistemas estudados nesta tese, deveremos ter em consideração que ela só é válida para impulsos com larguras temporais superiores a alguns picosegundos. Para impulsos com larguras temporais da ordem das centenas dos femtosegundos ou inferiores, algumas das aproximações efectuadas deixam de ser válidas, conforme é explicado na referência [1].

A equação (2.79) pode ser simplificada usando para origem da escala temporal um referencial que se move à velocidade de grupo dos impulsos, ou seja fazendo a seguinte transformação

$$t_g = t - z \cdot \beta_1 \quad (2.80)$$

Obtém-se então para a equação da fibra

$$\frac{\partial A}{\partial z} + \frac{i}{2} \beta_2 \frac{\partial^2 A}{\partial t_g^2} - \frac{1}{6} \beta_3 \frac{\partial^3 A}{\partial t_g^3} + \frac{\alpha}{2} A = i \cdot \gamma \cdot \left[ |A|^2 - T_R \frac{\partial |A|^2}{\partial t_g} \right] \cdot A \quad (2.81)$$

A utilização prática da equação (2.81) envolve algumas considerações. Desde logo a equação da fibra é uma equação diferencial não linear que não admite uma solução analítica, salvo para alguns casos pontuais. Sendo por isso, frequentemente, necessário recorrer a utilização da simulação numérica para estudarmos a propagação de um dado sinal no interior da fibra óptica.

Uma simplificação usualmente efectuada na equação (2.81) consiste em desprezar o termo de Raman, para impulsos mais largos do que os 10 ps em sistemas com comprimentos menores do que 1 000 km. Outra simplificação frequentemente efectuada, é em sistemas WDM desprezarmos o FWM e decompor a equação (2.81) num conjunto de  $m$  equações, uma para cada canal, da forma seguinte

$$\frac{\partial A_d}{\partial z} + \frac{i}{2}\beta_2 \frac{\partial^2 A_d}{\partial t_g^2} - \frac{1}{6}\beta_3 \frac{\partial^3 A_d}{\partial t_g^3} + \frac{\alpha}{2}A_d = i \cdot \gamma \left[ |A_d|^2 + 2 \cdot \left( |A_1|^2 + \dots + |A_{d-1}|^2 + |A_{d+1}|^2 + \dots + |A_m|^2 \right) \right] \cdot A_d \quad (2.82)$$

com  $d$  a variar entre 1 e  $m$ , sendo  $m$  o número de canais do sistema WDM a estudar. A vantagem em dividir a equação (2.82) num conjunto de  $m$  equações é permitir aumentar o período de amostragem usado na simulação numérica, pois a largura espectral do sinal WDM completo exige usualmente uma frequência de amostragem muito elevada, superior ao dobro da frequência máxima, de acordo com o conhecido teorema de Nyquist, tornando a simulação numérica muito pesada. No entanto, ao ser efectuada esta simplificação devemos ter em conta que estamos a negligenciar o FWM que pode ser significativo em sistemas WDM.

Na derivação da equação (2.60) assumiu-se que o campo eléctrico mantém a polarização ao longo da propagação. O que como sabemos não é correcto devido à birrefringência da fibra. Uma forma simples e muito utilizada de incluir o efeito da birrefringência, e considerar assim a PMD, é escrevermos duas equações, uma para o eixo dos  $x$  e outra para o eixo dos  $y$ , em que a velocidade de grupo é distinta em cada um dos eixos cartesianos. Para incluirmos o carácter aleatório da PMD devemos proceder a rotações aleatórias dos eixos cartesianos durante a propagação [14].

### 2.5.2- Parâmetros da equação da fibra

De modo a utilizarmos a equação da fibra precisamos de estimar os diferentes parâmetros da fibra  $\beta_2$ ,  $\beta_3$ ,  $\alpha$ ,  $\gamma$  e  $T_R$ .

A obtenção de uma estimativa para o valor dos parâmetros da fibra, tendo por base ensaios laboratoriais, é um tópico por si só bastante complexo, e que tem sido alvo de diversas acções normalizadoras no âmbito de organizações internacionais de telecomunicações. No entanto, conforme observámos durante este capítulo, é possível com um conjunto de ensaios relativamente simples obter uma primeira estimativa para alguns dos parâmetros da fibra. Na tabela 2.2 apresentamos um conjunto de valores típicos que nos serão úteis para os capítulos seguintes.

Coeficiente da dispersão da velocidade de grupo ( $\beta_2$ )	-20.4 ps <sup>2</sup> /km
Coeficiente da dispersão de segunda ordem ( $\beta_3$ )	0.16 ps <sup>3</sup> /km
Constante de atenuação ( $\alpha$ )	0.21 dB/km
Coeficiente não linear ( $\gamma$ )	1.3 W <sup>-1</sup> km <sup>-1</sup>
Coeficiente de Raman ( $T_R$ )	5 fs
Área efectiva ( $A_{\text{eff}}$ )	80 $\mu\text{m}^2$
Dispersão (D)	16 ps/nm/km
Derivada da dispersão (dD/d $\lambda$ )	0.08 ps/nm <sup>2</sup> /km
Índice de refração linear (n)	1.45
Índice de refração não linear ( $n_2^1$ )	2.6x10 <sup>-20</sup> m <sup>2</sup> /W

Tabela 2.2 - Valores típicos para uma fibra normal na janela dos 1550 nm [1, 17].

### 2.5.3- Resolução numérica da equação da fibra

Conforme referimos anteriormente a equação da fibra só pode ser resolvida analiticamente para alguns casos específicos, sendo por isso usual o recurso a métodos numéricos para estudar a propagação de um campo electromagnético no interior de uma fibra óptica.

Um método numérico usado frequentemente para resolver a equação da fibra é o chamado *split-step Fourier method* [1]. Este método obtém uma aproximação da solução da equação assumindo que numa distância pequena dz, os efeitos não lineares e os lineares actuam isoladamente. Ou seja, a propagação de z para z+dz é efectuada por duas vezes. Na primeira vez apenas actuam os efeitos não lineares e na segunda actuam os efeitos lineares.

Matematicamente isto corresponde a escrever a equação da fibra na forma seguinte

$$\frac{\partial A}{\partial z} = \left( \hat{D} + \hat{N} \right) \cdot A \quad (2.83)$$

em que  $\hat{D}$ , é um operador diferencial dado por

$$\hat{D} = -\frac{i}{2} \cdot \beta_2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial t_g^2} + \frac{1}{6} \cdot \beta_3 \cdot \frac{\partial^3}{\partial t_g^3} - \frac{\alpha}{2} \quad (2.84)$$

e  $\hat{N}$ , é um operador não linear dado por

$$\hat{N} = i \cdot \gamma \cdot \left[ |A|^2 - T_R \cdot \frac{\partial |A|^2}{\partial t_g} \right] \quad (2.85)$$

A implementação do operador  $\hat{D}$  é efectuado no domínio da frequência e o operador  $\hat{N}$  é aplicado no domínio do tempo. A aproximação da envolvente do campo eléctrico em  $z + dz$  é obtida da aproximação em  $z$  através da expressão

$$A(z + dz, t_g) \approx F^{-1} \left\{ \exp \left( dz \cdot \hat{D} \right) \cdot F \left\{ \exp \left( dz \cdot \hat{N} \right) \cdot A(z, t_g) \right\} \right\} \quad (2.86)$$

onde  $F(\cdot)$  e  $F^{-1}(\cdot)$  representam, respectivamente, a transformada directa e inversa de Fourier.

## 2.6- Conclusões

Durante este capítulo caracterizámos a fibra óptica, centrando a nossa atenção nos aspectos mais relevantes para o estudo de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

Apresentámos uma descrição detalhada dos efeitos lineares e não lineares que actuam sobre um sinal óptico, ao propagar-se no interior de uma fibra óptica.

Apresentámos uma equação diferencial não linear capaz de modelizar a propagação de um campo electromagnético no interior de uma fibra óptica, assim como um método numérico capaz de a resolver.

Mostrámos ainda como é que é possível obter alguns dos parâmetros da equação da fibra com o recurso a ensaios laboratórios relativamente simples.

Findo este capítulo, dispomos dos principais conceitos necessários ao estudo de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

## Referências

- [1] Govind P. Agrawal, Nonlinear fiber optics, Academic Press, San Diego, EUA, 1995.
- [2] Gerd Keiser, Optical fiber communications, 2ª Ed., McGraw-Hill, Nova Iorque, EUA, 1991.
- [3] A. Hasegawa e F. Tappert, Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion, Appl. Phys. Lett., vol. 23, n. 3, pp 142-144, 1973.
- [4] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen e J. P. Gordon, Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers, Physical Review Letters, vol. 45, n. 13, pp 1095-1098, 1980.
- [5] E. Desurvire, Erbium-doped fiber amplifiers - principles and applications, John Wiley, Nova Iorque, EUA, 1994.
- [6] Rui Ribeiro, Simulação, análise e optimização de sistemas FSK ópticos, Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1996.
- [7] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), Optical fiber telecommunications III A, Academic Press, San Diego, EUA, 1997, capítulo 7, pp. 162, escrito por A. H. Gnauck e R. M. Jopson.
- [8] D. W. Schickelanz and C. K. Eoll, Dispersion measurement using two wave-lengths, Electronic Letters, vol. 22, n. 4, pp. 209-210, 1986.
- [9] B. Christensen, J. Mark, G. Jacobsen e E. Bødtker, Simple dispersion measurement technique with high resolution, Electronics Letters, vol. 29, n. 1, pp. 132-133, 1993.
- [10] Fumio Koyama e Kenichi Iga, Frequency chirping in external modulators, Journal of Lightwave Technology, vol. 6, n. 1, pp. 87-93, 1988.
- [11] F. Devaux, Y. Sorel e J. F. Kerdiles, Simple measurement of fiber dispersion and chirp parameter of intensity modulated light emitter, Journal of Lightwave Technology, vol. 11, n. 12, pp 1937-1940, 1993.
- [12] The Relationship Between Chirp and Voltage for the AT&T Mach-Zehnder Lithium Niobate Modulators, Notas Técnicas, AT&T Microelectronics, 1995.
- [13] D. Marcuse, C. R. Menyuk e P. K. A. Wai, Application of the Manakov-PMD equation to studies of signal propagation in optical fibers with randomly varying birefringence, Journal of Lightwave Technology, vol. 15, n.º 9, pp 1735-1746, 1997.
- [14] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), Optical fiber telecommunications III A, Academic Press, San Diego, EUA, 1997, capítulo 12, escrito por L. F. Mollenauer, J. P. Gordon e P. V. Mamyshev.
- [15] Daniel Zwillinger, Handbook of differential equations, Academic Press, San Diego, EUA, 1992.
- [16] D. Marcuse, Theory of dielectrics optical waveguides, Academic Press, Nova Iorque, EUA, 1974.
- [17] Robert W. Boyd, Nonlinear optics, Academic Press, San Diego, EUA, 1992.
- [18] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), Optical fiber telecommunications III A, Academic Press, San Diego, 1997, capítulo 8, escrito por F. Forghieri, R. W. Tkach e A. R. Chraplyvy.
- [19] Mário Ferreira, Lasers semicondutores para comunicações coerentes e amplificadores de fibra óptica, Tese de doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1992.

## Capítulo 3

# Solitões Ópticos

### 3.1- Introdução

Neste capítulo são apresentados os conceitos fundamentais da teoria dos solitões, com destaque para os aspectos relevantes para a sua utilização em sistemas de comunicação ópticos.

Na secção 3.2 é apresentada a equação não linear de Schrödinger (NSE - Non-linear Schrödinger Equation) e são referidas as principais propriedades dos solitões ópticos. São ainda apresentadas as normalizações e as definições normalmente usadas na teoria dos solitões.

A secção 3.3 introduz o tema da utilização de solitões em sistemas de comunicação ópticos. Particular destaque é dada à manutenção de impulsos deste tipo em sistemas com amplificação concentrada. São ainda referidos alguns resultados relevantes, apresentados na

literatura especializada, relativos à utilização de solitões em sistemas de comunicação ópticos.

### 3.2- Solitões em fibras ópticas

A palavra solitão foi usada inicialmente em 1965 [1], para descrever o comportamento de uma onda num meio dispersivo não linear, que sob certas condições se propaga sem sofrer distorções e resiste a colisões, apresentando um comportamento típico de partículas. A possibilidade de propagar solitões nas fibras ópticas foi sugerido em 1973 [2], e foram observados experimentalmente pela primeira vez em 1980 [3]. Numa experiência realizada em 1988 [4], Mollenauer e Smith, mostraram que os solitões poderiam trazer ganhos consideráveis em termos de capacidade, aos sistemas de comunicação ópticos de longa distância e elevado ritmo de transmissão. Os progressos feitos durante o início da década de 90 transformaram os solitões de uma mera curiosidade científica para um tipo de modulação atractiva para os sistemas de comunicação ópticos [5].

A possibilidade de manter solitões na fibra óptica é o resultado do balanço entre a dispersão da velocidade de grupo e a auto-modulação de fase. Actuando separadamente ambos os efeitos limitam o desempenho dos sistemas, conforme foi referido no capítulo 2. No entanto, no regime de dispersão anómalo é possível que o efeito da SPM seja tal que compense integralmente o alargamento dos impulsos induzido pela dispersão. Os impulsos nesta situação irão propagar-se mantendo inalterada a sua forma e são chamados de solitões ópticos.

#### 3.2.1- Equação não linear de Schrödinger

A equação da fibra, expressão (2.79), derivada no capítulo 2, pode ser transformada na equação não linear de Schrödinger, desprezando os termos relativos à atenuação, à dispersão de terceira ordem e ao efeito de Raman, e fazendo as seguintes transformações

$$\tau = \frac{t - \beta_1 \cdot z}{T_0}, \quad \xi = \frac{z}{L_D}, \quad U = \frac{A}{\sqrt{P_0}}, \quad (3.1)$$



onde  $T_0$  é a largura temporal do solitão e  $L_D$  é o comprimento de dispersão definido como

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.2)$$

A equação (2.79) pode então ser escrita na forma seguinte

$$i \cdot \frac{\partial U}{\partial \xi} - \text{sgn}(\beta_2) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + N^2 \cdot |U|^2 \cdot U = 0 \quad (3.3)$$

onde  $\text{sgn}(\beta_2)$  toma o valor 1 ou -1 dependendo se  $\beta_2$  é positivo, dispersão normal, ou negativo, dispersão anômala. Sendo  $N$  dado por

$$N^2 = \gamma \cdot P_0 \cdot L_D = \frac{\gamma \cdot P_0 \cdot T_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.4)$$

A equação (3.3) é designada por equação não linear de Schrödinger e pertence a uma classe especial de equações diferenciais não lineares que podem ser resolvidas utilizando a técnica matemática conhecida como o método da difusão inversa (ISM - **Inverse Scattering Method**) [6]. Embora, a NSE tenha soluções em ambos os regimes, normal,  $\beta_2$  positivo, e anômalo,  $\beta_2$  negativo, impulsos do tipo solitão existem apenas no regime anômalo. No regime normal a solução assume a forma de uma reentrância num patamar, e estes solitões são chamados de solitões escuros. Em oposição, os impulsos do tipo solitão no regime anômalo são chamados de solitões brilhantes. Durante esta tese vamos falar sempre em solitões brilhantes, pois são aqueles que apresentam maior interesse para os sistemas de comunicação ópticos.

### 3.2.2- Solitões de 1ª ordem e de ordem superior

Na situação de dispersão anômala, a equação (3.3) pode ser escrita na forma seguinte

$$i \cdot \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + N^2 \cdot |U|^2 \cdot U = 0 \quad (3.5)$$

Resolvendo a equação (3.5) usando o ISM conclui-se que só existem solitões para valores inteiros de  $N$  e que quando são lançados impulsos na fibra do tipo

$$U(0, \tau) = \text{sech}(\tau) \quad (3.6)$$

a sua forma permanece inalterada durante a propagação quando  $N$  é igual a um e apresentam uma forma periódica quando  $N$  é maior que um, de tal modo que a sua forma é reconstituída para valores de  $\xi$  múltiplos de  $\pi/2 \approx 1.6$  [1].

O parâmetro  $N$  dá a ordem do solitão. O solitão correspondente a  $N$  igual a um é chamado de solitão fundamental. Solitões para outros valores de  $N$  são designados por solitões de ordem superior. Na figura 3.1 podemos observar a propagação de um solitão fundamental, obtida através da resolução numérica da equação (3.5) num programa de cálculo matemático denominado Matlab.

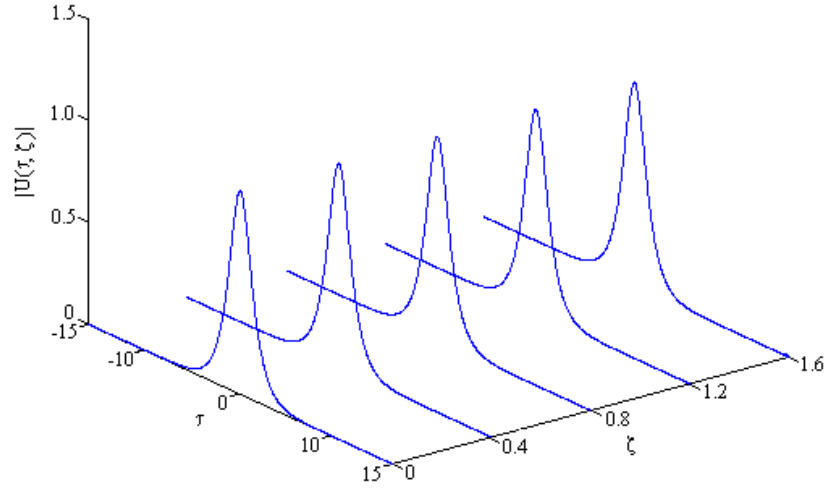


Figura 3.1 - Propagação de um solitão fundamental,  $N = 1$ .

Definindo o período do solitão  $z_0$ , como sendo a distância que um solitão de ordem superior a um tem que percorrer até recuperar a sua forma, temos que

$$z_0 = \frac{\pi}{2} \cdot L_D = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.7)$$

O período do solitão  $z_0$ , e a ordem do solitão  $N$  assumem um papel relevante na teoria dos solitões. Na figura 3.2 podemos observar a propagação de um solitão de segunda e terceira ordem durante um período de um solitão. O solitão ao propagar-se sofre inicialmente um contração, para depois se dividir em várias componentes que se voltam a juntar de modo a que o solitão recupere a sua forma quando a distância é igual ao período do solitão. Um comportamento semelhante é observado para solitões de todas as ordens, à excepção da primeira, para a qual o solitão se propaga sem sofrer qualquer distorção.

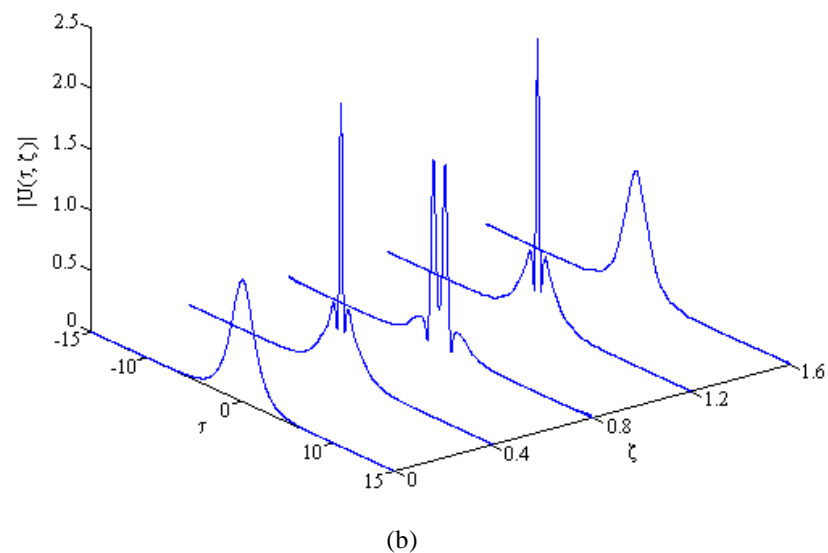
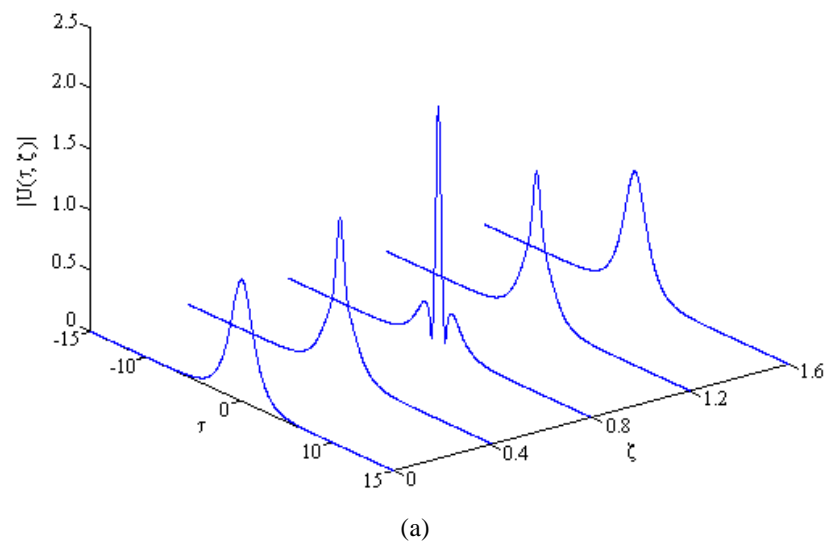


Figura 3.2 - a) Solitão de segunda ordem,  $N = 2$ . b) Solitão de terceira ordem,  $N = 3$ .

Muito embora, solitões de ordem superior à primeira possam ser usados para compressão de impulsos na fibra óptica [7], do ponto de vista dos actuais sistemas de comunicação o solitão fundamental é o mais interessante, devido a manter a sua forma inalterada. No âmbito desta tese, salvo indicação em contrário, ao referirmo-nos a um impulso do tipo solitão deve ser sempre entendido como sendo um solitão fundamental.

A solução correspondente ao solitão fundamental, pode ser obtida da equação (3.5), procurando uma solução da forma

$$U(\xi, \tau) = V(\tau) \cdot \exp(i \cdot \phi) \quad (3.8)$$

em que  $V$  e  $\phi$  são, respectivamente, a amplitude e a fase do solitão. Assumindo que  $V$  é independente de  $\xi$ , de modo a ser um solitão de primeira ordem, e substituindo (3.8) em (3.5) e igualando a parte real e imaginária de cada um dos membros da equação obtemos duas equações. Da equação resultante de igualarmos as partes imaginárias concluímos que a fase  $\theta(\xi, \tau)$  é independente de  $\tau$ . Da equação resultante de igualarmos as partes reais concluímos que a primeira derivada da fase em ordem ao espaço assume um valor constante. Designando esse valor por  $k$ , temos que a fase do solitão é igual a  $k \cdot \xi$ , a menos duma constante inicial. Substituindo na equação resultante de igualarmos as partes reais a primeira derivada da fase por  $k$  temos

$$\frac{d^2 V}{d\tau^2} = 2 \cdot V \cdot (k - V^2) \quad (3.9)$$

Atendendo às condições fronteira para  $V(\tau)$  e para a primeira derivada de  $V(\tau)$  em ordem a  $\tau$ . Ou seja,  $V(\tau)$  anula-se quando  $\tau$  tende para infinito, e para  $\tau$  igual a zero  $V(\tau)$  assume o valor um e a sua primeira derivada em ordem a  $\tau$  é nula, temos que uma função do tipo  $\text{sech}(\tau)$  é solução da equação e  $k$  assume o valor 0.5. Chegamos assim à expressão para o solitão fundamental

$$U(\xi, \tau) = \text{sech}(\tau) \cdot \exp\left(i \cdot \frac{\xi}{2}\right) \quad (3.10)$$

A expressão (3.10) mostra que o solitão de primeira ordem mantém a sua amplitude inalterada e adquire um aumento de fase de  $0.5 \cdot \xi$  durante a propagação. Notemos ainda que a fase do solitão fundamental é independente do tempo  $\tau$ , ou seja a fase é uniforme para todo o impulso.

Em [5], A. Hasegawa e Y. Kodama, chegaram à seguinte expressão geral para descrever a propagação de um solitão fundamental

$$U(\xi, \tau) = u_s \cdot \text{sech}(u_s \cdot (\tau + \omega_s \cdot \xi - \tau_s)) \exp\left(-i \cdot \omega_s \cdot \tau + \frac{i}{2} \cdot (u_s^2 - \omega_s^2) \cdot \xi + i \cdot \phi_s\right) \quad (3.11)$$

onde  $u_s$  representa a amplitude de pico normalizada,  $\tau_s$  é a posição temporal normalizada relativamente a um referencial que se desloca à velocidade de grupo,  $\omega_s$  é o desvio da frequência angular central normalizada relativamente à frequência da portadora óptica e  $\phi_s$  é o desvio de fase.

Notemos ainda que  $u_s$  e  $\omega_s$  são também, respectivamente, o inverso da largura temporal normalizada do solitão e o desvio do inverso da velocidade de grupo normalizada.

Uma das razões do grande interesse dedicado ao solitões ópticos, reside na sua estabilidade. De facto, os impulsos do tipo solitão reagem a pequenas perturbações, mantendo a sua forma geral, expressa pela expressão (3.11), ajustando os quatro parâmetros  $u_s$ ,  $\tau_s$ ,  $\omega_s$  e  $\phi_s$  e libertando uma componente dispersiva.

Tendo por base esta propriedade foi desenvolvida uma variante da teoria das perturbações adiabáticas, aplicável aos solitões, que tem sido largamente usada no estudo da dinâmica da propagação de impulsos deste tipo [5, 8, 9].

Escrevendo a equação não linear de Schrödinger perturbada na forma seguinte

$$i \cdot \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + |U|^2 \cdot U = \varepsilon \cdot P(U) \quad (3.12)$$

em que  $\varepsilon \ll 1$  e  $P(U)$  representa a perturbação que actua sobre o solitão, podemos obter os quatro parâmetros  $u_s$ ,  $\tau_s$ ,  $\omega_s$  e  $\phi_s$ , resolvendo as seguintes equações diferenciais [9]

$$\frac{du_s}{d\xi} = \text{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \cdot P(U) \cdot U_{u_s} d\tau \right\} \quad (3.13)$$

$$\frac{d\omega_s}{d\xi} = \text{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \cdot P(U) \cdot U_{\omega_s} d\tau \right\} \quad (3.14)$$

$$\frac{d\tau_s}{d\xi} = -\omega_s + \frac{1}{u_s} \cdot \text{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \cdot P(U) \cdot U_{\tau_s} d\tau \right\} \quad (3.15)$$

$$\frac{d\phi_s}{d\xi} = \tau_s \cdot \frac{d\omega_s}{d\xi} + \frac{u_s^2 - \omega_s^2}{2} - \frac{1}{u_s} \cdot \text{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \varepsilon \cdot P(U) \cdot U_{\phi_s} d\tau \right\} \quad (3.16)$$

em que  $U_{u_s}$ ,  $U_{\omega_s}$ ,  $U_{\tau_s}$  e  $U_{\phi_s}$  são dados respectivamente por

$$U_{u_s} = U^* \quad (3.17)$$

$$U_{\omega_s} = \tanh[u_s \cdot (\tau - \tau_s)] \cdot U^* \quad (3.18)$$

$$U_{\tau_s} = (\tau - \tau_s) \cdot U^* \quad (3.19)$$

$$U_{\phi_s} = \left\{ 1 - u_s \cdot (\tau - \tau_s) \cdot \tanh[u_s \cdot (\tau - \tau_s)] \right\} \cdot U^* \quad (3.20)$$

Embora com algumas limitações, nomeadamente ao nível do tratamento da componente dispersiva [5], esta técnica permite derivar várias propriedades dos solitões, assim como tratar analiticamente o problema da propagação de impulsos do tipo solitão para diversas situações de interesse prático. No capítulo 5, iremos usá-la para estudarmos o *jitter* temporal devido ao efeito de Raman e ao coeficiente de dispersão de terceira ordem. De seguida iremos apenas referir as propriedades dos solitões mais relevantes para o domínio das comunicações ópticas.

Recordemos que, por agora, estamos a desprezar o efeito da atenuação, do coeficiente de dispersão de terceira ordem e o efeito de Raman.

Supondo que a potência de pico do impulso, não satisfaz a equação (3.4), ou seja  $N$  não assume um valor inteiro, o impulso ao propagar-se vai ajustar a sua amplitude e largura de forma a tender assintoticamente para o solitão cuja ordem corresponde ao inteiro mais próximo do valor inicial de  $N$  [10]. Donde podemos concluir que um solitão fundamental é gerado sempre que o valor inicial de  $N$  seja maior que 0.5 e menor que 1.5.

De igual modo, se a envolvente do campo eléctrico não coincidir com a forma secante hiperbólica o impulso adapta a sua forma de modo a tender para a forma secante hiperbólica. Desde que a potência de pico do impulso seja suficientemente elevada para gerar a componente solitão [10].

Porém quando o impulso ajusta a sua amplitude ou forma de modo a tender para um solitão, parte da sua energia é radiada sob a forma de campos dispersivos [11]. Estes campos dispersivos vão perturbar a propagação do solitão e aumentam a taxa de erros do sistema de comunicação, devendo por isso ser minimizados.

Esta capacidade de auto ajuste dos impulsos do tipo solitão verifica-se quer no domínio do tempo quer no domínio da frequência e permitiu o desenvolvimento de diversas técnicas de controlo, a operarem em ambos os domínios.

É porém também responsável pelo efeito de Gordon-Haus, que como veremos no capítulo 5 e 7, coloca um limite ao desempenho dos sistemas baseados em solitões, ao incorporar o ruído de emissão espontânea na componente solitão introduzindo variações aleatórias na frequência central dos impulsos.

### **3.3- Sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões**

A degradação sofrida por um sinal óptico ao propagar-se no interior de uma fibra óptica deve-se essencialmente a três factores: atenuação, dispersão e não linearidades. O problema da atenuação foi reduzido com o advento de sistemas a operarem na janela dos 1550 nm, nesta janela a atenuação é mínima e existem disponíveis amplificadores ópticos capazes de compensarem o efeito da atenuação óptica. Resolvido o problema da atenuação, a dispersão emergiu como o factor limitativo do aumento da capacidade dos sistemas. O problema da dispersão foi parcialmente ultrapassado com o surgimento de

diversas técnicas capazes de condicionarem a dispersão. As não linearidades assumiram-se assim como uma das principais causas de degradação do sinal em sistemas de longa distância.

Conforme vimos na secção 3.2 o solitão fundamental propaga-se, num meio dispersivo e não linear, mantendo a sua forma inalterada, permitindo assim compensar simultaneamente quer o efeito da dispersão quer as não linearidades. Os solitões apresentam deste modo características interessantes para serem usados em sistemas de comunicação ópticos. Nesta secção iremos analisar alguns aspectos relevantes a ter em consideração no projecto de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

### **3.3.1 Transmissão de informação em sistemas baseados em solitões**

Usualmente, em sistemas de comunicação ópticos IM-DD a informação é transmitida fazendo corresponder ao "1" lógico a presença de um impulso de luz e ao "0" lógico a ausência de luz. O impulso de luz pode ocupar todo o período do bit, e estamos em presença de um sistema com não retorno a zero (NRZ - **N**on **R**eturn to **Z**ero), ou pode ocupar apenas uma fracção do período do bit, e estamos em presença de um sistema com retorno a zero (RZ - **R**eturn to **Z**ero).

A formatação NRZ não pode ser usada em sistemas baseados em solitões, pois o solitão só pode ocupar uma fracção do período do bit, usualmente não superior a 20%. Isto porque os impulsos do tipo solitão interagem mutuamente. De facto, conforme iremos observar em detalhe nos capítulos 5, a presença de outros impulsos perturba a propagação dos solitões fazendo surgir forças de interacção mutuas.

Notemos que num sistema a 10 Gbit/s o período do bit é de 100 ps, fazendo com que o emissor tenha que gerar impulsos da ordem das dezenas de picosegundos de modo a reduzir a interacção entre solitões.

Diversas técnicas têm sido desenvolvidas para obter impulsos estreitos. No capítulo 4 iremos apresentar uma técnica, baseada na comutação do ganho da cavidade óptica dum laser semiconductor, capaz de gerar impulsos da ordem dos 20 ps, susceptíveis de serem usados em sistemas até aos 10 Gbit/s.



Após a geração da sequência de impulsos estreitos, ao ritmo de transmissão pretendido, a informação é transmitida bloqueando os impulsos correspondentes ao "0" lógico, de modo a termos impulsos nos períodos do bit, correspondentes ao envio do "1" lógico, e a ausência de impulsos nos períodos correspondentes ao envio do "0" lógico.

### 3.3.2 Amplificação óptica

De modo a compensar a atenuação óptica é necessário proceder à amplificação da sequência de impulsos. A atenuação óptica pode ser minimizada operando nos 1550 nm, no entanto mesmo para valores da atenuação da ordem dos 0.2 dB/km, a potência do sinal é reduzida em 20 dB, um factor de 100, depois da transmissão em 100 km de fibra. Como vimos na secção anterior a potência óptica, nomeadamente a potência de pico, é um factor crítico na manutenção de um solitão. Sendo assim temos que compensar as perdas ópticas amplificando a sequência de impulsos.

Podemos usar dois esquemas alternativos para amplificar o sinal óptico, usando amplificadores concentrados ou então amplificação distribuída. Na figura 3.3 mostramos os diagramas de blocos de um sistema com amplificação distribuída e outro com amplificação concentrada.

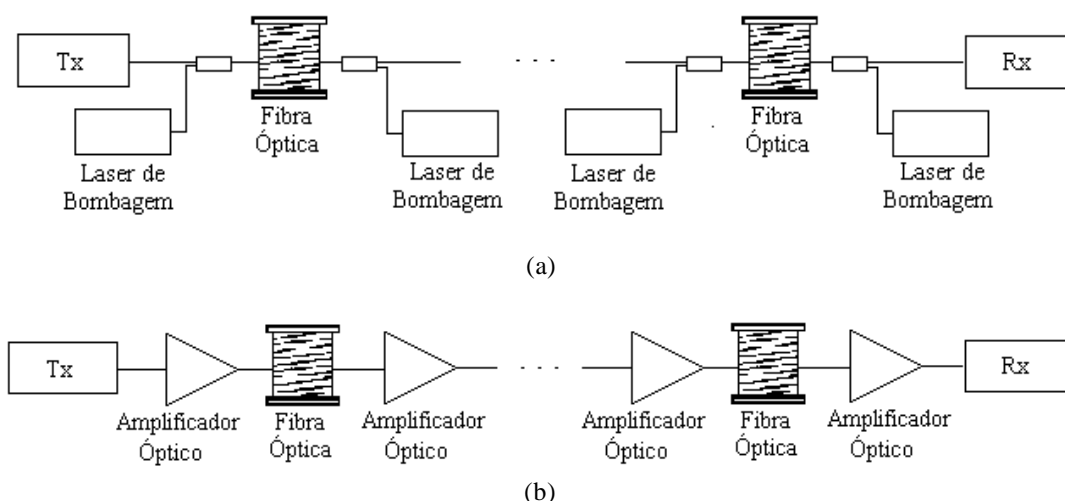


Figura 3.3 - a) Sistema com amplificação distribuída. b) Sistema com amplificação concentrada.

No actual estado da tecnologia, os amplificadores ópticos concentrados, nomeadamente os amplificadores de fibra dopada Érbio, são invariavelmente a solução adoptada na janela dos 1550 nm. Na janela dos 1300 nm a solução mais comum são os amplificadores semicondutores. A amplificação distribuída, se bem que apresentando melhores resultados do ponto de vista teórico, é difícil de obter na prática. Têm sido realizadas diversas tentativas para obter a amplificação distribuída quer utilizando o efeito de Raman quer dopando levemente a fibra com Érbio. No entanto, a necessidade de ter um laser muito potente para servir de bomba e a dificuldade em manter o ganho uniforme ao longo da fibra tem inviabilizado a utilização da amplificação distribuída em sistemas práticos. Nesta tese vamos concentrar-nos na amplificação concentrada pois, no actual estado do desenvolvimento tecnológico, é aquela que apresenta mais interesse para os sistemas de comunicação ópticos.

Os amplificadores periodicamente inseridos no sistema para restabelecerem a potência e assim compensarem a atenuação, adicionam ruído de emissão espontânea amplificado (ASE - Amplified Spontaneous Emission) ao sinal óptico. A densidade espectral de potência do ruído ASE adicionado depende do ganho do amplificador  $G$ , e é dada por [12]

$$S_{sp} = (G - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot f_0 \quad (3.21)$$

onde  $n_{sp}$  é o factor de emissão espontânea e depende do grau de inversão da população do amplificador,  $h$  é a constante de Planck e  $f_0$  é a frequência da portadora óptica.

O efeito do ruído ASE é alterar aleatoriamente o valor dos quatro parâmetros do solitão  $u_s$ ,  $\tau_s$ ,  $\omega_s$  e  $\phi_s$  à saída de cada amplificador. Usando a teoria das perturbações, T. Georges e Favre em [13] mostraram que as variações dos quatro parâmetros, induzidas pelo ruído de emissão espontânea amplificado, à saída de um amplificador óptico podem ser tratadas como variáveis aleatórias independentes, com distribuições gaussianas centradas e variâncias dadas por

$$\sigma_{u_s}^2 = 2 \cdot u_s \cdot n_{sp} \cdot F(G) / N_s \quad (3.22)$$

$$\sigma_{\omega_s}^2 = 2 \cdot u_s \cdot n_{sp} \cdot F(G) / (3 \cdot N_s) \quad (3.23)$$

$$\sigma_{\tau_s}^2 = \pi^2 \cdot n_{sp} \cdot F(G) / (6 \cdot u_s \cdot N_s) \quad (3.24)$$

$$\sigma_{\phi_s}^2 = (\pi^2 / 6 + 2) \cdot n_{sp} \cdot F(G) / (3 \cdot u_s \cdot N_s) \quad (3.25)$$

onde  $F(G)$  é dado por  $(G-1)^2 / (G \ln G)$  e  $N_s$  é o número de fótons do solitão dado por  $2 \cdot P_0 \cdot T_0 / (h \cdot f_0)$ , sendo  $f_0$  a frequência da portadora óptica. As expressões (3.22) a (3.25) são novamente derivadas e apresentadas por T. Georges no trabalho [9].

As flutuações na frequência central dos solitões originam o chamado efeito de Gordon-Haus, ou seja *jitter* temporal com distribuição gaussiana, que conforme iremos observar no capítulo 5 e 7, coloca um limite importante ao desempenho dos sistemas, conhecido como o limite de Gordon-Haus.

As flutuações na posição temporal dos solitões induzem *jitter* temporal, que no entanto, numa longa cadeia de amplificadores, é usualmente desprezável comparativamente ao *jitter* devido ao efeito de Gordon-Haus.

As flutuações na amplitude dos solitões induzem *jitter* temporal no sistema através do efeito de Raman e do coeficiente de dispersão de terceira ordem, conforme iremos ver no capítulo 5.

As flutuações na fase do solitão são as menos relevantes do ponto de vista de desempenho do sistema, podendo eventualmente ter um efeito benéfico ao reduzir a interacção entre solitões adjacentes, conforme veremos igualmente no capítulo 5.

### 3.3.3 Regime de propagação

A forma como o solitão reage às perdas de energia depende essencialmente da dimensão das perdas por comprimento de dispersão  $\Gamma = \alpha \cdot L_D$ , e da separação entre amplificadores  $L_a$ . Se  $\Gamma \ll 1$  e  $L_a \gg L_D$  o solitão reajusta-se preservando a sua natureza, ou seja a perda da potência de pico é acompanhada com o alargamento proporcional do

impulso, satisfazendo-se em todos os instantes a expressão (3.11). Este regime de propagação é referido como quase adiabático.

Se  $L_a \ll L_D$ , ou seja se a separação entre os amplificadores for muito menor que o comprimento de dispersão, a largura do solitão mantêm-se praticamente inalterada não respondendo a variações na potência de pico do impulso. Neste modo de propagação é possível amplificar indefinidamente o solitão mantendo praticamente constante a sua largura. As propriedades do impulso correspondem às propriedades do solitão que tem como potência de pico o valor médio da potência entre dois amplificadores. Este regime de funcionamento é conhecido como regime do solitão médio (ASR - Average Soliton Regime).

### 3.3.3.1- Regime do solitão médio - ASR

A equação que governa a propagação de um solitão fundamental num sistema com amplificação concentrada, foi inicialmente apresentada por A. Hasegawa e Y. Kodama em [14] e pode ser escrita na forma seguinte

$$i \cdot \frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 U}{\partial \tau^2} + |U|^2 \cdot U = -\frac{i}{2} \cdot \Gamma \cdot U + i \cdot \sum_{r=1}^{N_a} \left\{ \delta(\xi - r \cdot \xi_a) \cdot (\sqrt{G} - 1) \cdot U \right\} \quad (3.26)$$

onde  $N_a$  é o número total de amplificadores, espaçados de  $\xi_a$  e  $G$  é o ganho em potência dos amplificadores ópticos e é dado por  $\exp(\Gamma \cdot \xi_a)$ .

Notemos que o membro esquerdo da equação (3.26) corresponde à equação não linear de Schrödinger, o primeiro termo do lado direito quantifica o efeito da atenuação e o segundo termo quantifica o efeito da amplificação concentrada. Para percebermos melhor a equação (3.26), vamos desprezar todos os efeitos à excepção da amplificação concentrada e rescrevemos a equação em torno do primeiro amplificador. Vamos também supor que a fase do solitão é nula, ou seja que  $U$  é uma grandeza real.

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} = \delta(\xi - \xi_a) \cdot (\sqrt{G} - 1) \cdot U \quad (3.27)$$

A resolução da equação (3.27) implica encontrar a função cuja deriva parcial em ordem a  $\xi$  é a função delta centrada em  $\xi_a$  multiplicada por  $(\sqrt{G} - 1) \cdot U$ , esta função é a função degrau com um salto em  $\xi_a$  de  $(\sqrt{G} - 1) \cdot U$ . Notemos que antes do amplificador a amplitude do impulso é  $U$ , depois do amplificador a amplitude é  $\sqrt{G} \cdot U$ , ou seja o incremento em termos de amplitude sofrido por um solitão num amplificador é precisamente  $(\sqrt{G} - 1) \cdot U$ , ou seja a equação (3.27) descreve o comportamento do impulso ao atravessar um amplificador concentrado. O somatório na expressão (3.26) aparece para incluirmos todos os incremento de amplitude verificado em todos os amplificadores do sistema.

Escrevendo a envolvente complexa normalizada do campo eléctrico como

$$U(\xi, \tau) = a(\xi) u(\xi, \tau) \quad (3.28)$$

em que  $a(\xi)$  representa as variações rápidas na amplitude e  $u(\xi, \tau)$  representa o solitão médio e substituindo (3.28) em (3.26) podemos escrever o seguinte par de equações diferenciais acopladas

$$i \cdot \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + a^2(\xi) \cdot |u|^2 \cdot u = 0 \quad (3.29)$$

e

$$\frac{\partial a}{\partial \xi} = -\frac{\Gamma}{2} \cdot a + \sum_{r=1}^{N_a} \left\{ \delta(\xi - r \cdot \xi_a) \cdot (\sqrt{G} - 1) \cdot a \right\} \quad (3.30)$$

Notando que o último termo da equação (3.30) só é diferente de zero quando  $\xi$  é igual  $r \cdot \xi_a$ , com  $r$  a variar entre 1 e  $N_a$ , temos que  $a(\xi)$  é uma função periódica, que decresce exponencialmente ao longo do seu período apresentando uma descontinuidade no início de cada período como se pode observar na figura 3.4.

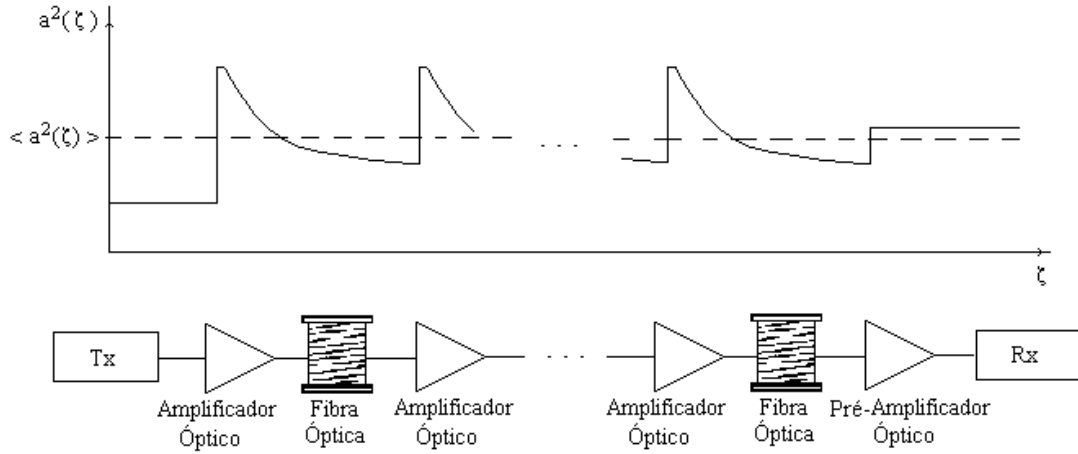


Figura 3.4 - Variação da amplitude do solitão no regime ASR.

No regime ASR,  $a^2(\xi)$  varia rapidamente ao longo de um período do solitão, atendendo a que o espaçamento entre amplificadores é muito menor que o período do solitão, vamos substituir  $a^2(\xi)$  na equação (3.29) pelo seu valor médio, obtendo-se

$$i \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial \tau^2} + \langle a^2(\xi) \rangle \cdot |u|^2 \cdot u = 0 \quad (3.31)$$

onde  $\langle a^2(\xi) \rangle$  representa o valor médio de  $a^2(\xi)$  entre amplificadores. Notemos que para propagarmos um solitão fundamental num sistema com amplificadores concentrados temos que garantir que  $\langle a^2(\xi) \rangle$  assume o valor unitário.

Com esta aproximação podemos descrever um sistema real, ou seja com perdas e com amplificadores concentrados, pela equação não linear de Schrödinger.

Esta aproximação, usualmente designada como aproximação do solitão médio, é bastante precisa para valores de  $\xi_a$  até 0.2, ou seja quando o espaçamento entre amplificadores é inferior a 1/5 do comprimento de dispersão [12].

A condição necessária para operarmos no regime ASR pode ser relacionada quer com a largura dos solitões  $T_0$ , quer com o ritmo de transmissão  $B_r$ .

Atendendo à expressão (3.2) e à condição para operarmos no regime ASR, ou seja  $L_a \ll L_D$ , obtemos

$$T_0 \gg \sqrt{|\beta_2| \cdot L_a} \quad (3.32)$$

Atendendo a que

$$B_r = \frac{1}{T_{\text{bit}}} = \frac{1}{2 \cdot q_0 \cdot T_0} \quad (3.33)$$

sendo  $q_0$  metade da separação inicial normaliza entre solitões, temos, tendo em consideração (3.32),

$$B_r \ll \frac{1}{2 \cdot q_0 \cdot \sqrt{|\beta_2| \cdot L_a}} \quad (3.34)$$

Considerando que  $\beta_2$  assume o valor  $-0.5 \text{ ps}^2/\text{km}$ ,  $L_a$  é igual  $50 \text{ km}$  e  $q_0$  é igual a  $5$ , obtemos  $T_0 \gg 5 \text{ ps}$  e  $B_r \ll 20 \text{ Gb/s}$ . Concluimos assim que o regime ASR limita a largura dos solitões e o ritmo de transmissão do sistema.

Em sistemas práticos nem sempre se conseguem satisfazer estas condições, tendo que se operar fora do ASR, no entanto os resultados obtidos para o ASR permitem obter, normalmente, uma primeira aproximação analítica do desempenho das performances dos sistemas. Resultados mais precisos são conseguidos usualmente com o recurso à simulação numérica.

### 3.3.3.2- Regime quase adiabático

Quando  $L_a$  é da ordem de grandeza ou maior que  $L_D$  a dinâmica do solitão depende fortemente das perdas por comprimento de dispersão  $\Gamma$ . Se  $\Gamma$  for muito menor que um, o solitão ajusta-se a variações da sua energia mantendo sempre a forma de um solitão, ou seja a amplitude mantêm-se sempre inversamente proporcional à largura do solitão, satisfazendo a expressão (3.11) durante a propagação. Se  $\Gamma$  não for muito menor que a unidade os solitões são fortemente perturbados e não conseguem manter-se, ou seja a dispersão assume um papel dominante destruindo o impulso.

O regime quase adiabático verifica-se então quando o espaçamento entre amplificadores é da ordem de grandeza ou superior ao comprimento de dispersão e a atenuação é suficientemente pequena para não destruir os impulsos.

Atendendo a que

$$\Gamma = \alpha \cdot L_D = \alpha \cdot \frac{T_0^2}{|\beta_2|} \quad (3.35)$$

e à condição para o regime quase adiabático, ou seja  $\Gamma \ll 1$ , obtemos, tendo em consideração (3.33),

$$B_r \gg \frac{1}{2 \cdot q_0} \sqrt{\frac{\alpha}{|\beta_2|}} \quad (3.36)$$

Donde se  $\alpha$  for igual a 0.2 dB/km,  $q_0$  igual a 5 e  $\beta_2$  assumir o valor de -1 ps<sup>2</sup>/km, temos que  $B_r$  deve ser muito maior que 21 Gbit/s.

Ou seja, este será o regime de funcionamento dos sistemas baseados em solitões para muito elevados ritmos de transmissão por comprimento de onda.

Atendendo aos valores da atenuação e dispersão das fibras actuais, o regime quase adiabático exige usualmente a utilização de impulsos muito estreitos, ver expressão (3.35), ou seja impulsos da ordem de grandeza de alguns picosegundos ou mesmo da ordem de grandeza das centenas de femtosegundos. A utilização de impulsos tão estreitos levanta diversos problemas ao nível da implementação prática. Tendo ainda em consideração que os actuais sistemas de comunicação ópticos instalados para ligações ponto a ponto de alto débito funcionam a 2.5 Gbit/s ou 5 Gbit/s, estando agora a ser instalados sistemas a 10 Gbit/s por comprimento de onda, o regime de propagação do solitão médio é actualmente o modo de funcionamento mais atractivo. Iremos por isso nesta tese incidir o nosso estudo sobre este regime de funcionamento.

No entanto o regime quase adiabático poderá a vir a assumir um interesse crescente, para sistemas a operarem a mais elevados ritmos de transmissão por comprimento de onda.



### 3.3.4 Controlo durante a propagação

Como foi referido anteriormente, o efeito da GVD pode ser totalmente compensado pelo efeito da SPM num meio dispersivo e não linear com atenuação, desde que o espaçamento entre amplificadores seja menor que  $1/5$  do comprimento de dispersão.

No entanto, a propagação de impulsos do tipo solitão sofre diversas perturbações das quais se destacam o ruído de emissão espontânea amplificado, a interação entre solitões, o efeito de Raman, a birrefringência, a dispersão de terceira ordem e flutuações da GVD ao longo da fibra.

A estabilidade dos impulsos do tipo solitão faz com que estes consigam resistir a estas perturbações, desde que estas se mantenham como pequenas perturbações e não assumam um carácter dominante. Porém estas perturbações induzem alguns efeitos que degradam o desempenho dos sistemas, dos quais se salientam a incerteza no tempo de propagação e os campos dispersivos.

Nesta secção iremos apresentar algumas técnicas de controlo, propostas na literatura especializada que permitem condicionar o *jitter* e os campos dispersivos, e que mostram como a estabilidade dos impulsos do tipo solitão pode ser usada no sentido de aumentar a capacidade dos sistemas de comunicação ópticos.

#### 3.3.4.1- Filtragem óptica

A primeira técnica de controlo usada em sistemas baseados em solitões, foi a filtragem óptica. A filtragem óptica pode ser usada no emissor como forma de remover parte do *chirp* introduzido pelo processo de modulação da luz, ou pode ser usado ao longo do canal de comunicação como forma de remover o ruído de emissão espontânea amplificado fora da banda de trabalho.

A filtragem óptica baseia-se no facto da largura espectral de trabalho, ou seja a largura espectral ocupada pela sequência de solitões que se pretende transmitir, ser muito menor que a largura espectral do ruído de emissão espontânea amplificado adicionado pelos amplificadores ópticos. É assim possível remover parte do ruído de emissão espontânea sem perturbar a sequência de solitões.

Num trabalho de 1991 [15], A. Mecozzi, J. Moores, H. Haus e Y. Lai propuseram a utilização da filtragem óptica como forma de compensar o efeito de Gordon-Haus. Para tal a forma do filtro no domínio da frequência era usada para guiar o solitão mantendo a frequência central do solitão dentro duma banda relativamente estreita. Porém, conforme foi demonstrado no trabalho [16] os ganhos conseguidos com esta técnica são reduzidos, devido essencialmente ao crescimento exponencial dos campos dispersivos [5].

Uma técnica mais elaborada de filtragem óptica foi proposta em 1992 no trabalho [17], por L. Mollenauer, J. Gordon e S. Evangelides. Esta técnica consiste em fazer passar a sequência de impulsos por uma série de filtros em que as frequências centrais estão ligeiramente deslocadas. Esta técnica permite remover o ruído dentro da banda de trabalho, guiando a frequência central do solitão. Notemos que com esta técnica a frequência central deixa de ser fixa. Esta técnica permite ainda remover grande parte dos campos dispersivos [18], permitindo obter melhorias consideráveis no desempenho dos sistemas.

Embora muito interessante do ponto de vista teórico, esta técnica tem algumas dificuldades em ser aplicada em sistemas práticos devido ao rigoroso controlo exigido na fixação da frequência central dos diferentes filtros. Uma técnica equivalente consiste em manter fixa a frequência central dos filtros e induzir periodicamente pequenos desvios na frequência central dos solitões, esta técnica foi demonstrada no trabalho [19] tendo-se obtido consideráveis reduções em termos de *jitter* temporal.

Para além de reduzir o efeito de Gordon-Haus e os campos dispersivos, a filtragem óptica, reduz também a interacção entre solitões ao induzir pequenos desvios de fase entre solitões adjacentes, como foi demonstrado por Y. Kodama e S. Wabnitz, no trabalho [20].

### **3.3.4.2- Moduladores síncronos**

Os solitões ópticos podem também ser controlados no domínio do tempo. Uma das técnicas mais promissoras de controlo no domínio do tempo foi proposta no trabalho [21], por M. Nakazawa, E. Yamada, H. Kubota e K. Suzuki. Esta técnica consiste em introduzir no sistema de comunicação moduladores a operarem sincronamente com a sequência de

impulsos, de tal modo que os solitões ao desviarem-se da sua posição temporal sofrem uma perturbação que fará com que estes se desloquem na direcção da posição correcta.

Esta técnica é independente de qualquer controlo anterior e pode ser usada em conjugação com outras técnicas, permitindo manter o *jitter* temporal dentro duma banda de tolerância relativamente estreita. Esta técnica permite aumentar consideravelmente a distância máxima dos sistemas de comunicação baseados em solitões, ao controlar o *jitter* e ao reduzir quer a interacção entre solitões quer os campos dispersivos.

A principal dificuldade desta técnica reside na necessidade de ter um circuito extractor de relógio para manter o modulador sincronizado, e no facto de em sistemas WDM ser necessário desmultiplexar o sinal antes de o passar pelo modulador e de o voltar a multiplexar depois de processado.

#### **3.3.4.3- Outras técnicas de controlo**

Diversas técnicas de controlo alternativas têm sido testadas em sistemas de comunicação baseados em solitões. Estas técnicas baseiam-se na forma como os solitões interagem entre si, ou na forma como interagem com outros campos ou então na forma como reagem a perturbações externas.

Uma das técnicas mais interessantes para reduzir a interacção entre solitões é baseada na variação alternada da amplitude dos solitões. Uma diferença de amplitude entre solitões adjacentes inferior a 10% provoca diferentes ritmos de acumulação de fase entre os solitões, reduzindo consideravelmente a interacção entre solitões adjacentes. Esta técnica foi usada com sucesso num sistema a 20 Gbit/s e com uma distância total de 11 500 km [22]. Sem a utilização desta técnica tal resultado não seria possível devido à colisão entre impulsos adjacentes.

Outra técnica promissora consiste na introdução ao longo do canal de comunicação de dispositivos que actuem como *fast saturable absorbers*. A ideia é absorver níveis baixos de intensidade do campo óptico, maioritariamente campos dispersivos, e deixar passar os níveis de intensidade do campo elevados, ou seja a componente solitão. Estes dispositivos permitem reduzir a interacção entre solitões e reduzir drasticamente os campos

dispersivos. A grande dificuldade desta técnica é que não é fácil obter dispositivos capazes de desempenharem estas funções com tempos de comutação da ordem dos fentosegundos. Os dispositivos actualmente disponíveis capazes de desempenharem estas funções são dispositivos interferométricos, que apresentam alguns problemas ao nível do tempo de comutação e estabilidade para serem usados em sistemas práticos [23].

Algumas técnicas de controlo baseadas nos efeitos não lineares da fibra óptica têm sido propostas. Destas gostaríamos de salientar as baseadas no efeito da CPM. De facto devido ao efeito da CPM é possível reduzir o *jitter* temporal, fazendo co-propagar periodicamente na mesma fibra, uma sequência de impulsos ortogonais sincronizada [24].

### **3.3.5 Alguns resultados experimentais relevantes**

Os ensaios experimentais realizados no âmbito dos sistemas de comunicação baseados em solitões ópticos podem ser divididos em três categorias, em função da estrutura do sistema óptico de suporte.

O maior número de ensaios têm sido realizados no laboratório usando um *loop* óptico. Esta estrutura permite propagar uma sequência de algumas dezenas de solitões durante uma distância variável. É usado um sistema de controlo que permite especificar o número de vezes que a sequência de solitões percorre o *loop*, conseguindo-se assim variar a distância total do sistema.

Uma outra configuração usada no laboratório consiste em fazer passar a sequência de impulsos por uma cadeia de amplificadores, fibras ópticas e elementos de controlo óptico. Esta configuração é mais realista que a configuração baseada no *loop* óptico, sendo no entanto extremamente dispendiosa para sistemas de longa distância, pelo número de amplificadores que é necessário colocar em série. Atendendo ao preço actual dos amplificadores ópticos, esta é uma solução só ao alcance dos laboratórios dos grandes operadores mundiais de telecomunicações ou dos maiores fabricantes.

Por último, podemos considerar uma outra classe relativamente restrita de ensaios, tendo como suporte sistemas reais. Estas experiências têm sido realizadas unicamente pelos

grandes operadores ou por consórcios englobando grandes operadores, devido ao custos envolvidos nestes ensaios de campo.

A primeira experiência que demonstrou a possibilidade de se usarem solitões em sistemas transoceânicos foi realizado por Mollenauer e Smith em 1988 [4]. Esta experiência foi realizada num *loop* óptico, com amplificação distribuída usando o efeito de Raman. Com advento dos amplificadores de fibra dopada de Érbio, experiências análogas foram realizadas durante a década de 90 usando amplificação concentrada.

A primeira grande barreira, ao aumento da capacidade dos sistemas baseados em solitões, foi o limite de Gordon-Haus. Numa experiência realizada em 1991, L. Mollenauer, B. Nyman, M. Neubelt, G. Raybon e S. Evangelides [16], propagaram uma sequência de impulsos a 2.5 Gbit/s com uma taxa de erro de  $10^{-10}$ , num *loop* óptico, constituído por três amplificadores de fibra dopada de Érbio espaçados de 25 km de fibra, durante 11 000 km, tendo chegado muito próximo do limite de Gordon-Haus. No âmbito dessa mesma experiência e por sugestão de A. Mecozzi [15], que na altura trabalhava em Crawford Hill nos laboratórios Bell, a equipa de L. Mollenauer, incorporou um filtro estreito no *loop* óptico tendo estendido a máxima distância atingível para os 14 000 km, ultrapassando o limite de Gordon-Haus.

Embora a filtragem óptica permita ultrapassar o limite de Gordon-Haus, os resultados experimentais [16] estão longe dos previstos teoricamente [15]. Tal deve-se ao crescimento exponencial dos campos dispersivos, que são largamente aumentados pelo excesso de ganho que é necessário introduzir no sistema, para compensar as perdas introduzidas pelos filtros ópticos. Numa tentativa de aproximar os resultados previstos teoricamente, L. Mollenauer, E. Lichtman, G. Harvey, M. Neubelt e B. Nyman, realizaram uma experiência [25], análoga à realizada no trabalho [16], onde é introduzido um desvio progressivo na frequência central dos filtros ópticos. Esta foi a primeira vez que foram usados filtros deslizantes, tendo sido possível aumentar a distância de propagação para os 15 000 km e duplicar o ritmo de transmissão.

Em 1993 no trabalho [26], a utilização de filtros deslizantes permitiu propagar uma sequência a 10 Gbit/s durante 20 000 km. Aperfeiçoamentos desta técnica de controlo possibilitaram em 1994, no trabalho [27], atingir a distância de 35 000 km a 10 Gbit/s.

Paralelamente ao esforço feito, por parte do grupo de investigadores da empresa americana AT&T, liderados por L. Mollenauer, no sentido de aperfeiçoar as técnicas de controlo no domínio da frequência, um outro grupo de investigadores da empresa japonesa NTT, liderados por M. Nakazawa, desenvolviam técnicas de controlo no domínio do tempo.

Resultados publicados pelo grupo da NTT, em 1991 no trabalho [21], mostram que é possível propagar uma sequência de solitões a 10 Gbit/s durante 1 000 000 km, usando moduladores síncronos inseridos em série no *loop* óptico.

Em 1993, M. Nakazawa, K. Suzuki, E. Yamada, H. Kubota, Y. Kimura e M. Takaya no trabalho [28] sugerem a possibilidade de, usando simultaneamente técnicas no domínio do tempo e da frequência, manter indefinidamente uma sequência de solitões a 10 Gbit/s dentro de um *loop* óptico.

Os resultados obtidos em laboratório no início da década de 90 indicavam que seria possível, usando solitões ópticos, atingir distância transoceânicas para ritmos de transmissão da ordem dos 10 Gbit/s. A partir de meados da década de 90 começaram a ser realizados ensaios em linha no laboratório e ensaios de campo.

As dificuldades que imergiram nos ensaios de campo estão relacionados com a qualidade das fibras actualmente instalados, que apresentam níveis elevados de dispersão cromática, flutuações significativas da dispersão ao longo dos sistemas e valores de birrefringência elevados. Outra dificuldade importante está relacionada com o espaçamento entre amplificadores, usualmente entre os 35 e os 50 km, que obriga frequentemente a operar fora do regime do solitão médio. Notemos que as fibras normais apresentam valores de dispersão cromática na janela dos 1550 nm elevados, assumindo  $\beta_2$  valores próximos dos  $-21 \text{ ps}^2/\text{km}$ . Para estes valores de dispersão impulsos da ordem dos 20 ps apresentam

um comprimento de dispersão da ordem do 20 km, ou seja inferior ao espaçamento entre amplificadores.

Um ideia que surgiu em meados da década de 90 foi operar os sistemas na janela dos 1300 nm, nesta janela a dispersão cromática é consideravelmente inferior, para as fibras normais, o que permite operar no regime do solitão médio. Porém nesta janela a atenuação é superior e não existem amplificadores ópticos tão versáteis como os amplificadores de fibra dopada de Érbio, que operam na janela dos 1550 nm. Nesta janela os amplificadores usados são amplificadores semicondutores que apresentam uma energia de saturação reduzida e tempos de recuperação da ordem das dezenas de picosegundos, fazendo com que o ganho seja dependente da sequência de impulsos. Para além da variação do ganho de impulso para impulso, a variação do ganho ao longo do impulso induz também uma variação instantânea na frequência do campo que deverá ser tida em consideração [29]. Outro problema dos amplificadores semicondutores é a sua sensibilidade à polarização [30].

Neste âmbito teve particular relevo o esforço feito por diversos grupos de investigação europeus no âmbito de projectos co-financiados pela Comissão Europeia e dos quais se destaca o projecto UPGRADE, onde foram efectuados ensaios de campo entre Lisboa e Madrid, para ritmos de transmissão a 10 Gbit/s na janela dos 1300 nm [31].

Na janela dos 1550 nm o esforço tem sido orientado em duas direcções: por um lado usando técnicas de controlo capazes de manterem os solitões mesmo fora do regime do solitão médio, por outro lado operando no regime quase adiabático.

Novas técnicas de controlo e configurações foram sendo tentadas à medida que novos limites foram surgindo. Ao nível dos resultados obtidos o projecto ESTHER realizado no âmbito da Comissão Europeia teve um impacto considerável ao realizar ensaios de campo a 40 Gbit/s sobre fibras de dispersão desviada [31].

Numa outra direcção distinta têm sido obtidos resultados extraordinários operando no regime quase adiabático. Neste regime contudo as soluções propostas passam invariavelmente pela utilização de fibras especiais, com reduzidos níveis de dispersão ou

com dispersão condicionada. Sistemas usando fibras com dispersão decrescente têm sido propostos. Com estas configurações têm sido apresentados resultados com sistemas a operarem a ritmos de transmissão da ordem dos terabits por segundo por comprimento de onda. Para estes ritmos de transmissão são usado impulsos muito estreitos da ordem de poucos picosegundos, fazendo com que efeitos não lineares de ordem superior, como o efeito de Raman, assumam um papel relevante.

### **3.4- Conclusões**

Os solitões ópticos emergiram como uma solução para as limitações impostas pela auto-modulação de fase e pela dispersão da velocidade de grupo em sistemas de comunicação ópticos.

Para além dos ganhos conseguidos, em termos de capacidade com os sistemas baseados em solitões, estes permitiram ainda transferir conhecimento do domínio da óptica não linear, para o domínio da engenharia das telecomunicações.

Embora o advento dos sistemas WDM tenha desviado alguma da atenção dos sistemas baseados em solitões, estes apresentam potencialidades enormes para serem usados em sistemas de comunicação de muito elevado ritmo de transmissão por comprimento de onda.

A estabilidade dos impulsos do tipo solitão tem permitido desenvolver um conjunto variado de técnicas a operarem no domínio óptico. Esta característica faz dos solitões ópticos uma formatação atractiva para o surgimento duma verdadeira camada óptica com capacidade de sincronização, redireccionamento, conversão de frequências, adição e extracção de canais.



## Referências

- [1] N. Zabusky e M. D. Kruskal, Phys. Rev. Lett. 15, 240, 1965.
- [2] A. Hasegawa e F. Tappert, Transmission of stationary nonlinear optical pulses in dispersive dielectric fibers. I. Anomalous dispersion, Appl. Phys. Lett., vol. 23, n. 3, pp 142-144, 1973.
- [3] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen e J. P. Gordon, Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers, Physical Review Letters, vol. 45, n. 13, pp 1095-1098, 1980.
- [4] L. F. Mollenauer e K. Smith, Demonstration of soliton transmission over more than 4 000 km in fiber with loss periodically compensated by Raman gain, Optics Letters, vol. 13, n. 8, pp 675-677, 1988.
- [5] A. Hasegawa e Y. Kodama, Solitons in Optical Communications, Oxford University Press, Oxford, Inglaterra, 1995.
- [6] V. E. Zakharov e A. B. Shabat, Exact theory of two-dimensional self-focusing and one dimensional self-focusing of waves in nonlinear media, Soviet Physics JETP, vol. 34, n. 1, pp 62-69, 1972.
- [7] J. R. Taylor (editor), Optical solitons - theory and experiment, Cambridge University Press, Cambridge, Inglaterra, 1992, capítulo 8, escrito por P. V. Mamyshev.
- [8] V. I. Karpman e E. M. Maslov, Perturbation theory for solitons, Sov. Phys. JETP, vol. 46, n. 2, pp 281-291, 1977.
- [9] T. Georges, Perturbation theory for the assessment of soliton transmission control, Optical Fiber Technology, vol 1, pp 97-116, 1995.
- [10] G. P. Agrawal e R. W. Boyd (editores), Contemporary nonlinear optics, Academic Press, EUA, 1992, capítulo 2, escrito por G. P. Agrawal.
- [11] I. P. Kaminow e T. L. Koch (editores), Optical fiber telecommunications III A, Academic Press, San Diego, EUA, 1997, capítulo 12, escrito por L. F. Mollenauer, J. P. Gordon e P. V. Mamyshev.
- [12] G. P. Agrawal, Fiber - optic communication systems, John Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA, 1992.
- [13] T. Georges, e F. Favre, Modulation, filtering, and initial phase control of interacting solitons, J. Opt. Soc. Am. B, vol. 10, n. 10, pp 1880-1889, 1993.
- [14] A. Hasegawa e Y. Kodama, Guiding-centre solitons, Physical Review Letters, vol. 66, pp 161 - 164, 1991.
- [15] A. Mecozzi, J. Moores, H. Haus, Y. Lai, Soliton transmission control, Optical Letters, vol. 16, pp 1841 - 1843, 1991.
- [16] L. F. Mollenauer, M. Neubelt, M. Haner, E. Lichtman, S. Evangelides e B. Nyman, Demonstration of error-free soliton transmission at 2.5 Gbit/s over more than 14 000 km, Electronics Letters, vol. 27, pp 2055 - 2056, 1991.
- [17] L. F. Mollenauer, J.P. Gordon e S.G. Evangelides, The sliding-frequency guiding filter: an improved form of soliton jitter control, Optics Letters, vol. 17, n. 22, pp 1575-1577, 1992.
- [18] Y. Kodama e S. Wabnitz, Analysis of soliton stability and interactions with sliding filters, Optics Letters, vol. 19, n. 3, pp 162-164, 1994.
- [19] G. Aubin, T. Montalant, J. Moulu, B. Nortier, F. Pirio e J. B. Thomine, Record amplifier span of 105 km in a soliton transmission experiment at 10 Gbit/s over 1Mm, Electronics Letters, vol. 31, n. 3, 1995.

- [20] Y. Kodama e S. Wabnitz, Reduction of soliton interaction forces by bandwidth limited amplification, *Electronics Letters*, vol. 27, pp. 1931 - 1933, 1991.
- [21] M. Nakazawa, E. Yamada, H. Kubota e K. Suzuki, 10 Gbit/s soliton data transmission over one million kilometers, *Electronics Letters*, vol. 27, n. 14, pp 1270-1272, 1991.
- [22] M. Suzuki, N. Edagawa, H. Taga, H. Tanaka, S. Yamamoto e S. Akiba, Feasibility demonstration of 20 Gbit/s single channel soliton transmission over 11 500 km using alternating-amplitude solitons, *Electronics Letters*, vol. 30, n. 13, pp 1083-1084, 1994.
- [23] M. Matsumoto, H. Ikeda e A. Hasegawa, Suppression of noise accumulation in bandwith-limited soliton transmission by means of nonlinear loop mirrors, *Optics Letters*, vol. 19, n. 3, pp 183-185, 1994.
- [24] T. Widdowson, D.J. Malyon, A.D. Ellis, K. Smith e K.J. Blow, Soliton propagation without transmission control using a phase-locked erbium fibre ring laser, *Electronics Letters*, vol. 30, n. 8, pp 661-663, 1994.
- [25] L. F. Mollenauer, E. Lichtman, G. T. Harvey, M. J. Neubelt e B. M. Nyman, Demonstration of error-free soliton transmission over more than 15 000 km at 5 GBit/s, single-channel, and over more than 11000 at 10 GBit/s in two-channel WDM, *Electronics Letters*, vol. 28, n. 8, pp 792- 794, 1992.
- [26] L. F. Mollenauer, E. Lichtman, B. M. Nyman e G. T. Harvey, Demonstration using sliding-frequency guiding filters, of error-free soliton transmission over more than 20 Mm at 10 Gbit/s, single channel, and over more than 13 Mm at 20 Gbit/s in a two-channel WDM, *Electronics Letters*, vol. 29, pp. 910 - 911, 1993.
- [27] L. F. Mollenauer, P. V. Mamyshev e M. J. Neubelt, Measurement of timing jitter in filter-guided soliton transmission at 10 Gbits/s and achievement of 375 GBits/s-Mm, error free, at 12.5 and 15 Gbits/s, *Optics Letters*, vol. 19, n. 10, pp 704-706, 1994.
- [28] M. Nakazawa, K. Suzuki, E. Yamada, H. Kubota, Y. Kimura e M. Takaya, Experimental demonstration of soliton data transmission over unlimited distances with solitons control in time and frequency domains, *Electronics Letters*, vol. 29, n. 9, pp. 729, 1993.
- [29] G. Agrawal, N. Olsson, Self-phase modulation and spectral broadening of optical pulses in semiconductor laser amplifiers, *IEEE Journal of Quantum Electronics*, vol. 25, n. 11, pp. 2297-2306, 1989.
- [30] H. de Waardt, L. F. Tiemeijer e B. H. Verbeek, 89 km 10 Gbit/s 1310 nm repeaterless transmission experiments using direct laser modulation and two SL-MQW laser preamplifier with low polarization sensitivity, *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 6, n. 5, pp. 645-647, 1994.
- [31] Editado pela Comissão Europeia, ACTS - Advanced Communications Technologies and Services, an overview of the programme and projects, 1995.

## Capítulo 4

# Emissor de Solitões

### 4.1- Introdução

Em sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões, a informação é transmitida após modulação de uma sequência de impulsos ópticos estreitos. A envolvente do campo eléctrico dos impulsos ópticos deve ter a forma secante hiperbólica e uma dada potência de pico, de modo a que , no regime de dispersão anómalo, a dispersão da velocidade de grupo e a auto modulação de fase se compensem mutuamente. Este facto permite aumentar o comprimento total dos sistemas e o seu ritmo de transmissão.

Na secção 4.2 deste capítulo, iremos identificar as principais características do emissor de solitões, colocando especial ênfase no nível de tolerância de cada um dos parâmetros envolvidos. Notemos que um impulso óptico ao propagar-se na fibra divide-se em duas componentes, a componente solitão e a componente dispersiva. A componente

solitão só existe a partir de um dado limiar de potência de pico, desde logo o emissor tem que garantir este limiar de modo a formar o solitão. A componente dispersiva vai conter a energia óptica não contida na componente solitão. Atendendo às perturbações que a componente dispersiva vai introduzir no sistema esta deve ser minimizada [1, 2].

Na secção 4.3, faremos uma breve análise comparativa das diferentes técnicas propostas na literatura especializada para gerar impulsos do tipo solitão. As técnicas mais usadas em sistemas de comunicação ópticos, para ritmos de transmissão até aos 40 Gbit/s, são as que se baseiam na utilização do laser semiconductor, devido à sua fiabilidade, dimensão e robustez [3]. Nesta tese, iremos focar a nossa atenção neste tipo de técnicas para gerar impulsos do tipo solitão.

Na secção 4.4, iremos caracterizar o elemento central do emissor de solitões, ou seja o laser semiconductor. Faremos uma análise comparativa, entre um conjunto de resultados provenientes de diversos ensaios laboratoriais e os resultados obtidos numericamente, de modo a validarmos a metodologia usada durante a caracterização do laser.

A secção 4.5 será dedicada ao estudo da geração de impulsos ópticos estreitos. Analisaremos em detalhe uma técnica baseada na comutação do ganho óptico da cavidade de um laser semiconductor. Estudaremos ainda o efeito da variação do ganho óptico na frequência instantânea da portadora óptica, e analisaremos as características espectrais dos impulsos à saída do emissor.

O papel da filtragem óptica, na melhoria das qualidades espectrais dos impulsos do tipo solitão, é discutido na secção 4.6. Iremos apresentar alguns resultados laboratoriais que mostram como é possível, recorrendo à filtragem óptica, reduzir consideravelmente a largura espectral dos impulsos, sem provocar um alargamento substancial dos impulsos no domínio do tempo.

O problema da geração de uma sequência de solitões, ao ritmo de transmissão pretendido, e da sua modulação, de acordo com a informação que se pretende transmitir, será analisado na secção 4.7.

Na secção 4.8 será medido o *jitter* temporal à saída do emissor e identificaremos os fenómenos que estão na sua origem.

## 4.2 - Características do emissor de solitões

Nesta secção pretendemos identificar as principais características de um emissor, susceptível de ser usado em sistemas baseados em solitões, que designaremos por emissor de solitões.

O emissor de solitões deve gerar impulsos o mais próximo possível do solitão fundamental, de modo a minimizar a componente dispersiva. Os parâmetros relevantes são a potência de pico, a largura espectral, a forma do impulso no domínio do tempo e a largura temporal dos impulsos.

A potência de pico à saída do emissor deve poder ser facilmente ajustável e devemos garantir que a potência de pico média na fibra, entre a saída do emissor e o primeiro amplificador é dada por, ver expressão (3.4) e secção 3.3.3.1,

$$P_0 = \frac{1}{\gamma \cdot L_D} \quad (4.1)$$

de modo a operarmos no regime de propagação do solitão médio.

Atendendo a que a potência de pico média, entre a saída do emissor e o primeiro amplificador, é dada por

$$P_0 = \frac{\int_0^{L_a} \{P_s \cdot \exp(-\alpha \cdot z)\} dz}{L_a} \quad (4.2)$$

sendo  $L_a$  a distância entre o emissor e o primeiro amplificador e  $P_s$  a potência de pico à saída do emissor, temos que, atendendo a (4.1) e (4.2),

$$P_s = \frac{Q}{\gamma \cdot L_D} \quad (4.3)$$

com

$$Q = \frac{\alpha \cdot L_a}{1 - \exp(-\alpha \cdot L_a)} \quad (4.4)$$

O parâmetro  $Q$  é usualmente designado como o factor de incremento da potência de pico do solitão. Para os valores típicos do comprimento de dispersão  $L_D$ , do coeficiente não linear  $\gamma$ , da atenuação  $\alpha$ , e do espaçamento entre amplificadores  $L_a$ , devemos obter impulsos com potência de pico a variar, tipicamente, entre os 5 mW e os 50 mW. Este nível de potência óptica não é facilmente conseguido apenas com um laser semiconductor, sendo normalmente necessário incluir um estágio de amplificação óptica à saída do emissor.

A largura espectral é outro dos parâmetros que importa controlar num emissor de solitões. A modulação da intensidade luminosa introduz geralmente *chirp*, ou seja a frequência da portadora óptica não se mantém constante e varia com a modulação da intensidade óptica, provocando assim um alargamento espectral dos impulsos. Este alargamento espectral dos impulsos torna a dispersão mais penalizante e leva ao surgimento de campos dispersivos.

Notemos, no entanto, que é possível fazer com que o efeito combinado do *chirp* e da dispersão provoque uma compressão inicial dos impulsos. Esta técnica tem sido usada em algumas fontes de solitões com o objectivo de obter impulsos ópticos estreitos [4].

A envolvente do campo eléctrico de um solitão óptico tem no domínio do tempo a forma secante hiperbólica, e o produto da largura temporal do impulso de potência pela largura espectral a meia altura é 0.315, ver apêndice B. Este produto é usualmente usado como medida da qualidade espectral dos impulsos.

Conforme observámos anteriormente, a envolvente do campo eléctrico de um solitão óptico apresenta a forma secante hiperbólica. Muito embora à saída do emissor, a forma do impulso possa não coincidir com a forma secante hiperbólica, após a propagação em alguns quilómetros de fibra este adquire rapidamente a forma pretendida. Fazendo com que a forma do impulso no domínio do tempo, não seja usualmente um factor limitativo do

desempenho do sistema, desde que a potência de pico seja suficiente para gerar a componente solitão e esta não se afaste muito da forma secante hiperbólica.

Um parâmetro crítico do emissor é a largura dos impulsos, várias técnicas de obtenção de impulsos ópticos estreitos têm sido apresentadas na literatura. Nesta tese iremos explorar a comutação do ganho da cavidade do laser como forma de obter impulsos estreitos.

Num sistema de telecomunicações baseado em solitões ópticos a largura dos impulsos do tipo solitão deve ser da ordem de  $1/5$  do tempo do bit, de modo a tornarmos pouco penalizante a interação entre solitões. Temos assim, que num sistema a 2.5 Gbit/s a largura dos impulsos deve-se situar próxima dos 80 ps e a 10 Gbit/s próxima dos 20 ps.

### 4.3 - Técnicas de implementação

Têm sido apresentadas na literatura especializada várias técnicas para gerar solitões. Nesta secção iremos fazer uma breve análise daquelas que apresentam mais potencialidades para a utilização em comunicações ópticas. O critério usado para definir técnicas susceptíveis de serem usadas em sistemas de telecomunicações são o permitirem ritmos de transmissão da ordem dos mil milhões de bits por segundo, poderem ser facilmente moduladas e apresentarem um comportamento estável durante vários dias de operação.

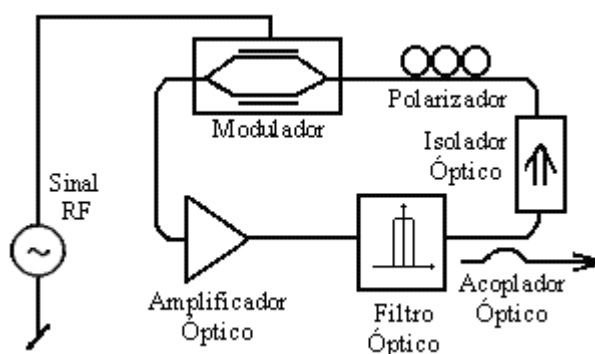


Figura 4.1 - Configuração típica de um laser de fibra. Notemos que a cavidade ressonante é constituída por um percurso fechado de fibra, sendo o ganho dado por um amplificador óptico. É usado um acoplador óptico para retirar o sinal da cavidade e um modulador para pulsar o laser ao ritmo de transmissão pretendido.

Os impulsos mais próximos do solitão ideal têm sido obtidos com o recurso a lasers de fibra, ver figura 4.1. Os lasers de fibra, embora possibilitem gerar solitões de boa qualidade apresentam problemas ao nível da estabilidade, e são dispositivos com um tamanho considerável [5, 6]. Estes lasers têm-se mostrado úteis para usar no laboratório mas, actualmente, são pouco usados em sistemas práticos a operarem a elevados ritmos de transmissão.

Os emissores baseados em lasers semicondutores, modulados directamente ou externamente, são aqueles que apresentam, actualmente, o melhor conjunto de características para sistemas até os 10 Gbit/s. Para sistemas com ritmos de transmissão mais elevados, até aos 40 Gbits/s, têm sido desenvolvidos dispositivos que integram o laser e o modulador numa mesma base, permitindo assim obter dispositivos com elevadas larguras de banda [7]. Na figura 4.2 apresentamos o esquema de um destes dispositivos.

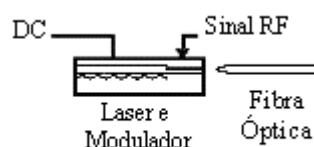


Figura 4.2 - Esquema de um laser semicondutor e modulador integrados na mesma base.

Estes dispositivos apresentam elevadas performances, no entanto têm ainda custos consideráveis. Uma solução alternativa e com bons resultados para ritmos de transmissão até 10 Gbit/s é a modulação externa da intensidade óptica, usando um modulador interferométrico, como se pode observar na figura 4.3.

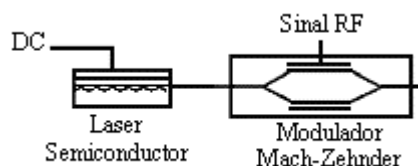


Figura 4.3 - Esquema de um laser semicondutor com um modulador externo do tipo Mach-Zehnder.

Uma outra técnica consiste em modular directamente o laser semicondutor. Na secção 4.5, iremos analisar esta técnica em detalhe, inicialmente sem filtragem óptica e numa segunda fase em conjugação com um filtro óptico estreito. Na figura 4.4 apresentamos o



esquema de um laser semiconductor modulado directamente, seguido por um filtro óptico cujo objectivo é melhorar as características espectrais dos impulsos.

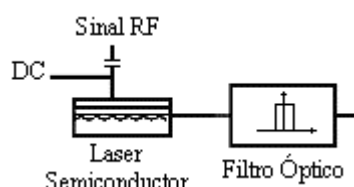


Figura 4.4 - Esquema de um laser semiconductor modulado directamente. O laser é seguido por um filtro óptico estreito, que vai melhorar as características espectrais dos impulsos.

Notemos que, a grande vantagem da modulação externa quando comparada com a modulação directa, é a redução do nível de *chirp*, pois como veremos o *chirp* é intrínseco ao processo de modulação directa do laser semiconductor. Os problemas da modulação externa residem na largura de banda do modulador e nos sinais eléctricos que é necessário obter para atacar o modulador.

Nas figuras 4.1 a 4.4 fazemos referência a um sinal eléctrico que designamos por sinal RF, este sinal têm usualmente duas funções distintas, uma é gerar a sequência de solitões, ao ritmo de transmissão pretendido, e outra é modular a sequência de impulsos com a informação que pretendemos transmitir. Embora não seja explicito nas figuras 4.1 a 4.4 usualmente são usados dois sinais eléctricos sincronizados para efectuar estas operações, um designado por sinal de relógio que gera a sequência de impulsos ao ritmo de transmissão pretendido e outro designado por sinal de dados que modula a sequência de impulsos. Por agora vamos concentrar a nossa atenção na geração da sequência de impulsos, na secção 4.7 iremos analisar o problema da modulação da sequência de impulsos.

## 4.4 - Laser semiconductor

Os lasers semicondutores são usualmente as fontes luminosas escolhidas para sistemas de comunicação de médio e elevado desempenho devido à sua pureza espectral, robustez física, longevidade e volume reduzido.

Com o advento dos computadores digitais, com elevadas capacidades de processamento numérico, uma quantidade considerável de esforço tem sido dedicado ao desenvolvimento de modelos matemáticos, capazes de reproduzirem com exactidão o comportamento do laser semiconductor e suficientemente simples para poderem ser usados na simulação de sistemas de telecomunicações complexos. Usualmente, estes modelos são baseados nas equações de taxas e exigem um conjunto de medições laboratoriais para caracterização do laser [8, 9]. Na secção 4.4.1 vamos apresentar um modelo matemático para o laser e um conjunto de procedimentos laboratoriais que permitem proceder à sua caracterização.

Posteriormente à caracterização, vamos analisar o comportamento DC (DC - **D**irect **C**urrent) e AC (AC - **A**lternated **C**urrent) do laser, ou seja o comportamento do laser quando a corrente de injeção é contínua e quando é sobreposta à corrente de polarização um sinal sinusoidal. Na secção 4.4.2, faremos igualmente um estudo comparativo entre os resultados obtidos no laboratório e os resultados obtidos com o recurso à simulação numérica.

#### **4.4.1 - Caracterização**

O laser que vamos caracterizar e que será usado posteriormente nos diversos ensaios laboratoriais, é um laser semiconductor maciço monomodo DFB, fabricado pela Ortel, com número de série 1002 e modelo 1741A, apresentando um comprimento de onda central no vazio em torno dos 1550 nm.

Na secção 4.4.1.1, faremos a apresentação de um modelo para o laser baseado nas equações de taxas. Na secção seguinte discutiremos o processo de extracção dos parâmetros do laser, secção 4.4.1.2. A secção 4.4.1.3 será dedicada ao estudo dos efeitos parasitas provenientes das ligações exteriores à junção semicondutora.

##### **4.4.1.1 - Equações de taxas**

A aplicação das equações de Maxwell a um laser monomodo maciço resulta num sistema de três equações diferenciais não lineares, designadas por equações de taxas, que definem o número de portadores, o número de fótons no modo do laser e a fase do

respectivo campo electromagnético. Uma forma possível para estas equações em termos de populações é [10]

$$\frac{dN_p(t)}{dt} = \frac{I(t)}{q} - g_{p0} \cdot \frac{N_p(t) - N_{pt}}{1 + \epsilon_p \cdot S_p(t)} \cdot S_p(t) - \frac{N_p(t)}{\tau_n} \quad (4.5)$$

$$\frac{dS_p(t)}{dt} = g_{p0} \cdot \frac{N_p(t) - N_{pt}}{1 + \epsilon_p \cdot S_p(t)} \cdot S_p(t) - \frac{S_p(t)}{\tau_p} + \beta_s \cdot \frac{N_p(t)}{\tau_n} \quad (4.6)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha_{ch}}{2} \cdot g_{p0} \cdot [N_p(t) - N_{pt}] \quad (4.7)$$

onde  $N_p(t)$  e  $S_p(t)$  são o número de portadores e fótons, respectivamente,  $\phi(t)$  é a fase do campo eléctrico,  $I(t)$  a corrente de injeção,  $g_{p0}$  o ganho diferencial,  $N_{pt}$  o número de portadores na transparência,  $\tau_n$  e  $\tau_p$  o tempo médio de vida dos portadores e dos fótons, respectivamente,  $\epsilon_p$  o factor de compressão do ganho,  $\beta_s$  o factor de emissão espontânea e  $\alpha_{ch}$  o factor de alargamento da largura de linha.

Podemos ainda considerar a expressão (4.8) de modo a ter em conta a forte dependência do tempo de vida dos portadores da temperatura de operação do laser. Esta dependência é essencialmente devida ao aumento, com a temperatura, da recombinação não radiactiva de portadores, nomeadamente pelo fenómeno de Auger [11].

Embora usando um dispositivo activo de controlo de temperatura, alguns lasers apresentam uma característica intensidade óptica em função da corrente de injeção fortemente não linear acima da corrente de limiar, devido ao aumento da temperatura de operação com a corrente de injeção. Fazendo com que o tempo de vida dos portadores apresente uma dependência exponencial com a corrente média de injeção no laser, de tal modo que o tempo de vida dos portadores pode ser expresso por [12]

$$\tau_n = \tau_{n0} \cdot e^{-k_T \cdot I_0} \quad (4.8)$$

onde  $\tau_{n0}$  é o tempo de vida dos portadores à temperatura de referência, usada pelo dispositivo activo de controlo da temperatura de operação do laser,  $k_T$  é uma constante dependente das características térmicas do laser e  $I_0$  é a corrente de injeção média.

A potência óptica emitida pelo laser é directamente proporcional à população de fótons sendo dada por

$$P(t) = \eta \cdot \frac{h \cdot f_0}{\tau_p} \cdot S_p(t) \quad (4.9)$$

onde  $\eta$  é a eficiência quântica por face.

#### 4.4.1.2 - Extracção dos parâmetros

A extracção dos parâmetros do laser pode ser efectuada com base na resposta em frequência para pequenos sinais [9]. Nesta secção iremos apresentar a resposta para pequenos sinais obtida das equações de taxa, e posteriormente iremos determinar os parâmetros do laser, com base na medição laboratorial da resposta do laser.

A resposta em frequência para pequenos sinais do laser, pode ser obtida a partir das equações de taxas do laser, linearizadas em torno de um ponto de funcionamento. Obtendo-se a seguinte função transferência normalizada, para o sinal óptico de saída em função do sinal de corrente de entrada [9]

$$H(f; Y, Z) = \frac{Z}{Z - (2 \cdot \pi \cdot f)^2 + i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot Y} \quad (4.10)$$

onde os parâmetros  $Y$  e  $Z$  são função dos parâmetros do laser e da corrente de polarização, dados pelas expressões

$$Y = g_{p0} \cdot \frac{S_{p0}}{1 + \epsilon_p \cdot S_{p0}} + \frac{1}{\tau_n} - g_{p0} \cdot \frac{(N_{p0} - N_{pt})}{(1 + \epsilon_p \cdot S_{p0})^2} + \frac{1}{\tau_p} \quad (4.11)$$

e

$$Z = g_{p0} \cdot \frac{S_{p0}}{1 + \epsilon_p \cdot S_{p0}} \cdot \frac{1}{\tau_p} + (\beta_s - 1) \cdot \frac{g_{p0}}{\tau_n} \cdot \frac{(N_{p0} - N_{pt})}{(1 + \epsilon_p \cdot S_{p0})^2} + \frac{1}{\tau_p \cdot \tau_n} \quad (4.12)$$

onde  $N_{p0}$  e  $S_{p0}$  são o número médio de portadores e fótons, respectivamente, num dado ponto de funcionamento e podem ser estimados através das expressões [10]

$$S_{p0} \approx \frac{\tau_p}{q \cdot \left(1 + \frac{\epsilon_p}{g_{p0} \cdot \tau_n}\right)} \cdot (I_0 - I_{th}) \quad (4.13)$$

e

$$N_{p0} = \frac{\tau_n}{1 - \beta_s} \cdot \left( \frac{I_0}{q} - \frac{S_{p0}}{\tau_p} \right) \quad (4.14)$$

onde  $I_0$  é a corrente de polarização e  $I_{th}$  é a corrente de limiar, dada por

$$I_{th} = \frac{q}{\tau_n} \cdot \left( N_{pt} + \frac{1}{g_{p0} \cdot \tau_p} \right) \quad (4.15)$$

Notemos que o parametro  $\tau_n$  que aparece nas equações (4.11) a (4.15) é função da corrente de polarização de acordo com a equação (4.8).

Com base nas equações (4.10) a (4.15) podemos estimar os parâmetros do laser, fazendo um ajuste da função transferência obtida analiticamente à função de transferência medida no laboratório.

No entanto, os efeitos parasitas, provenientes das ligações exteriores à junção semicondutora, tornam difícil a medição da função transferência directamente [9].

Para compensar os efeitos parasitas vamos medir duas funções de transferência, uma ligeiramente acima do limiar, que será a função transferência de referência, e outra a uma dada corrente de polarização. Com base nestas duas funções transferência vamos definir uma nova função dada pelo quociente, ou pela diferença caso estas sejam representadas em dB, das duas funções anteriores. Assumindo que a função transferência dos parasitas é independente da corrente de injeção, consegue-se assim, através do quociente das funções transferência, anular os efeitos parasitas. A função quociente em dB é dada por

$$S(f; Y_0, Z_0, Y, Z) = 20 \cdot \log_{10} \left| \frac{H(f; Y, Z)}{H(f; Y_0, Z_0)} \right| \quad (4.16)$$

onde  $H(f;Y_0,Z_0)$  e  $H(f;Y,Z)$  representam as respostas normalizadas para pequenos sinais, ver expressão (4.10), respectivamente, para a corrente ligeiramente acima do limiar e para a corrente de injeção que estamos a considerar.

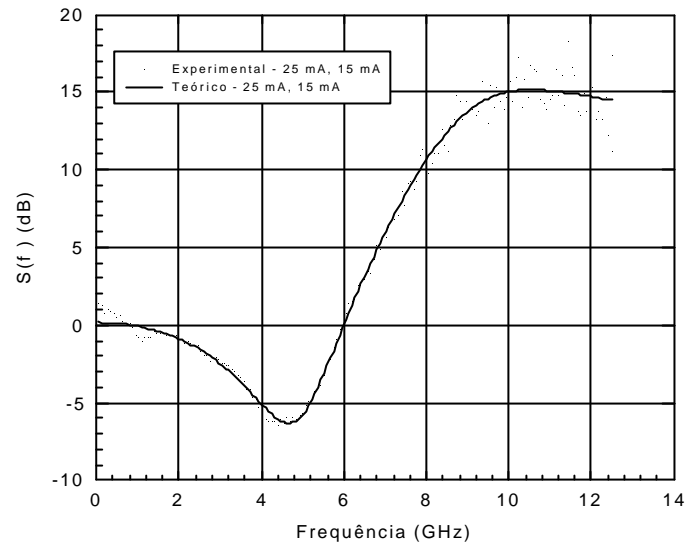
No laboratório procedeu-se à medição da resposta em frequência do laser para uma corrente de injeção de 15 mA, ligeiramente acima do limiar, que no nosso laser é 11.55 mA, a esta função de transferência chamamos função de transferência de referência. Posteriormente, efectuámos a medição da função transferência para diversas correntes de injeção. Após as medições efectuou-se, para cada corrente de injeção, o quociente entre a função transferência medida e a função transferência de referência. Obteve-se assim uma série de valores para cada corrente de injeção. Na figura 4.5 apresentamos dois gráficos, um para a corrente de injeção de 25 mA e outro para 35 mA, onde cada ponto corresponde a um valor obtido pelo quociente entre a respectiva função de transferência e a função de transferência de referência, de acordo com a expressão (4.16).

Com base no conjunto de pontos obtidos para cada corrente de injeção estimámos os parâmetros  $Y$ ,  $Z$ ,  $Y_0$  e  $Z_0$  que aparecem na expressão (4.16), substituindo (4.10) em (4.16). Para isso definimos a função soma dos erros quadráticos, que assume o valor do somatório das diferenças ao quadrado entre a expressão (4.16) e o valor obtido com base nas medições laboratoriais, e procurámos para cada corrente de injeção o conjunto de valores  $Y$ ,  $Z$ ,  $Y_0$  e  $Z_0$  que a minimiza.

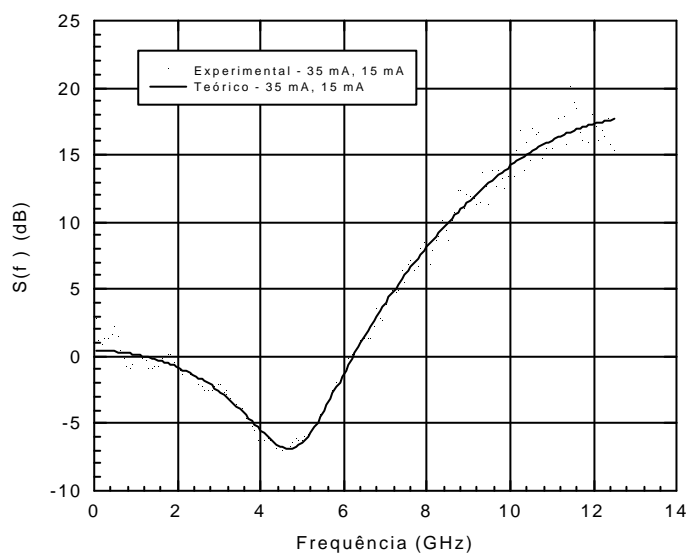
Para pesquisarmos os valores que minimizam a função soma dos erros quadráticos utilizámos a rotina 'fmins', do programa de calculo numérico Matlab, que implementa o algoritmo de Nelder-Meade [13, 14]. Este algoritmo permite encontrar um mínimo local duma função de várias variáveis, próximo de um conjunto de valores iniciais. Os valores iniciais usados foram obtidos com base nos resultados da referência [9].

Obtivemos assim um conjunto de valores correspondentes a  $Y$ ,  $Z$ ,  $Y_0$  e  $Z_0$  para cada corrente de injeção. Embora os diferentes valores obtidos para  $Y_0$  e  $Z_0$  sejam relativamente próximos não são iguais, devido a erros no processo de medida e a erros numéricos introduzidos no processo de minimização. Sendo assim, calculámos o valor médio para  $Y_0$  e  $Z_0$  e voltámos a efectuar nova minimização para cada corrente de injeção,

agora apenas para os parâmetros  $Y$  e  $Z$ , pois  $Y_0$  e  $Z_0$  foram calculados na primeira iteração do processo de minimização, tendo-se obtido os resultados apresentados na tabela 4.1.



(a)



(b)

Figura 4.5 – Quociente das funções transferência, os pontos representam o quociente das medições laboratoriais e a cheio temos os resultados obtidos com base na expressão (4.16) após o ajuste dos parâmetros  $Y_0$ ,  $Z_0$ ,  $Y$  e  $Z$ . A figura (a) corresponde a uma corrente de polarização de 25 mA e a figura (b) a uma corrente de 35 mA. A função transferência de referência, em ambos os casos, foi medida com uma corrente de polarização de 15 mA.

Parâmetro	Corrente (mA)								
	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0	55.0
$Y (x 10^{10} s^{-1})$	-	2.19	3.15	4.54	5.28	6.27	6.71	6.31	7.65
$Z (x 10^{19} Hz^2)$	-	5.71	8.99	12.5	14.9	18.9	19.2	17.5	21.4
$Y_0 (x 10^{10} s^{-1})$	1.23	-	-	-	-	-	-	-	-
$Z_0 (x 10^{19} Hz^2)$	2.32	-	-	-	-	-	-	-	-
P (mW)	0.41	0.86	1.29	1.75	2.17	2.58	3.00	3.32	3.56

Tabela 4.1 –Valores de  $Y_0$ ,  $Z_0$ ,  $Y$  e  $Z$  estimados e da potência óptica medida para várias correntes de polarização.

Com base nos valores obtidos para a potência óptica de saída  $P$ , e nos valores de  $Y$  e  $Z$ , para cada corrente de injeção e tendo em consideração o valor medido para a corrente de limiar do nosso laser, ou seja 11.55 mA, os parâmetros do laser  $g_{p0}$ ,  $\eta$ ,  $\epsilon_p$ ,  $\tau_p$ ,  $\tau_{n0}$ ,  $\beta_s$ ,  $N_{pt}$  e  $k_T$  foram estimados minimizando a função soma dos erros quadráticos, definida como o somatório das diferença ao quadrado entre os valores de  $P$ ,  $Y$  e  $Z$  da tabela 4.1 e os valores obtidos através das expressões (4.9), (4.11) e (4.12).

Usámos novamente o algoritmo de Nelder-Meade, para obter o conjunto de parâmetros que minimiza a função soma dos erros quadrados, com valores iniciais obtidos da referência [9] e [10]. Obteve-se assim um conjunto de valores para cada corrente de injeção.

Parâmetros	Valor
$g_{p0}$	$4.16 \times 10^4 s^{-1}$
$\eta$	0.121
$\epsilon_p$	$1.71 \times 10^{-7}$
$\tau_p$	3.29 ps
$\tau_{n0}$	0.209 ns
$\beta_s$	$7.61 \times 10^{-6}$
$N_{pt}$	$7.10 \times 10^6$
$k_T$	$3.72 A^{-1}$
$\alpha_{ch}$	2.98

Tabela 4.2 –Valores dos parâmetros das equações de taxas do laser. A corrente de limiar do laser assume o valor de 11.55 mA à temperatura a que foram efectuados os ensaios, 25 °C. A constante térmica  $k_T$ , foi determinada com base no ajuste da resposta DC do laser ( ver secção 4.4.2.1). O factor de alargamento de linha  $\alpha_{ch}$ , foi determinado com base na interferência entre três riscas espectrais após propagação em 70.740 km de fibra, conforme foi descrito na secção 2.3.2.1.



Com base nos valores médios e no ajuste da resposta DC do laser, ver secção 4.4.2.1, calculou-se um novo valor para  $k_T$ . Fixando este valor para  $k_T$  voltou-se a repetir o processo de minimização da função erro quadrático, tendo-se obtido um novo conjunto de valores médios que é apresentado na tabela 4.2.

O método apresentado permite extrair todos os parâmetros do laser à excepção do factor de alargamento da largura de linha  $\alpha_{ch}$ . O factor de alargamento da largura de linha, pode ser determinado repetindo o processo descrito no capítulo 2, secção 2.3.2.1, para determinar a dispersão da fibra, usando neste caso como emissor de luz o laser semiconductor modulado directamente.

Tendo em consideração (2.21), podemos obter o valor para o factor de alargamento da largura de linha. O parâmetro da dispersão  $D$  foi obtido com base no declive da equação (2.21), que assume a forma duma equação da recta, o parâmetro  $\alpha_{ch}$  pode ser obtido da mesma equação através ordenada na origem.

É imediato que a partir de (2.21) obtemos a seguinte expressão para a ordenada na origem

$$b_0 = \frac{c}{2 \cdot D \cdot \lambda^2} \cdot \left( 1 - \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(\alpha_{ch}) \right) \quad (4.17)$$

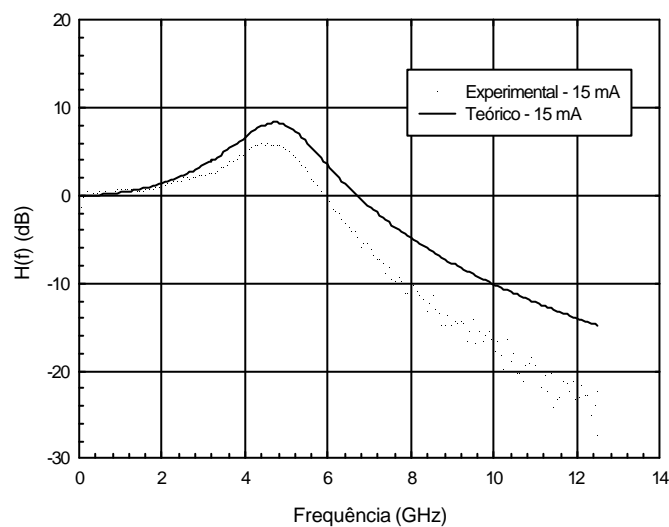
donde podemos retirar o valor do factor de alargamento da largura de linha do laser. Notemos que  $b_0$  e  $D$  são obtidos experimentalmente,  $c$  e  $\lambda$  são conhecidos, logo a única incógnita em (4.17) é  $\alpha_{ch}$ . Aplicando o processo descrito ao nosso laser obtivemos para  $\alpha_{ch}$  o valor de 2.98, finalizando assim o processo de extracção dos parâmetros do laser.

#### 4.4.1.3 - Efeitos parasitas

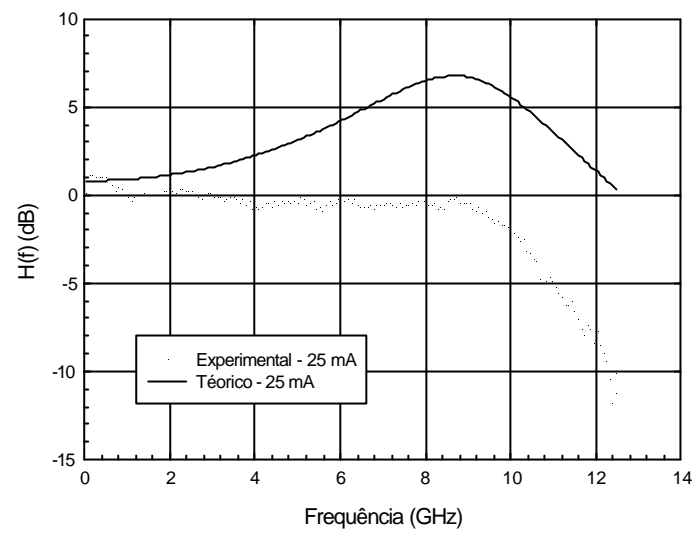
Com o objectivo de analisarmos com mais detalhe os efeitos parasitas, provenientes da ligação exterior à junção semicondutora, apresentamos na figura 4.6 as funções de

transferência medidas directamente e as funções de transferência obtidas com base nos parâmetros extraídos do laser, para as várias correntes de polarização.

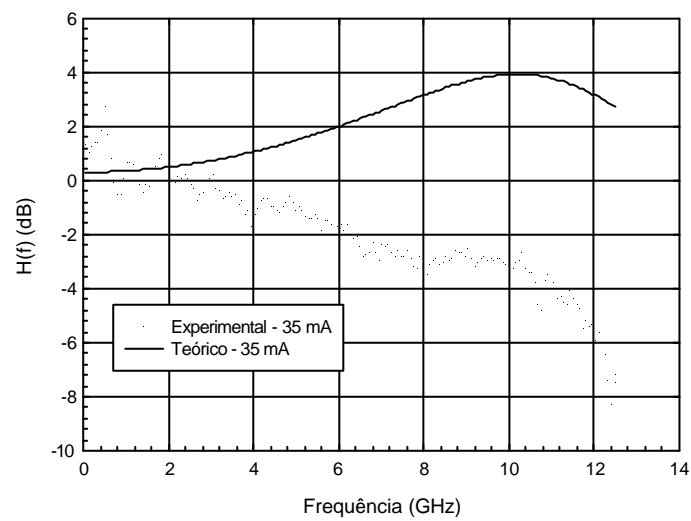
Conforme podemos constatar pela figura 4.6, existe uma grande discrepância entre as funções transferências medidas directamente e aquelas obtidas com base no modelo apresentado. Anteriormente antevimos esta discrepância, justificando que a função transferência medida é o produto da função transferência do laser, expressão (4.10), com a função transferência dos efeitos parasitas. Assumimos ainda que a função transferência dos efeitos parasitas seria independente da corrente de polarização do laser, ou seja, seria igual para todas as medições efectuadas.



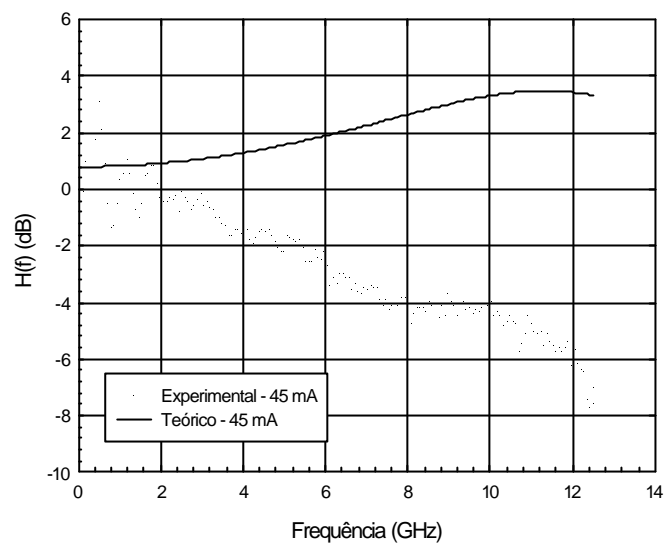
(a)



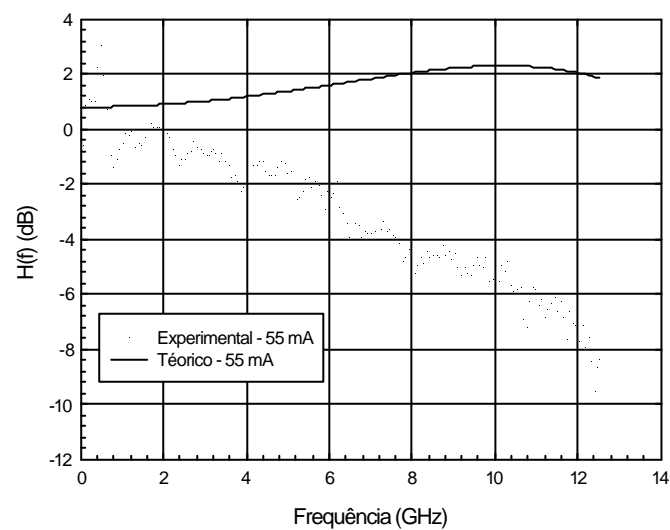
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 4.6 – Resposta em frequência do laser medida directamente e obtida através da expressão (4.10) após determinação dos parâmetros Y e Z (ver tabela 4.1). As figuras (a), (b), (c), (d) e (e) correspondem respectivamente às correntes de polarização de 15 mA, 25 mA, 35 mA, 45 mA e 55 mA.

Vamos agora tentar estimar a função transferência dos efeitos parasitas e verificar a sua relação com a corrente de polarização do laser . Para isso vamos assumir que a função transferência tem apenas um pólo, e é dada por

$$H_{p,1}(f; f_c) = \frac{1}{1 + i \cdot f/f_c} \quad (4.18)$$

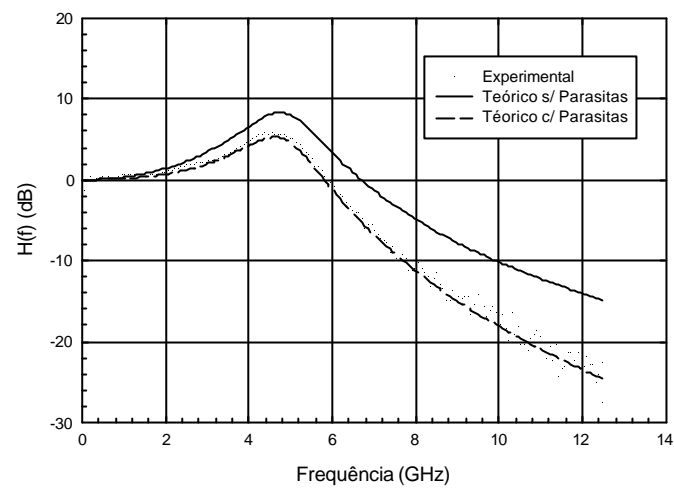
sendo  $f_c$  a frequência de corte a -3 dB.

Notemos que definindo a função soma dos erros quadráticos como sendo o somatório das diferenças ao quadrado entre os valores medidos e o produto da função transferência para pequenos sinais do laser, expressão (4.10), com a função transferência dos efeitos parasitas, expressão (4.18), podemos obter, após minimização da função soma dos erros quadráticos, para cada corrente de injeção uma frequência de corte. Aplicando este procedimento aos resultados da figura 4.6, obtivemos o valor de 4.8 GHz como sendo o valor médio da frequência de corte da função transferência dos efeitos parasitas.

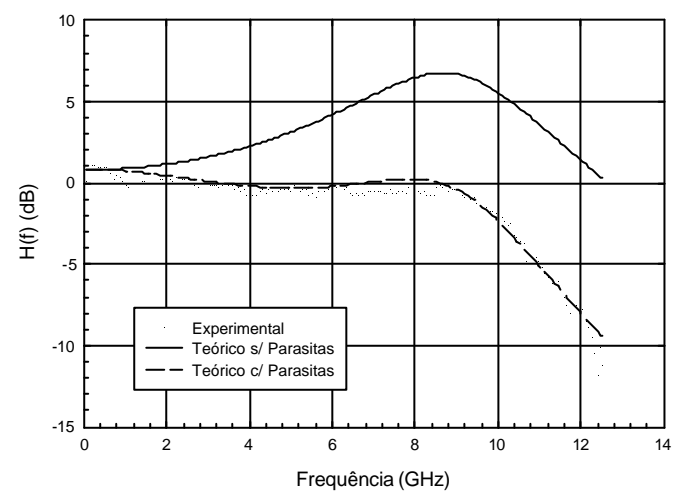
Na figura 4.7 apresentamos as funções de transferência medidas e calculadas, com base no produto da expressão (4.10) com (4.18), considerando uma frequência de corte de 4.8 GHz para a função transferência dos efeitos parasitas.

Conforme podemos observar os resultados obtidos, incluindo a função de transferência dos parasitas, aproximam bastante bem as medições para todas as correntes de polarização, confirmando a validade da nossa premissa quanto à pouca sensibilidade da função transferência dos efeitos parasitas relativamente à corrente de polarização do laser.

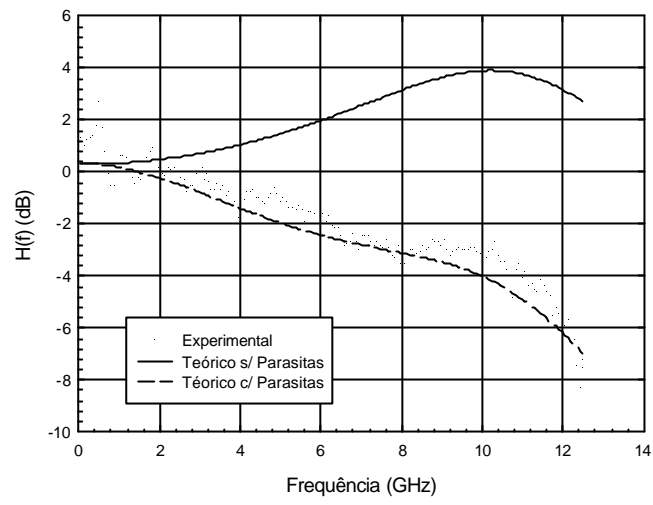
Apesar da boa aproximação obtida pela função de transferência apenas com um pólo, tentámos aproximar a função transferência dos efeitos parasitas por uma função de transferência com dois pólos, não se obtendo melhorias consideráveis. O que nos leva a concluir que os efeitos resistivos e capacitivos são dominantes na modelização dos efeitos parasitas do nosso laser.



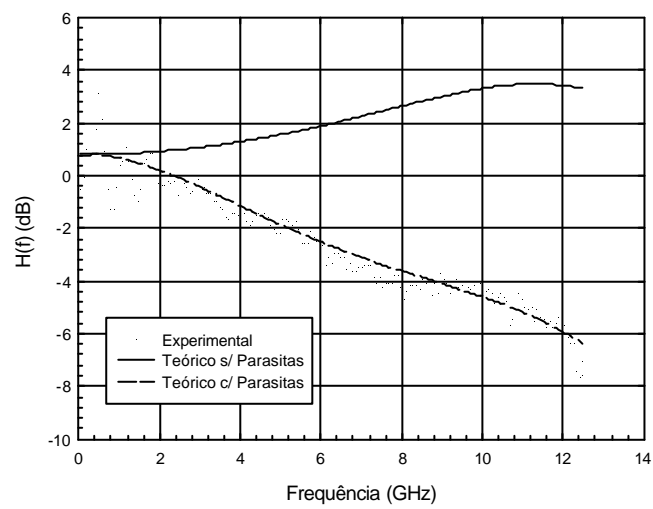
(a)



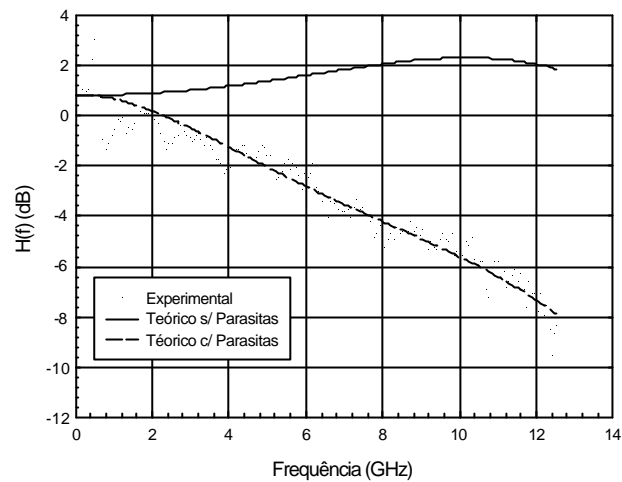
(b)



(c)



(d)



(e)

Figura 4.7 – Resposta em frequência do laser considerando os efeitos parasitas resultantes da ligação exterior à junção semicondutora. As figuras (a), (b), (c), (d) e (e) correspondem respectivamente às correntes de polarização de 15 mA, 25 mA, 35 mA, 45 mA e 55 mA. Os pontos correspondem aos valores medidos no laboratório, a traço apresentamos a resposta desprezando os efeitos parasitas, a tracejado temos a resposta incluindo os efeitos parasitas, considerando uma frequência de corte de 4.8 GHz.

A função transferência dos parasitas é fortemente dependente da estrutura do laser sendo por isso variável de laser para laser. A predominância dos efeitos resistivos e capacitivos verificados no nosso caso não pode por isso ser generalizada, podendo em lasers com uma estrutura diferente os efeitos indutivos assumirem um papel relevante.

#### 4.4.2 - Análise DC e AC

Nesta secção iremos analisar o comportamento DC e AC do laser anteriormente caracterizado. Especial atenção será dada à comparação dos resultados obtidos no laboratório com os resultados obtidos numericamente.

O sistema de equações diferenciais não lineares que descrevem a dinâmica do laser, expressões (4.5) a (4.7), pode ser resolvido numericamente usando o método de Rung-Kutta [15]. Usámos a formula de Runge-Kutta de quarta ordem e implementamos o



modelo numérico no Matlab, e num programa de simulação de sistemas de comunicação, denominado Score [10].

#### 4.4.2.1 - Análise DC

A curva DC do laser, ou seja a potência óptica de emissão em função da corrente de injeção, foi medida experimentalmente e comparada com os resultados da simulação.

Na simulação numérica foram considerados dois casos distintos. Numa primeira simulação considerámos a constante térmica  $k_T$  nula, e como podemos verificar na figura 4.8, o resultado da simulação afasta-se substancialmente das medições experimentais para valores da corrente de injeção superiores a 25 mA, curva a cheio. Após o ajuste da constante térmica  $k_T$ , consegue-se obter uma descrição bastante precisa do comportamento DC do laser, para valores da corrente de injeção até pelo menos os 45 mA, curva a tracejado. Notemos que o valor da constante térmica  $3.72 \text{ A}^{-1}$ , foi obtido minimizando o somatório dos erros quadráticos resultantes da diferença ao quadrado entre os valores da potência óptica medidos no laboratório e os obtidos através da expressão (4.9). Notemos que no calculo da potência óptica usando a expressão (4.9), o número de fótons na cavidade é obtido através da expressão (4.13), que por sua vez varia com o tempo de vida dos portadores, expressão (4.8). Como o tempo de vida dos portadores é dependente da constante térmica  $k_T$ , ficamos assim com um parâmetro livre no calculo da potência óptica. Temos assim um problema de minimização num espaço unidimensional. Para estimar o valor de  $k_T$  usámos a rotina 'fmin' do Matlab que implementa um algoritmo de minimização baseado em interpolações parabólicas [16].

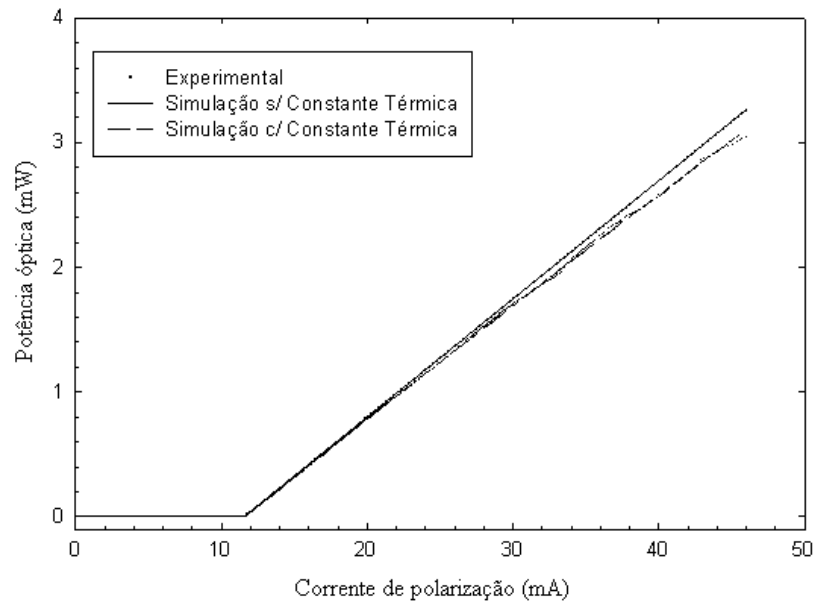


Figura 4.8 – Simulação numérica e resultados experimentais da resposta DC do laser. A cheio temos o resultado da simulação considerando  $k_T$  igual a zero.

#### 4.4.2.2 - Análise AC

De modo a validarmos os procedimentos usados na caracterização do laser, realizámos um ensaio laboratorial, onde polarizamos o laser com uma corrente de 20 mA e à qual sobrepusemos um sinal de modulação. Este sinal foi digitalizado e armazenado num ficheiro, de modo a ser também utilizado como sinal de entrada na simulação.

Na figura 4.9 podemos observar a comparação dos resultados experimentais com os resultados da simulação. Verificando-se que o modelo utilizado, bem como os parâmetros calculados durante a caracterização do laser, tabela 4.2, representam com exactidão a resposta AC do laser.

A discrepância entre a potência óptica medida e os valores calculados numericamente nos instantes iniciais, deve-se à resposta transitória decorrente do arranque do laser, que não é visível nas medições laboratoriais efectuadas. Este efeito pode ser reduzido atribuindo os valores dados pelas expressões (4.13) e (4.14), respectivamente, ao número de fótons e portadores no instante inicial no modelo numérico usado, aproximando assim as condições iniciais da simulação do ponto de funcionamento do laser. Usando estas condições iniciais na simulação do comportamento do laser, obtivemos os resultados da

figura 4.10. Conforme podemos observar, a resposta transitória da simulação numérica deixou de ser observável.

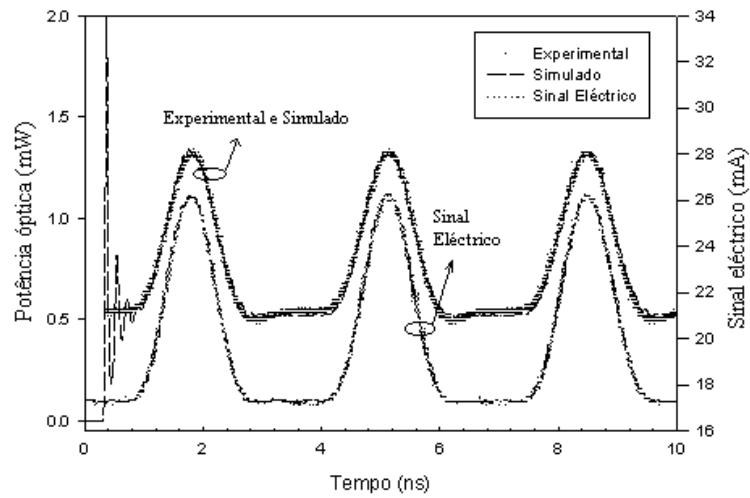


Figura 4.9 – Simulação numérica e resultados experimentais da resposta AC do laser.

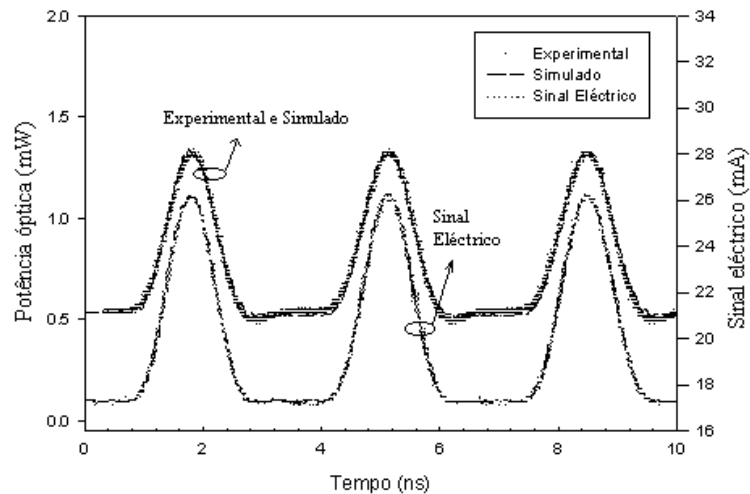


Figura 4.10 – Simulação numérica e resultados experimentais da resposta AC do laser. Considerando na simulação numérica o ponto de funcionamento inicial do laser dado por (4.13) e (4.14).

Mediu-se ainda experimentalmente o desvio instantâneo da frequência da portadora óptica. Os resultados foram comparados com os resultados obtidos tendo por base a expressão (4.7) e são apresentados na figura 4.11. Notemos que a expressão (4.7) permite-nos calcular o desvio instantâneo da frequência da portadora óptica, resultante de variações no número de portadores, mas também nos dá o chamado desvio adiabático da frequência da portadora, correspondente a uma dada corrente de polarização [11]. No

caso presente estamos apenas interessados no desvio instantâneo resultante de variações no número de portadores.

Conforme se pode observar verifica-se uma boa concordância entre os resultados simulados e os resultados experimentais. Notemos ainda que o processo de medição experimental da frequência instantânea do laser não é trivial e vem afectado de algum erro, o que justifica algumas diferenças entre as medições laboratoriais, curva a ponteados, e o resultado da simulação, curva a tracejado, na figura 4.11.

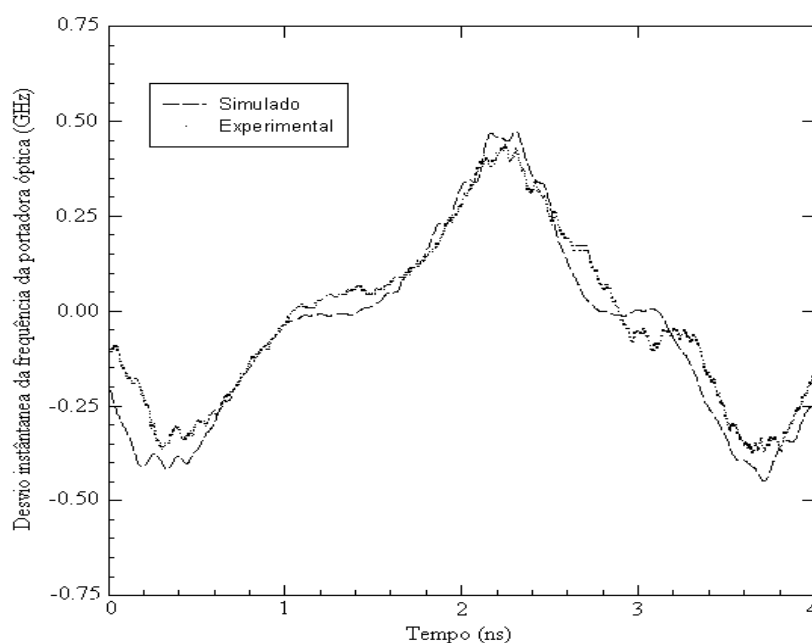


Figura 4.11 – Simulação numérica e resultados experimentais da medição do desvio instantâneo da frequência da portadora óptica.

O circuito usado para medir o desvio instantâneo da frequência da portadora óptica do laser é apresentado na figura 4.12 [17].

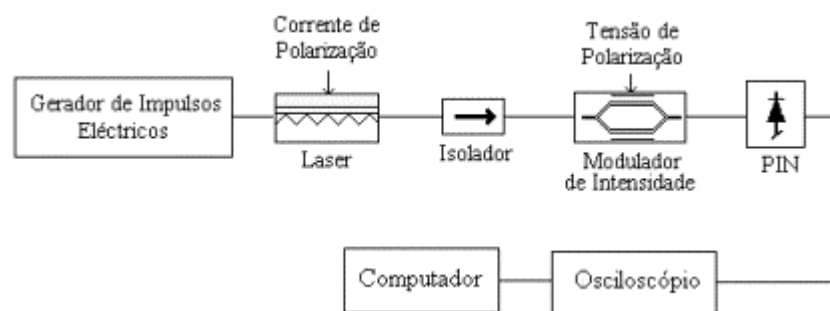


Figura 4.12 – Circuito usado para a medição do desvio instantâneo da frequência da portadora óptica.

O procedimento usado é baseado na medição da resposta do modulador, polarizado quer na curva ascendente quer na curva descendente. Uma descrição detalhado do processo de medida é apresentada na apêndice A desta tese.

## 4.5 - Modulação directa

Uma das vantagens importantes dos lasers semicondutores é o facto de poderem ser modulados directamente, ou seja através da modulação da corrente de injeção é possível variar a potência óptica de emissão.

Nesta secção iremos focar a nossa atenção na obtenção de impulsos ópticos estreitos através da modulação directa de um laser semiconductor. Particular atenção será dada à dependência da largura temporal dos impulsos do ponto de funcionamento do laser, e à introdução de *chirp* resultante da modulação da corrente de injeção.

Conforme referimos anteriormente, ver expressão (4.10), quando a operar acima da corrente de limiar e para pequenos sinais, o laser apresenta um comportamento linear. Foi com base nesta característica que procedemos à extracção dos parâmetros do laser. No entanto, quando modulamos o laser com um sinal de elevada amplitude este passa a apresentar um comportamento não linear, deixando de ser válida a análise anterior. Um critério usado para definir o regime de operação do laser é o índice de modulação  $m$ , definido por

$$m = \frac{|I_m(t)|_{\max}}{I_0 - I_{th}} \quad (4.19)$$

em que  $I_{th}$  é a corrente de limiar e em que a corrente aplicada ao laser é dada por

$$I(t) = I_0 + I_m(t) \quad (4.20)$$

onde  $I_0$  é a corrente de polarização e  $I_m(t)$  é a corrente de modulação.

O regime de pequenos sinais é valido para  $m \ll 1$ . Neste regime a largura dos impulsos ópticos é aproximadamente igual à largura dos impulsos eléctricos, isto é se modularmos o laser com um sinal eléctrico a 10 GHz obtemos impulsos ópticos com uma

largura temporal a meia altura de 50 ps. Neste regime, torna-se difícil obter impulsos muito mais estreitos que os 50 ps, por um lado devido à largura de banda do laser, que mesmo em lasers de grande qualidade dificilmente ultrapassa os 10 GHz, por outro lado porque sinais eléctricos com frequências superiores a 10 GHz são difíceis de obter. No entanto, conforme observámos anteriormente, em sistemas baseados em solitões necessitamos de impulsos ópticos mais estreitos. Para obter impulsos ópticos mais estreitos iremos operar no regime não linear do laser, ou seja nesta secção, ao contrário da secção dedicada à extracção dos parâmetros do laser, iremos operar com valores do índice de modulação superiores a um.

Uma das técnicas mais populares, usadas na geração de impulsos ópticos estreitos, é denominada de *gain switching*. Nesta técnica, como o nome sugere, o ganho óptico da cavidade do laser é comutado rapidamente. O laser é polarizado de tal forma, que ao adicionar-se a corrente de modulação à corrente de polarização, esta faz o laser comutar rapidamente de um valor abaixo do limiar para um valor bem acima do limiar.

Na parte negativa do sinal de modulação, ou seja quando a corrente está abaixo do limiar a densidade de portadores e de fotões é reduzida. Ao comutarmos a corrente, a densidade de portadores aumenta rapidamente, por seu lado a densidade de fotões na cavidade aumenta lentamente, devido essencialmente à emissão espontânea.

Quando o processo de emissão estimulada começa a ser dominante o ganho óptico da cavidade é muito elevado, fazendo com que a densidade de fotões cresça rapidamente, saturando o laser e originando o aparecimento das oscilações de relaxação. Este efeito é bem conhecido e é visto como um inconveniente nos sistemas NRZ ópticos. Na figura 4.13 podemos observar este efeito ao modularmos o nosso laser com uma onda quadrada. Estes resultados foram obtidos com o recurso à simulação numérica.

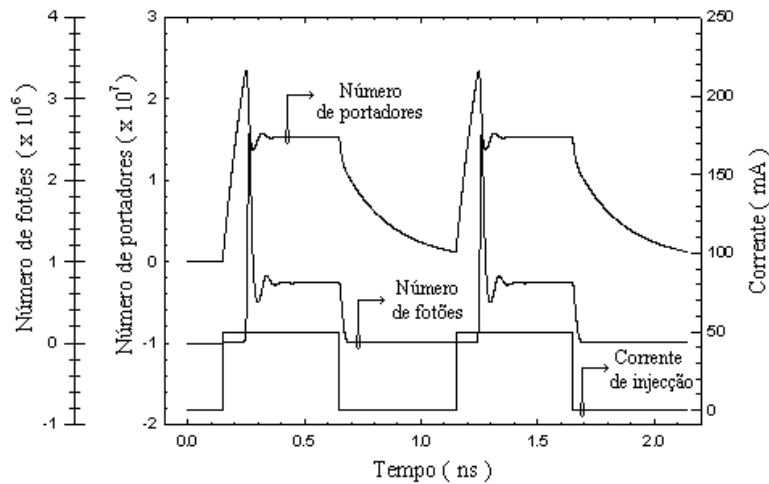


Figura 4.13 – Variação do número de portadores e fótons de um laser semiconductor quando a corrente de injeção é uma onda quadrada. Podemos observar o pico resultante da primeira oscilação de relaxação no número de fótons.

O pico que se verifica no número de fótons, e por consequência na potência óptica de saída quando comutamos a corrente, pode ser aproveitado para gerar impulsos estreitos se a corrente de modulação for tal que leve o laser abaixo do limiar antes da segunda oscilação de relaxação. Analisámos numericamente este efeito, e podemos ver o resultado na figura 4.14.

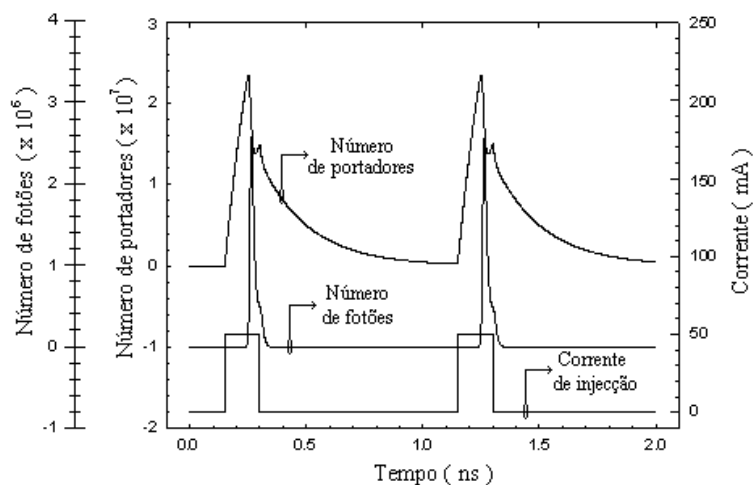
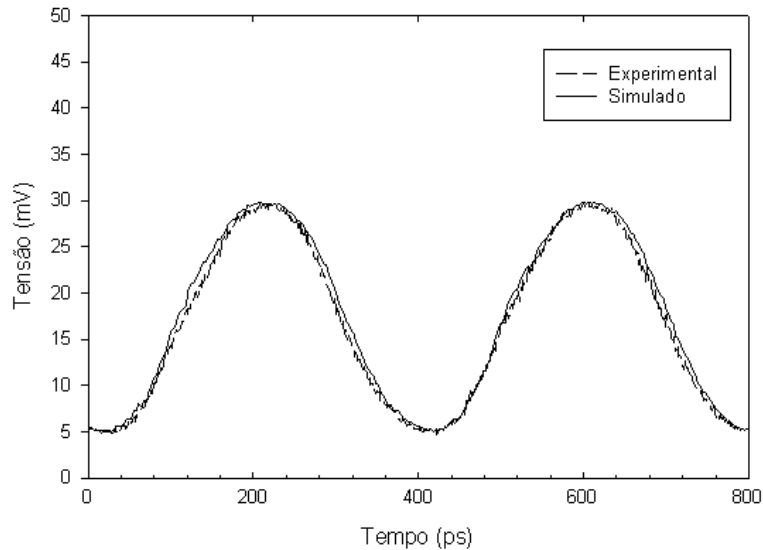


Figura 4.14 – Variação do número de portadores e fótons de um laser semiconductor quando a corrente de injeção é tal que leva o laser a operar abaixo do limiar antes da segunda oscilação de relaxação.

Conforme podemos verificar é assim possível gerar um impulso óptico com uma largura inferior à largura do sinal eléctrico de modulação do laser. Embora no laboratório não tenhamos disponível um gerador de ondas quadradas onde possamos controlar o *duty cycle* para frequências da ordem dos gigahertz, dispomos de um sinal de relógio que pode ir até aos 3 GHz e que pode ser usado numa forma análoga controlando a corrente de polarização do laser.

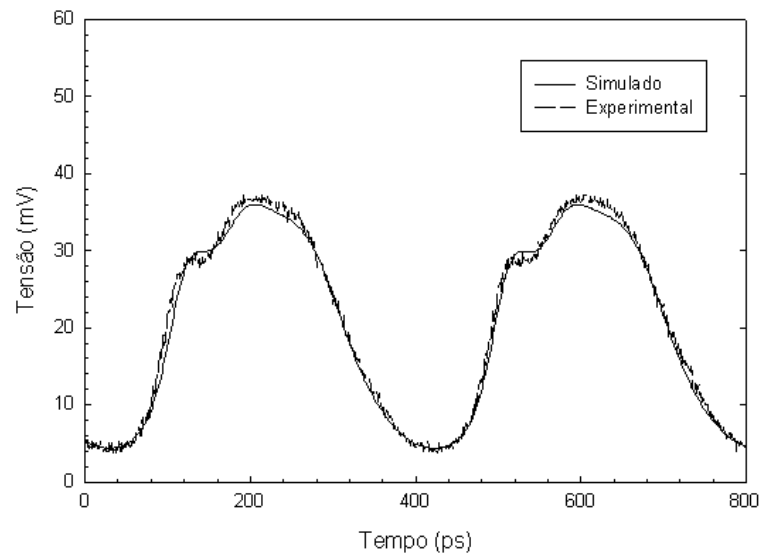
Na figura 4.15, mostramos os impulsos obtidos através da modulação directa do laser semiconductor disponível no laboratório, para diversos pontos de funcionamento. Nos diversos casos, apresentamos os resultados obtidos no laboratório, assim como os resultados obtidos com o recurso à simulação numérica. Em todos os ensaios a frequência do sinal de modulação foi de 2.5 GHz.



$$I_0=35.0 \text{ mA}; I_m=20.0 \text{ mA}; m=0.87$$

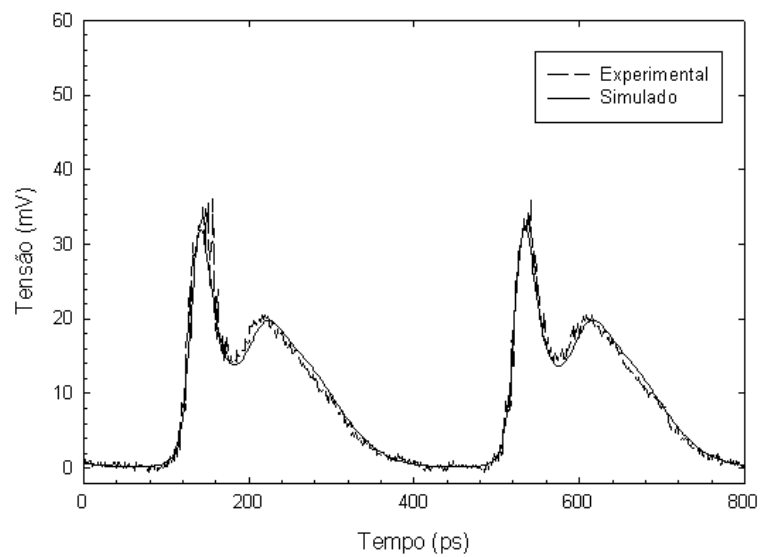
(a)





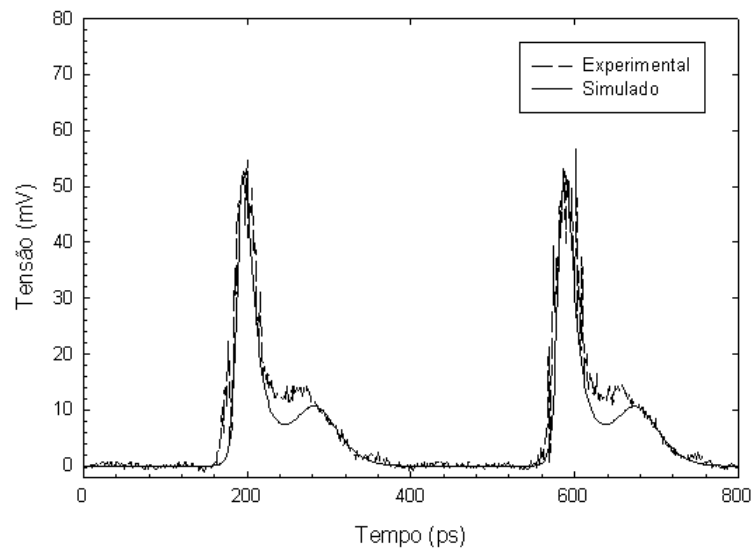
$$I_0=30.0 \text{ mA}; I_m=20.0 \text{ mA}; m=1.1$$

(b)



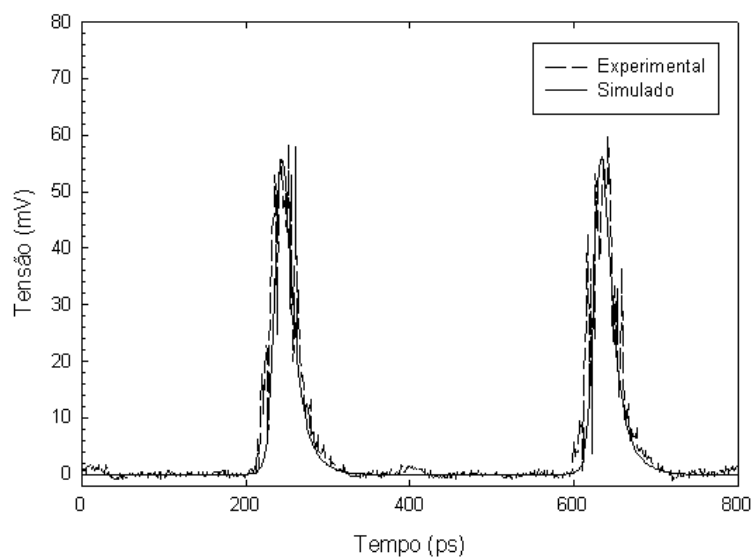
$$I_0=25.0 \text{ mA}; I_m=20.0 \text{ mA}; m=1.5$$

(c)



$$I_0=20.0 \text{ mA}; I_m=20.0 \text{ mA}; m=2.5$$

(d)



$$I_0=15.0 \text{ mA}; I_m=20.0 \text{ mA}; m=6.6$$

(e)

Figura 4.15 – Forma dos impulsos para diversos pontos de funcionamento do laser. Notemos que para valores do índice de modulação  $m$ , inferiores a 1 o sinal óptico segue o sinal eléctrico, ou seja, o laser tem um comportamento predominantemente linear, quando aumentamos o índice de modulação podemos observar as oscilações de relaxação.

Nas medições laboratoriais efectuadas para obter os resultados apresentados na figura 4.15, foi usado um fotodetector do tipo PIN, da marca e modelo HP 83440 C, com uma largura de banda de 20 GHz.

Comparando os resultados obtidos numericamente com os medidos no laboratório, verificamos que o modelo usado aproxima bastante bem o comportamento do laser, para pequenos e para grandes sinais. Notemos que o modelo aproxima com bastante precisão a resposta do laser na geração de impulsos suficientemente estreitos para serem usados em sistemas baseados em solitões até 10 Gbit/s, o que o torna bastante atractivo para a simulação de sistemas de comunicação ópticos a elevados ritmos de transmissão.

Conforme podemos constatar pelos resultados apresentados na figura 4.15, é possível variando o ponto de funcionamento do laser obter impulsos com diferentes larguras temporais. Na figura 4.15(a) são apresentados impulsos com uma largura temporal, a meia altura, próxima dos 200 ps, e na figura 4.15(d) os impulsos apresentam uma largura temporal próxima dos 30 ps.

Notemos que a largura temporal dos impulsos foi medida a meia altura no domínio eléctrico. Ou seja, a largura medida corresponde à largura a meia altura dos impulsos ópticos em potência. A par da largura do solitão,  $T_0$ , a largura a meia altura do solitão em potência,  $T_{\text{fwhm}}$ , é também frequentemente usada para quantificar a largura temporal dos impulsos do tipo solitão. Para obtermos a largura do solitão,  $T_0$ , a partir da largura a meia altura do solitão em potência,  $T_{\text{fwhm}}$ , basta dividirmos esta por  $2 \cdot \ln(1 + \sqrt{2}) \approx 1.76$  [4]. Donde os 30 ps, a meia altura, medidos no laboratório correspondem, em termos de largura do solitão, a 17 ps.

O método apresentado permite variar com relativa facilidade e dentro duma gama considerável de valores a largura temporal dos impulsos. No entanto, a comutação da corrente de injeção faz variar a concentração de portadores, que por sua vez origina uma variação no índice de refração da cavidade do laser, fazendo variar a frequência central do laser. Esta variação da frequência central do laser origina o alargamento espectral dos impulsos ópticos.

Mediu-se o espectro do impulso representado na figura 4.15(d), tendo-se observado uma largura espectral de 34 GHz, bastante longe do valor esperado na ausência de *chirp*, que é de 10.5 GHz, ver apêndice B.

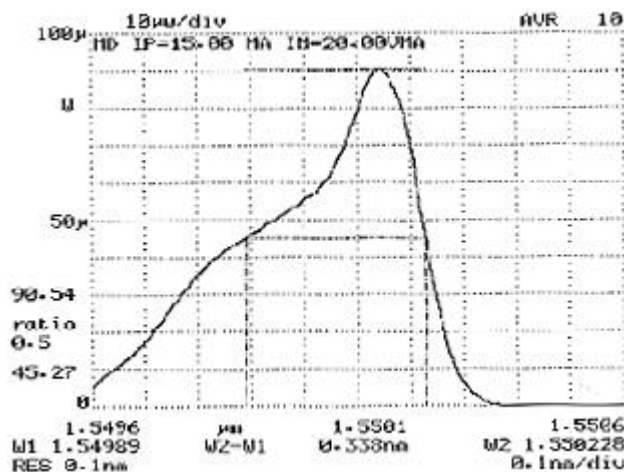


Figura 4.16 – Largura espectral do impulso para  $I_0 = 15.0$  mA.

Embora na figura 4.16, seja mostrado o espectro de potência obtido com uma resolução de 0.1 nm, na medição da largura a meia altura do espectro, e com o objectivo de obtermos um valor mais preciso, a resolução usada no analisador de espectros ópticos foi de 2.5 GHz

## 4.6 - Modulação directa com filtragem óptica

Na secção anterior, obtiveram-se impulsos ópticos estreitos através da modulação directa do laser, no entanto estes impulsos apresentam uma largura espectral considerável, devido ao *chirp* intrínseco ao processo de variação do ganho óptico da cavidade do laser.

No sentido de melhorar as características espectrais dos impulsos, mantendo tanto quanto possível inalterada a largura temporal, vamos filtrar os impulsos com um filtro óptico estreito.

O filtro usado apresenta uma largura de banda de 0.16 nm, sendo constituído por uma cavidade ressonante do tipo Fabry-Perot, tendo sido adquirido à empresa Micron Optics e estando catalogado com o número de série 6100 e modelo FFP-TF.

Na figura 4.16 é mostrado o espectro do impulso antes da filtragem óptica. Com a aplicação do filtro espera-se poder remover a parte esquerda do espectro, que foi causada pela variação da frequência central do laser, sem alterar significativamente as características temporais dos impulsos. Conforme podemos verificar na figura 4.17 o espectro dos impulsos após a filtragem óptica é substancialmente encurtado, apresentando uma largura a meia altura de 0.14 nm, ou seja 17 GHz, próxima da largura de banda do filtro, ou seja, 0.16 nm.

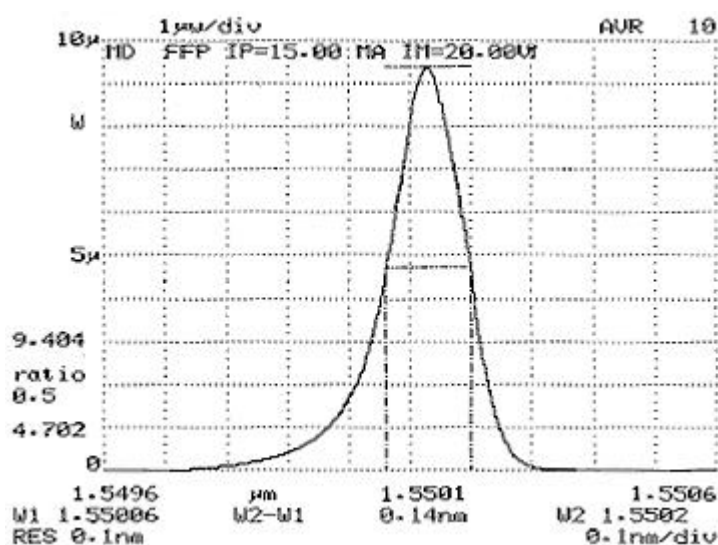


Figura 4.17 – Espectro dos impulsos depois da filtragem óptica.

Notemos que vai ser a largura de banda do filtro que vai condicionar a largura espectral dos impulsos ópticos. Esta técnica permite remover grande parte do *chirp* introduzido pela modulação directa do laser, colocando no entanto um limite inferior à largura temporal dos impulsos.

O filtro óptica, para além de estreitar a largura espectral do impulso, vai também exercer o seu efeito no domínio temporal, alargando o impulso. Na figura 4.18 podemos observar o impulso óptico no domínio do tempo, com filtragem óptica, e o impulso obtido por simulação sem filtro óptico.

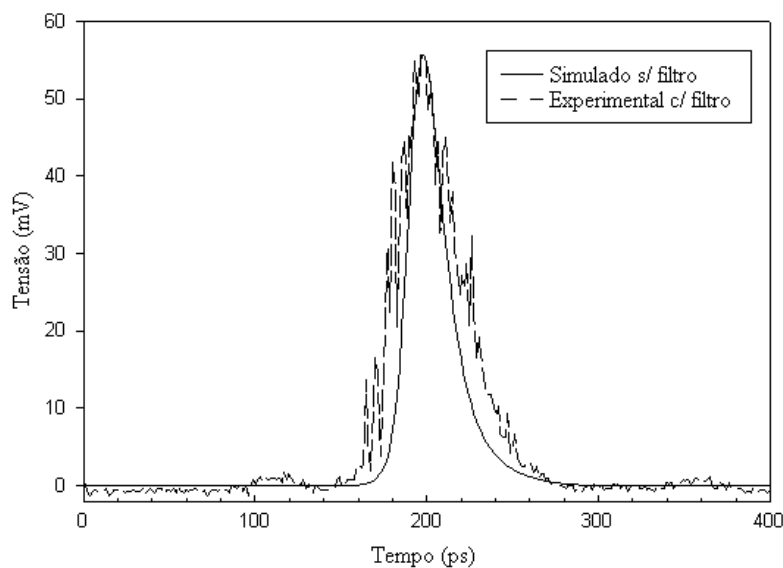


Figura 4.18 – Impulso óptico estreito no domínio do tempo, com filtragem óptica, experimental, e sem filtragem óptica, simulado.

Após a filtragem óptica o impulso apresenta uma largura a meia altura de 40 ps, o que corresponde a um alargamento temporal de 33%, no entanto a largura espectral foi reduzida em 50%, melhorando o produto entre largura temporal e a largura espectral, que passou de 1.1 para 0.7.

## 4.7 - Modulação da sequência de impulsos

Conforme referimos anteriormente, no emissor de solitões são frequentemente usados dois sinais eléctricos, um para pulsar o laser e outro para modular a sequência de impulsos

Nos ensaios laboratoriais usámos o sinal de relógio, do gerador de sequência HP 70841B, para pulsar o laser ao ritmo de transmissão pretendido, no nosso caso a 2.5 GHz, e usámos o sinal de dados do mesmo dispositivo para atacar um modulador do tipo Mach-Zehnder para modular a sequência de impulsos.

A sequência de impulsos é modulada de acordo com os dados que se pretende transmitir bloqueando os impulsos correspondentes aos "0" lógicos. Na figura 4.19, podemos observar o efeito do modulador do tipo Mach-Zehnder, ao bloquear os impulsos no período do bit correspondente ao "0" lógico, de modo a modular a sequência de impulsos com a informação que se pretende transmitir.

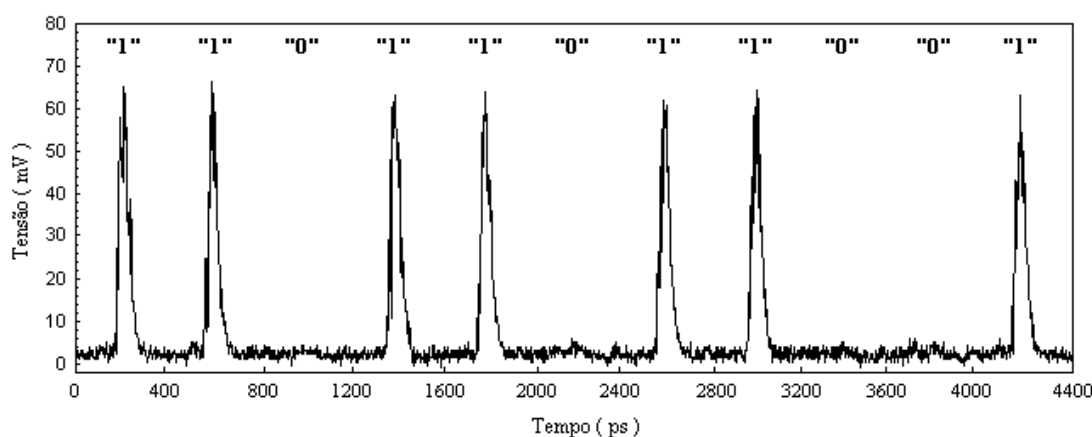


Figura 4.19 – Sequência de impulsos modulada.

## 4.8 - Medição do *jitter* à saída do emissor

Um dos aspectos críticos em sistemas baseados em solitões é o *jitter* temporal, conforme iremos analisar em detalhe no capítulo 5 e 7. No sentido de caracterizarmos o nosso emissor relativamente ao *jitter* temporal, medimos o *jitter* à saída do emissor. Para tal operámos o osciloscópio disponível no laboratório, um HP 54120B com uma largura de banda de 20 GHz, no modo de persistência infinita, de modo a sobrepormos vários períodos do sinal. Notemos que o modo de persistência infinita é apenas um modo de operação do osciloscópio, em que são guardados na memória gráfica do dispositivo os resultados dos varrimentos anteriores. Neste modo de operação o osciloscópio permite traçar um histograma do instante de cruzamento do sinal com um limiar definido pelo utilizador. Colocando o limiar a meia altura obtivemos uma medida do *jitter*, à saída do emissor, conforme podemos observar na figura 4.20.

Medimos o *jitter* temporal no flanco ascendente e descendente dos impulsos. Obtivemos um valor para o desvio padrão sensivelmente igual, para os dois flancos, e de aproximadamente 6 ps. De modo a isolarmos os vários fenómenos físicos envolvidos, a medição do *jitter* foi efectuada colocando o fotodetector à saída do laser, ou seja antes do filtro e do modulador óptico.

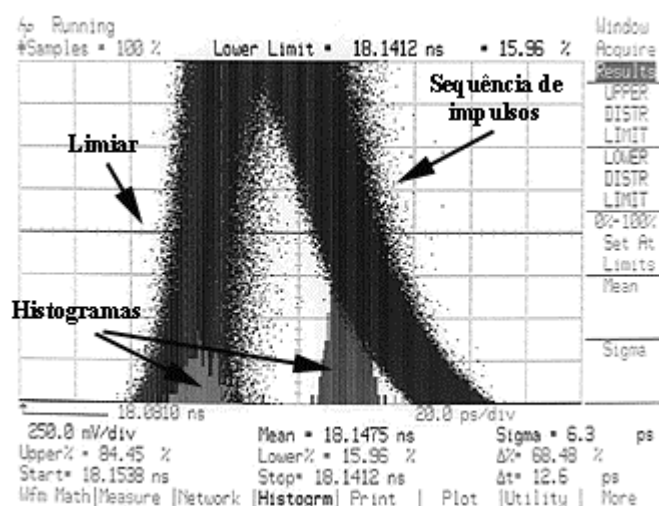


Figura 4.20 – Medição do *jitter* do sinal à saída do emissor.

Procurámos explicar a origem desta incerteza na posição temporal dos impulsos e verificámos que, em grande medida, ela estava relacionada com a qualidade do sinal de relógio, usado para pulsar o laser, e do sinal de disparo, usado pelo aparelho de medida. Na figura 4.21 podemos observar as oscilações na frequência do sinal de relógio. O facto da frequência do sinal de relógio e do sinal de disparo não se manter constante, faz com que a sobreposição dos vários períodos não seja precisa, ou seja observa-se no osciloscópio um sinal grosso.

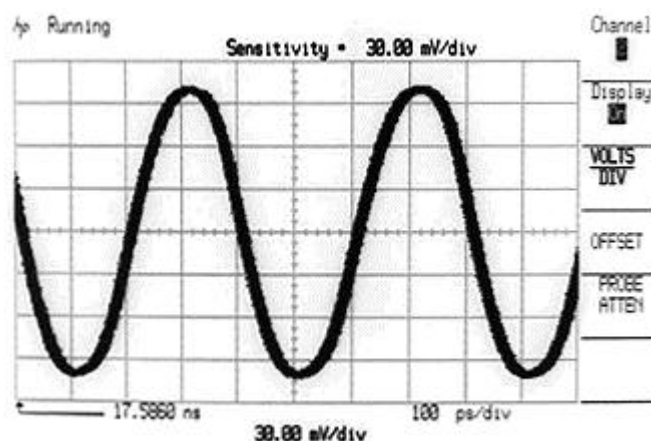


Figura 4.21 – Visualização do sinal eléctrico usado para pulsar o laser.

Se nos detivermos numa arcada do sinal apresentado na figura 4.21, podemos estimar o desvio temporal resultante das oscilações da frequência do sinal de relógio e do



senal de disparo. Que conforme podemos observar na figura 4.22 apresenta um desvio padrão de 1.8 ps.

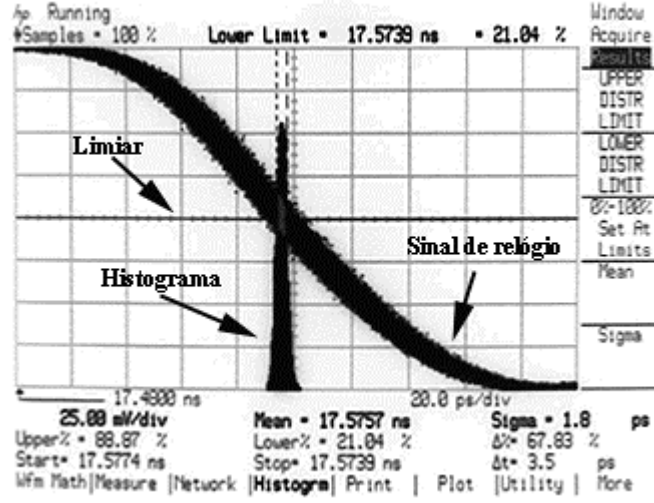


Figura 4.22 – Medição do *jitter* do sinal de relógio.

Com o objectivo de verificarmos se a origem do *jitter* medido à saída do laser era devido exclusivamente às flutuações da frequência do sinal de relógio e do sinal de disparo, simulámos o comportamento do nosso emissor considerando um sinal de ataque ao laser obtido da digitalização de um período do sinal de relógio, adicionado de ruído branco de modo a apresentar um valor para o desvio padrão do *jitter* de 1.8 ps. Verificámos que o *jitter* à saída do laser neste caso seria de apenas 2.1 ps um valor substancialmente inferior ao medido no laboratório.

Alterámos então o nosso modelo numérico para o laser de modo a incluir o ruído. Para isso, e seguindo a referência [10] rescrevemos as equações de taxas na forma seguinte

$$\frac{dN_p(t)}{dt} = \frac{I(t)}{q} - g_{p0} \cdot \frac{N_p(t) - N_{pt}}{1 + \epsilon_p \cdot S_p(t)} \cdot S_p(t) - \frac{N_p(t)}{\tau_n} + f_{np}(t) \quad (4.21)$$

$$\frac{dS_p(t)}{dt} = g_{p0} \cdot \frac{N_p(t) - N_{pt}}{1 + \epsilon_p \cdot S_p(t)} \cdot S_p(t) - \frac{S_p(t)}{\tau_p} + \beta_s \cdot \frac{N_p(t)}{\tau_n} + f_{sp}(t) \quad (4.22)$$

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\alpha_{ch}}{2} \cdot g_{p0} \cdot [N_p(t) - N_{pt}] + f_{\phi}(t) \quad (4.23)$$

em  $f_p(t)$ ,  $f_{sp}(t)$  e  $f_\phi(t)$  são forças de Langevin inseridas para ter em conta as flutuações provenientes da emissão espontânea e da natureza discreta na geração e recombinação de portadores, representando portanto o ruído.

Assumindo que o tempo de correlação das fontes de ruído é muito inferior aos tempos de vida dos fotões e portadores, então os processos estocásticos descritos pelas fontes de ruído presentes nas equações (4.21) a (4.23) podem ser considerados processos de Markov e as forças de Langevin podem ser consideradas como sendo ruído branco com média nula e funções de autocorrelação dadas por [10]

$$\langle f_{np}(t) \cdot f_{np}(t') \rangle = 2 \cdot \left( \frac{\beta_s}{\tau_n} \cdot N_{p0} \cdot S_{p0} + \frac{1}{\tau_n} \cdot N_{p0} \right) \cdot \delta(t - t') \quad (4.24)$$

$$\langle f_{sp}(t) \cdot f_{sp}(t') \rangle = 2 \cdot \frac{\beta_s}{\tau_n} \cdot N_{p0} \cdot S_{p0} \cdot \delta(t - t') \quad (4.25)$$

$$\langle f_\phi(t) \cdot f_\phi(t') \rangle = \frac{\beta_s \cdot N_{p0}}{2 \cdot \tau_n \cdot S_{p0}} \cdot \delta(t - t') \quad (4.26)$$

e com funções de correlação cruzadas dadas por

$$\langle f_{np}(t) \cdot f_{sp}(t') \rangle = -2 \cdot \frac{\beta_s}{\tau_n} \cdot N_{p0} \cdot S_{p0} \cdot \delta(t - t') \quad (4.27)$$

$$\langle f_{np}(t) \cdot f_\phi(t') \rangle = 0 \quad (4.28)$$

$$\langle f_{sp}(t) \cdot f_\phi(t') \rangle = 0 \quad (4.29)$$

onde  $N_{p0}$  e  $S_{p0}$  representam os valores médios estacionários das populações de portadores e fotões, dados por (4.13) e (4.14), respectivamente.

Repetimos a simulação anterior, considerando simultaneamente o *jitter* do sinal eléctrico e o ruído do laser, tendo obtido para o desvio padrão do *jitter* o valor de 5.5 ps. Ou seja, um valor bastante próximo do medido no laboratório.

Tivemos ainda em consideração que o *jitter* é medido no domínio eléctrico, ou seja após o fotodetector, logo o ruído eléctrico do receptor vai também contribuir para o *jitter* medido. De acordo com as especificações fornecidas pela HP, o valor da densidade

espectral do ruído eléctrico aos terminais do fotodetector é inferior a  $324 \text{ pA}^2 / \text{Hz}$ . Incluímos na simulação o efeito do ruído eléctrico do receptor e voltámos a calcular o *jitter* temporal, não se verificando contudo um aumento significativo do *jitter*.

Donde podemos concluir que o *jitter* medido no sinal à saída do nosso laser é devido essencialmente ao *jitter* do sinal de relógio e do sinal de disparo, e ao ruído do laser.

Relativamente ao ruído do laser este manifesta-se na intensidade e na fase do campo eléctrico. Têm sido apresentados na literatura especializada alguns resultados relativos ao *jitter* induzido pelo ruído de fase e pelo *chirp* [18, 19], sendo a origem do *jitter* nestes casos os desvios aleatórios induzidos na frequência central dos solitões. Notemos porém que nestes casos o *jitter* manifesta-se apenas após a propagação do sinal num troço de fibra, o que não é o nosso caso. No nosso caso o *jitter* é medido logo à saída do laser. Julgamos por isso que a sua origem está no ruído de intensidade do campo eléctrico e nas flutuações do estado inicial do laser, induzidas pelo ruído do próprio laser, quando é efectuada a comutação da corrente de injeção. Este efeito foi analisado no trabalho [20] em sistema com formatação NRZ e foi designado por *turn-on jitter*.

Na figura 4.23 mostramos um diagrama de olho do sinal à saída do emissor, ou seja após o filtro e o modulador óptico.

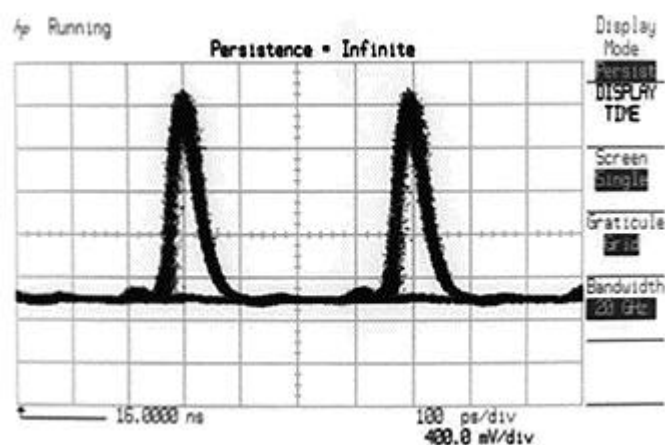


Figura 4.23 – Diagrama de olho à saída do emissor.

## 4.9 - Conclusões

Neste capítulo especificámos as características de um emissor de solitões e estudámos o problema da geração de impulsos estreitos. Apresentámos um modelo e um processo de extracção dos parâmetros para um laser semiconductor, capaz de representar com bastante exactidão o comportamento do laser. Mostrámos que é possível, através da comutação do ganho óptico da cavidade ressonante de um laser semiconductor, obter impulsos estreitos, susceptíveis de serem usados em sistemas baseados em solitões até aos 10 Gbit/s.

Os impulsos obtidos pela modulação directa do laser semiconductor apresentam uma largura espectral considerável, devido à variação da frequência central do laser resultante da modulação da intensidade óptica. Verificámos que as características espectrais dos impulsos podem ser substancialmente melhoradas através da filtragem óptica.

Ao pulsarmos o laser com um sinal eléctrico a 2.5 GHz, verificámos que as variações instantâneas da frequência do sinal eléctrico e o ruído do laser originam *jitter* no sinal óptico à saída do emissor. Este *jitter* deverá ser tido em consideração no projecto de um emissor para sistemas baseados em solitões.

## Referências

- [1] J. Schutz, G.I. Onishchukov, W. Hodel e H.P. Weber, Experiments on the co-propagation of ultra-short pulses with continuous wave radiation through optical fibres, *Optics Communications*, vol. 111, pp. 403 - 416, 1994.
- [2] R. J. Essiambre, e G. P. Agrawal, Control of soliton-soliton and soliton-dispersive wave interactions in high bit-rate communication systems, *Electronics Letters*, vol. 31, n. 17, pp. 1461 - 1463, 1995.
- [3] Kam Y. Lau, Short-pulse and high-frequency signal generation in semiconductor lasers, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 7, n. 2, pp. 400 - 419, 1989.
- [4] G. P. Agrawal, *Fiber-Optic Communication Systems*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA, 1992.
- [5] F. Fontana, G. Grasso, N. Manfredini, M. Romagnoli e B. Daino, Generation of sequences of ultrashort pulses in erbium doped fibre single ring lasers, *Electronics Letters*, vol. 28, n. 14, pp. 1291 - 1293, 1992.
- [6] M. Haelterman, S. Trillo e S. Wabnitz, Generation of ultrahigh repetition rate soliton trains in fibre ring, *Electronics Letters*, vol. 29, n. 1, pp. 119 - 121, 1993.
- [7] P. B. Hansen, G. Raybon, U. Koren, B. I. Miller, M. G. Young, M. A. Newkirk, M. D. Chien, B. Tell e C. A. Burrus, Monolithic semiconductor soliton transmitter, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 13, n. 2, 1995.
- [8] Leif Bjerkan, Arne Røyset, Lars Hafskjaer e Dagfinn Myhre, Measurement of laser parameters for simulation of high-speed fiberoptic systems, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 14, n. 5, pp. 839 - 850, 1996.
- [9] John C. Cartledge e R. C. Srinivasan, Extraction of DFB laser rate equation parameters for system simulation purposes, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 15, n. 5, pp. 852 - 860, 1997.
- [10] Rui Ribeiro, *Simulação, Análise e Optimização de Sistemas FSK Ópticos*, Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1996.
- [11] G. P. Agrawal e Niloy K. Dutta, *Semiconductor Lasers*, 2ª edição, Van Nostrand Reinhold, Nova Iorque, EUA, 1993.
- [12] Rui F. S. Ribeiro e J. R. Ferreira da Rocha, On modelling thermal effects in semiconductor lasers used in communication systems, *Conftele'99*, Sesimbra, Portugal, Livro de actas, pp. 276 - 278, 1999.
- [13] J. A. Nelder e R. Mead, A simplex method for function minimization, *Computer Journal*, vol. 7, pp. 308-313.
- [14] *Mathlab Reference Guide*, fmins, pp. 208 - 210, The Math Works, Natick, EUA, 1992.
- [15] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky e W. T. Vetterling, *Numerical recipes*, Cambridge University Press, Cambridge, Inglaterra, 1988.
- [16] *Mathlab Reference Guide*, fmin, pp. 206 - 207, The Math Works, Natick, EUA, 1992.
- [17] R. A. Saunders, J. P. King e I. Hardcastle, Wideband chirp measurement technique for high bit rate sources, *Electronics Letters*, vol. 30, n. 16, pp. 1336 - 1337, 1994.

- [18] K. Iwatsuki, S. Kawai, S. Nishi e M. Saruwatari, Timing jitter due to carrier linewidth of laser-diode pulse sources in ultra-high speed soliton transmission, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 13, n. 4, pp. 639 - 649, 1995.
- [19] C. Mirasso, L. Pesquera e A. Mecozzi, Pulse-to-pulse frequency jitter in diode lasers and soliton transmission, *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 5, n. 12, pp. 1455 - 1458, 1993.
- [20] Tom Stephens, Kerry Hinton, Trevor Anderson e Bruce Clarke, Laser turn-on delay and chirp noise effects in Gb/s intensity-modulated direct-detection systems, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 13, n. 4, pp. 666 - 674, 1995.

## Capítulo 5

# Incerteza do Tempo de Chegada - *Jitter*

### 5.1- Introdução

Os sistemas de transmissão baseados em solitões ópticos são um tipo de transmissão digital em que impulsos de luz modulados, de acordo com a informação que se pretende transmitir, são enviados através de um meio de comunicação óptico, tipicamente composto por uma série de fibras ópticas, intercaladas por amplificadores e dispositivos de controlo, sendo posteriormente detectados e recuperada a informação.

Uma das limitações ao aumento da capacidade dos sistemas baseados em solitões ópticos, está relacionada com a incerteza do tempo de chegada dos impulsos. Diversas causas fazem com que o tempo de propagação dos impulsos não seja constante, mas varie aleatoriamente de impulso para impulso. A tolerância dos sistemas à variação do tempo de chegada dos impulsos é limitada, sendo usualmente especificada como uma percentagem do período do bit e estando relacionada com a probabilidade de erro dos sistemas de transmissão.

Na secção 5.2, iremos enquadrar o problema do *jitter* em sistemas de transmissão IM-DD ópticos, salientando as possíveis causas da introdução de *jitter* e as consequentes limitações à capacidade dos sistemas por este imposto.

Na secção 5.3, iremos abordar o problema do *jitter* em sistemas de transmissão baseados em solitões ópticos. Nestes sistemas o *jitter* apresenta uma componente importante devida à transmissão não linear, que iremos analisar salientando as suas origens físicas.

Na secção 5.4, apresentaremos um novo modelo para o *jitter* em sistemas baseados em solitões, tendo em consideração as principais fontes de *jitter* devido à transmissão não linear, para os sistemas estudados no âmbito desta tese, ou seja o efeito de Gordon-Haus e a interacção entre solitões.

## 5.2 - Problema do *jitter* em sistemas IM-DD ópticos

Num sistema de transmissão óptico IM-DD ideal, o tempo de chegada dos impulsos estaria espaçado por múltiplos inteiros do período do bit. No entanto em sistemas reais o tempo de chegada dos impulsos vai sofrer pequenas variações aleatórias, que designaremos por *jitter*.

As principais causas do *jitter* são distorções aleatórias introduzidas durante a propagação no sinal óptico e imperfeições nos circuitos de geração e extracção do sinal de relógio. Podemos dividir as origens do *jitter* em duas grandes classes, uma englobando os fenómenos comuns a todos os sistemas IM-DD ópticos e outra específica dos sistemas de transmissão baseados em solitões. Nesta secção iremos enquadrar o *jitter* em termos de sistemas IM-DD ópticos.

Na secção 4.8 verificámos como é que imperfeições no circuito que gera o sinal de relógio dão origem a *jitter* no domínio óptico. O *jitter* que medimos à saída do nosso emissor de solitões, e que é, em grande medida, devido a imperfeições no circuito oscilador que gera o sinal de relógio e ao ruído do laser semiconductor, vai originar uma incerteza no tempo de chegada dos impulsos, fazendo com que o receptor tenha mais dificuldade em



operar no instante de decisão óptimo para todos os impulsos, degradando assim o desempenho dos sistemas de transmissão.

Os actuais receptores ópticos têm um circuito de extracção de relógio, que vai retirar um sinal de sincronismo da sequência de impulsos, de modo a sincronizar o instante de decisão do receptor com o instante mais favorável. O processo de extracção do sinal de sincronismo é complexo e vai ser perturbado pelo facto da sequência de impulsos não ser ideal. As distorções aleatórias sofridas pela sequência de impulsos durante a transmissão e detecção, assim como as imperfeições do circuito de extracção do relógio vão introduzir o chamado *jitter* do sinal de relógio [1, 2].

Em sistemas de transmissão digital a sequência de impulsos é, geralmente, o resultado da multiplexagem de várias sequências de impulsos com ritmos de transmissão mais baixos. Este processo de agrupamento de sequências de menor ritmo de transmissão é chamado de multiplexagem temporal. A multiplexagem temporal envolve a sincronização de um conjunto de sinais de entrada, com ritmos de transmissão eventualmente diferentes, com um sinal de saída resultante do agrupamento dos vários sinais de entrada. No receptor é efectuado o processo inverso, ou seja é desmultiplexado o sinal de modo a serem recuperados os sinais de menor ritmo de transmissão. Os processos de multiplexagem e desmultiplexagem envolvem circuitos de extracção de relógio e circuitos de sincronização que podem introduzir *jitter* no sistema [1].

A acumulação do *jitter* em redes de transmissão IM-DD ópticas tem assumido progressivamente um papel cada vez mais relevante. Este progressivo aumento da importância do *jitter* no desempenho dos sistemas está relacionado com o aumento dos ritmos de transmissão usados, e mais recentemente, com o advento da chamada camada de transporte óptica, em que funções tradicionalmente efectuadas no domínio eléctrico são transferidas para o domínio óptico [3].

### **5.3 - *Jitter* devido à transmissão não linear**

O problema do *jitter* em sistemas de transmissão lineares tem sido intensamente estudado, no entanto o aparecimento de sistemas de transmissão ópticos em que os efeitos

não lineares assumem um papel relevante veio levantar novas questões no âmbito da caracterização do *jitter*.

Nesta secção iremos analisar as principais causas da introdução de *jitter*, em sistemas baseados em solitões. Especial atenção será dada ao efeito Gordon-Haus, secção 5.3.1, e à interacção entre solitões, secção 5.3.2, pela sua relevância no desempenho dos sistemas estudados no âmbito desta tese. Serão ainda abordados, na secção 5.3.3, o problema do *jitter* devido à PMD, aos campos acústicos, ao ruído de fase e *chirp* do laser, ao efeito de Raman, aos desvios temporais induzidos pelo ruído de emissão espontânea e ao coeficiente de dispersão de terceira ordem.

### **5.3.1 - Efeito de Gordon-Haus**

Conforme foi referido anteriormente, os amplificadores ópticos adicionam ruído de emissão espontânea à sequência de impulsos. O ruído introduzido pelos amplificadores ópticos vai perturbar a amplitude, a fase, a posição temporal e a frequência central dos solitões. As perturbações na frequência central dos impulsos originam variações na velocidade de propagação dos solitões, introduzindo *jitter* no sistema.

Este efeito foi inicialmente estudado por J. P. Gordon e H. A. Haus [4], e é conhecido como o efeito de Gordon-Haus. De acordo com o que referimos no capítulo 3, o ruído de emissão espontânea provoca um desvio na frequência central do solitão, que pode ser caracterizado, à saída do amplificador óptico, por uma distribuição gaussiana com média nula e variância dada por (3.23).

Considerando a ausência de perturbações externas, chegamos à conclusão por integração directa da equação (3.15) que um desvio  $\delta\omega_s$  na frequência angular central normalizada do impulso do tipo solitão à saída de um amplificador se traduz, devido à dispersão da velocidade de grupo, em termos temporais num atraso normalizado dado por  $\delta\omega_s \xi_a$  à entrada do amplificador seguinte, em que  $\xi_a$  é a distância normalizada entre amplificadores.

Supondo um sistema composto por um conjunto de troços de fibra, de comprimento  $\xi_a$ , intercalados por  $N_a$  amplificadores, conforme pode ser observado na

figura 3.3(b), temos que o desvio temporal à entrada do receptor será dado pelo somatório dos desvios parciais, ou seja à entrada do receptor o desvio temporal normalizado induzido pelo desvio de frequência normalizado resultante do ruído de emissão espontânea adicionado pelo primeiro amplificador será dado por

$$\delta\tau_{d,1} = -N_a \cdot \xi_a \cdot \delta\omega_1 \quad (5.1)$$

onde  $\delta\omega_1$  é o desvio normalizado da frequência angular à saída do primeiro amplificador.

De modo análogo o desvio induzido pelo segundo amplificador será dado por

$$\delta\tau_{d,2} = -(N_a - 1) \cdot \xi_a \cdot \delta\omega_2 \quad (5.2)$$

onde  $\delta\omega_2$  é o desvio normalizado da frequência angular imposto pelo segundo amplificador, que é estatisticamente independente do desvio induzido pelo primeiro amplificador. Repetindo o processo para todos os amplificadores, chegamos à conclusão que o desvio acumulado, ou seja o somatório dos desvios temporais normalizados induzidos por todos os amplificadores, é dado por

$$\delta\tau_d = \sum_{j=1}^{N_a} \delta\tau_{d,j} = -\xi_a \cdot \left\{ N_a \cdot \delta\omega_1 + (N_a - 1) \cdot \delta\omega_2 + \dots + \delta\omega_{N_a} \right\} = -\xi_a \cdot \sum_{p=1}^{N_a} \sum_{j=1}^p \delta\omega_j \quad (5.3)$$

onde  $\delta\omega_j$  é desvio normalizado da frequência angular imposto pelo amplificador j. De (5.3) podemos calcular a variância do desvio temporal normalizado à entrada do receptor, obtendo-se

$$\sigma_{GH,\delta\tau_d}^2 = \xi_a^2 \cdot \left\{ N_a^2 \cdot \sigma_{\omega_s}^2 + (N_a - 1)^2 \cdot \sigma_{\omega_s}^2 + \dots + \sigma_{\omega_s}^2 \right\} = \xi_a^2 \cdot \sigma_{\omega_s}^2 \cdot \sum_{j=1}^{N_a} j^2 \quad (5.4)$$

em que  $\sigma_{\omega_s}^2$  é dado por (3.23). No cálculo de (5.4) foi tida em consideração a independência estatística dos desvios de frequência impostos pelos vários amplificadores, assim como os resultados apresentados na secção 3.3.2.

Considerando que o número de amplificadores é suficientemente elevado para ser válida a aproximação

$$\sum_{i=1}^{N_a} j^2 \approx \int_0^{N_a} j^2 dj = \frac{N_a^3}{3} \quad (5.5)$$

obtemos de (5.4) e (5.5)

$$\sigma_{GH, \delta\tau_d}^2 = \frac{N_a^3 \cdot \xi_a^2 \cdot \sigma_{\omega_s}^2}{3} \quad (5.6)$$

Desnormalizando a expressão (5.6) e substituindo  $\sigma_{\omega_s}^2$  por (3.23), obtemos para a variância do *jitter* a expressão seguinte

$$\sigma_{GH}^2 = \frac{n_{sp} \cdot n_2^I \cdot D \cdot h \cdot (G-1) \cdot L_T^3}{9 \cdot T_0 \cdot A_{eff} \cdot L_a \cdot Q} \quad (5.7)$$

onde  $n_{sp}$  é o factor de emissão espontânea dos amplificadores ópticos,  $n_2$  é o parâmetro não linear da fibra óptica,  $D$  é a dispersão cromática da fibra,  $h$  é a constante de Planck,  $G$  é o ganho dos amplificadores,  $L_T$  é o comprimento total do sistema,  $T_0$  é a largura temporal dos solitões,  $A_{eff}$  é a área efectiva da fibra,  $L_a$  é o espaçamento entre amplificadores e  $Q$  é o factor de incremento da potência óptica dado pela expressão (4.4).

Devemos ainda ter em consideração que a expressão (5.6) dá-nos a variância do desvio temporal normalizado, ou seja o resultado da expressão (5.6) é uma grandeza adimensional, enquanto a expressão (5.7) dá-nos a variância do desvio temporal em unidades de tempo, usualmente em picosegundos ao quadrado.

Em resumo, podemos afirmar que o *jitter* devido ao efeito de Gordon-Haus tem uma distribuição gaussiana e apresenta uma variância proporcional ao cubo da distância total do sistema, expressão (5.7). Notemos que a robustez dos impulsos do tipo solitão são a origem do efeito Gordon-Haus, ou seja o solitão incorpora o ruído de emissão espontânea auto ajustando a sua frequência central. Atendendo ao carácter aleatório dos desvios de frequência induzidos e à dispersão da velocidade de grupo, o tempo de propagação dos solitões assume também uma natureza aleatória, que pode ser caracterizada, após uma sequência de  $N_a$  amplificadores, por uma distribuição gaussiana com variância dada por (5.7).

### 5.3.2 - Novo modelo para a interacção entre solitões

Conforme observámos no capítulo 3 o solitão aparece como uma solução da equação não linear de Schrödinger, no entanto isto só é verdade para um impulso isolado. Num sistema de telecomunicações real estamos interessados em transmitir uma sequência de impulsos. Nesta secção vamos analisar em que medida é que a presença de outros impulsos vai perturbar a propagação do solitão.

Começaremos por analisar o caso de dois solitões, que é um problema tratado na literatura especializada, e baseados neste resultado vamos derivar um novo modelo para o caso que nos interessa, que é a dinâmica duma sequência aleatória de solitões.

#### 5.3.2.1 - Caso de dois solitões

O caso de dois solitões foi inicialmente estudado por Karpman e Solov'ev [5]. Posteriormente, e seguindo um método alternativo J. P. Gordon [6], chegou à mesma solução. Ambos os resultados são baseadas na resolução aproximada da equação não linear de Schrödinger e a solução encontrada foi a seguinte

$$U(\xi, \tau) = u_1 \cdot \text{sech}[u_1 \cdot (\tau - q)] \cdot \exp(i \cdot \phi_1) + u_2 \cdot \text{sech}[u_2 \cdot (\tau + q)] \cdot \exp(i \cdot \phi_2) \quad (5.8)$$

em que a separação normalizada entre solitões é  $2q$ , a amplitude e fase de cada um dos impulsos é  $u_1$ ,  $\phi_1$  e  $u_2$ ,  $\phi_2$ , respectivamente, sendo  $q$ ,  $u_1$ ,  $\phi_1$ ,  $u_2$  e  $\phi_2$  função da variável espacial  $\xi$ .

Notemos que no caso do solitão representado pela primeira parcela do membro do lado direita da equação (5.8), o parâmetro  $q$  tem exactamente o mesmo significado que o deslocamento temporal normalizado  $\tau_s$ , introduzido na expressão (3.11), enquanto na segunda parcela  $q$  é igual ao inverso do deslocamento temporal normalizado do respectivo solitão. Nesta secção optamos por usar, no primeiro solitão,  $q$  em vez de  $\tau_1$  e no segundo solitão  $q$  em vez de  $-\tau_2$  para evidenciar a simetria do deslocamento temporal dos solitões, e porque esta notação é frequentemente usada no estudo do problema da interacção entre solitões pois simplifica o formalismo do tratamento analítico.

No trabalho [6], J. P. Gordon, mostra que no caso de dois solitões, com amplitudes idênticas, a separação normalizada entre os solitões e a diferença de fase são governadas pelo seguinte par de equações diferenciais acopladas

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \xi^2} = -4 \cdot \exp(-2 \cdot q) \cdot \cos(2 \cdot \psi) \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} = 4 \cdot \exp(-2 \cdot q) \cdot \sin(2 \cdot \psi) \quad (5.10)$$

em que  $\psi$  é a diferença de fase e é dado por  $(\phi_2 - \phi_1) / 2$ .

Notemos que para simplificar a escrita estamos a designar  $q$  e  $\psi$  como sendo, respectivamente a separação normalizada e a diferença de fase entre os solitões, quando em rigor  $q$  é metade da separação normalizada e  $\psi$  é metade da diferença de fase entre solitões.

A equação (5.9) mostra que a dinâmica, em termos de separação temporal, de um par de solitões é dominada por forças de interacção que dependem exponencialmente da sua separação e sinusoidalmente da diferença de fase.

As equações (5.9) e (5.10) são directamente integráveis, ver apêndice C, e admitindo que  $q_0$  e  $\psi_0$  são a separação e diferença de fase inicial, respectivamente, obtemos a expressão seguinte para  $q$  e  $\psi$  durante a propagação

$$q(\xi) = q_0 + \frac{1}{2} \cdot \ln \left[ \frac{\cosh[4 \cdot \exp(-q_0) \cdot \sin(\psi_0) \cdot \xi] + \cos[4 \cdot \exp(-q_0) \cdot \cos(\psi_0) \cdot \xi]}{2} \right] \quad (5.11)$$

$$\psi(\xi) = \psi_0 + \frac{1}{2 \cdot i} \cdot \ln \left[ \frac{\cos[2 \cdot \exp(-q_0) \cdot \exp(-i \cdot \psi_0) \cdot \xi]}{\cos[2 \cdot \exp(-q_0) \cdot \exp(i \cdot \psi_0) \cdot \xi]} \right] \quad (5.12)$$

Em resumo podemos afirmar que, no caso de dois solitões, a sobreposição das caudas dos solitões, dá origem a forças de interacção entre eles, que dependem da separação temporal e diferença de fase, fazendo com que a separação normalizada entre

solitões, seja uma função da variável espacial  $\xi$ , da separação temporal e diferença de fase inicial.

Na figura 5.1 mostramos a separação normalizada entre dois solitões em função da distância de propagação, expressão (5.11), para diferentes diferenças de fase iniciais  $\psi_0$  e para uma separação temporal normalizada inicial de 3.5.

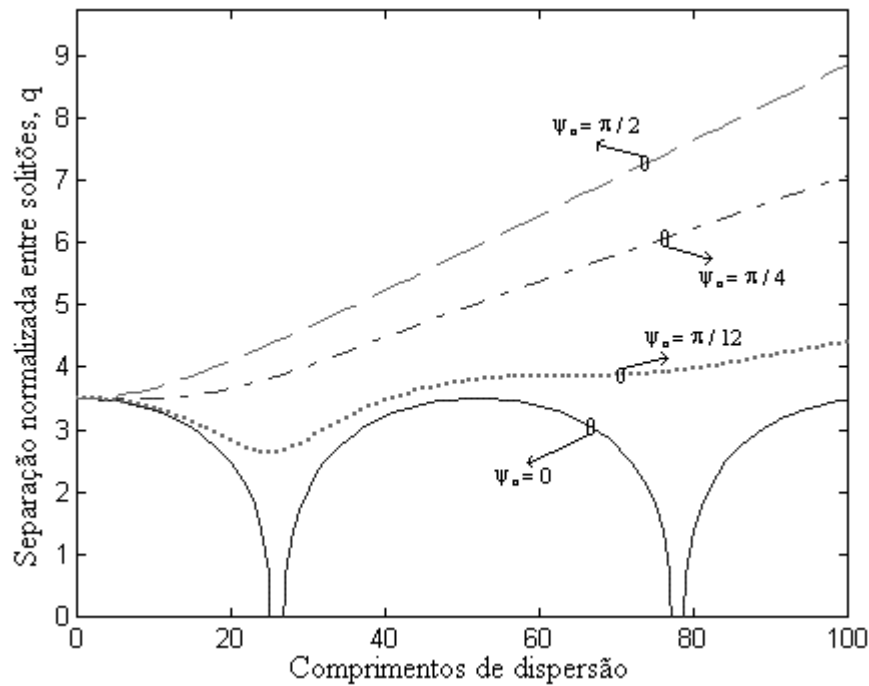


Figura 5.1 - Separação normalizada entre dois solitões em função do comprimento de dispersão e para diferentes diferenças de fase inicial. A separação temporal normalizada inicial é de 3.5.

Notemos que o sentido das forças, ou seja se são de atracção ou repulsão, depende da diferença de fase inicial dos solitões.

Como uma diferença de fase nula entre solitões vizinhos origina o pior caso, e é a situação mais comum em sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões, vamos centrar a nossa atenção neste caso.

Colocando  $\psi_0$  igual a zero, na equação (5.11), e após alguma manipulação algébrica obtemos a expressão seguinte para a separação temporal normalizada entre dois solitões em fase

$$q = q_0 + \ln[\cos(a \cdot \zeta)] \quad (5.13)$$

onde  $a = 2 \exp(-q_0)$ .

Os resultados apresentados nesta secção são apenas válidos para o caso de dois solitões. No entanto, com base nestes resultados iremos derivar um novo modelo para a dinâmica da interacção entre solitões numa sequência aleatória. Para isso vamos começar por analisar o caso de três solitões, seguindo para o caso de quatro e finalmente generalizando para uma qualquer sequência.

Como comentário final ao caso de dois solitões, gostaríamos de referir que no trabalho [7], T. Georges deduz a mesma expressão obtida por J. P. Gordon usando a teoria das perturbações adiabáticas, apresentada na secção 3.2.2, em que o termo relativo à perturbação que actua sobre o solitão cuja a amplitude é  $u_1$  é obtido do termo relativo ao efeito de Kerr,  $|u_1 + u_2|^2 \cdot (u_1 + u_2)$ , considerando, para além do termo relativo ao SPM,  $|u_1|^2 \cdot u_1$ , apenas os termos de primeira ordem em relação ao segundo solitão, ou seja considerando a perturbação

$$\varepsilon \cdot P(u_1) = -2 \cdot |u_1|^2 \cdot u_2 - u_1^2 \cdot u_2^* \quad (5.14)$$

### 5.3.2.2 - Caso de três solitões

De modo a estender o resultado anterior ao caso de três solitões, vamos analisar o conjunto de forças que actuam sobre cada impulso num sistema de três solitões, tendo em consideração que as forças de interacção decrescem exponencialmente com a separação temporal e dependem da diferença de fase.

Num sistema de três solitões, onde as distâncias e diferenças de fase relativas entre os solitões externos, A e C na figura. 5.2, e o solitão central B são iguais, as forças de interacção que actuam sobre o solitão B anulam-se mutuamente, sendo assim o solitão B permanece fixo.



Na figura 5.2 representamos vectorialmente as forças que estão a actuar sobre cada um dos solitões. Devemos notar que estamos a usar o conceito de força, de modo análoga ao usada na mecânica clássica, duma forma algo abusiva. Porém esta é uma prática comum no tratamento do problema da interacção entre solitões e permite simplificar alguns dos conceitos envolvidos.

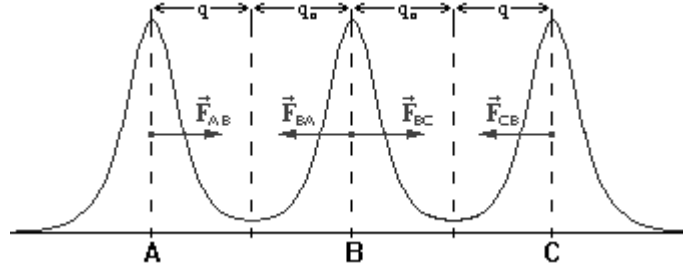


Figura 5.2 - No caso de três solitões, em que as distâncias e diferenças de fase relativas entre os solitões externos e o solitão central são iguais, as forças de interacção sobre o solitão B compensam-se mutuamente.

No caso de dois solitões a separação entre solitões é dada por  $2 \cdot q$ . No entanto no caso de três solitões, porque o solitão central está fixo, notemos que a força resultante que actua sobre o solitão B, na figura 5.2, é nula, a separação entre o solitão central e os solitões laterais é dada por  $q_0 + q$ , onde  $q_0$  é a separação inicial.

Introduzindo este dado nas equações (5.9) e (5.10), ou seja substituindo a separação entre solitões, que no caso de dois solitões é dada por  $2 \cdot q$  por  $q_0 + q$ , obtemos o seguinte par de equações diferenciais acopladas para a dinâmica do solitão externo no caso de três solitões. Notemos que o solitão central permanece fixo.

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \xi^2} = -2 \cdot a \cdot \exp(-q) \cdot \cos(2 \cdot \psi) \quad (5.15)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} = 2 \cdot a \cdot \exp(-q) \cdot \sin(2 \cdot \psi) \quad (5.16)$$

Resolvendo as equações (5.15) e (5.16) para o caso de solitões em fase, ver apêndice C, chegamos à seguinte expressão para a separação normalizada entre os solitões laterais e o solitão central num sistema de três solitões em fase

$$q = q_0 + \ln \left[ \cos^2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a \cdot \xi \right) \right] \quad (5.17)$$

Comparando (5.17) com a correspondente solução para o caso de dois solitões (5.13), observamos que para além do quadrado na função coseno, no caso de três solitões o período é  $\sqrt{2}$  vezes superior, comparativamente ao caso de dois solitões. Isto significa que as forças de interacção são mais críticas no caso de dois solitões do que no caso de três solitões, pois a colisão entre solitões dá-se mais cedo no caso de dois solitões.

Testámos a validade do nosso resultado analítico resolvendo numericamente a equação não linear de Schrödinger para o caso de dois e três solitões. Os resultados são apresentados na figura 5.3. Como podemos observar os resultados numéricos estão em concordância com os resultados analíticos.

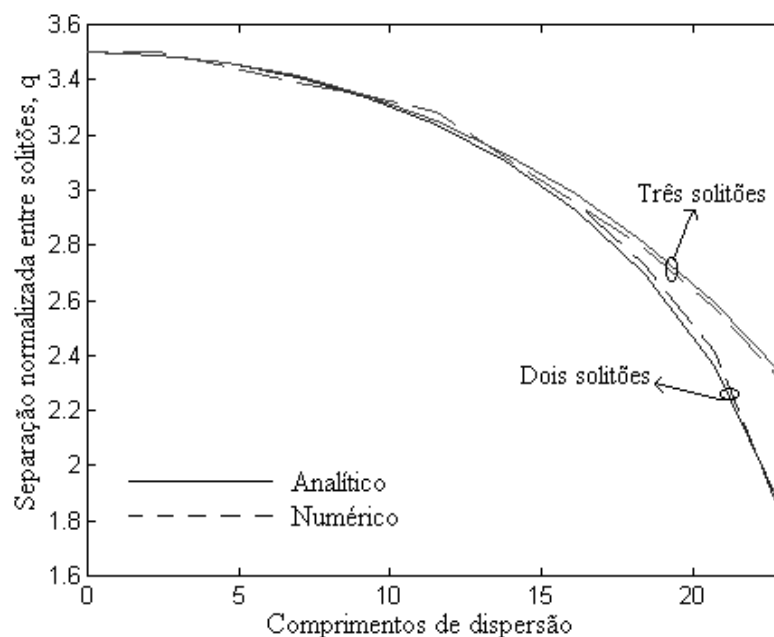


Figura 5.3 - Distância normalizada entre solitões. As curvas a cheio são os resultados analíticos, as curvas a tracejado são os resultados numéricos obtidos resolvendo a equação não linear de Schrödinger.

### 5.3.2.3 - Numa sequência aleatória

De modo a generalizar os resultados obtidos nas secções 5.3.2.1 e 5.3.2.2 para uma sequência aleatória de impulsos, vamos começar por analisar o caso de quatro solitões.

Num sistema de quatro solitões em fase onde os dois solitões centrais, B e C na figura 5.4, estão rodeados por impulsos exercendo forças de interacção opostas, estes permanecem praticamente fixos. Sem grande perda de rigor podemos assumir que os solitões centrais estão fixos e os solitões laterais, A e D, comportam-se de um modo similar ao sistema de três solitões.

Mostramos na figura 5.4, o conjunto de forças que actuam sobre cada impulso. Atendendo à diminuição exponencial das forças de interacção com a separação entre solitões, a força exercida no solitão B por D e em C por A, pode ser desprezável relativamente às forças exercidas pelos solitões adjacentes.

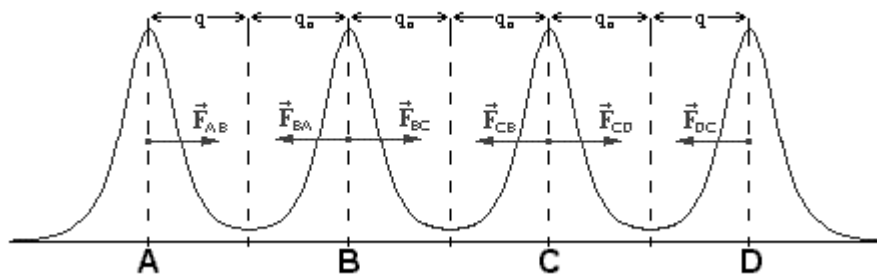


Figura 5.4 - No caso de quatro solitões os solitões centrais (B e C) estão praticamente fixos, porque cada um deles está rodeado por impulsos que exercem forças de interacção opostas.

Obtivemos assim um modelo para a dinâmica de quatro solitões tendo por base o resultado anteriormente obtido para o caso de três solitões.

É obvio que este resultado pode ser estendido para o caso de mais do que quatro solitões. Numa longa sequência de impulsos, os únicos que sofrem desvios substanciais devido às forças de interacção são o primeiro e o último. Deste modo qualquer sequência de solitões pode ser reduzida aos casos anteriores. Recordemos que estamos a considerar apenas as forças de interacção originadas por solitões adjacentes, porém atendendo à diminuição exponencial das forças de interacção com a separação, tal revela-se usualmente uma boa aproximação em sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

Em sistemas de comunicação ópticos a sequência de impulsos é aleatória, contendo longas sequências de impulsos mas também impulsos isolados e pares de impulsos. Para

analisar o caso de uma sequência longa podemos dividi-la em pequenas sequências de modo a reduzi-la aos casos estudados anteriormente.

Na figura 5.5 temos uma sequência de 12 períodos que podemos reduzir ao caso de um solitão isolado H, pares de solitões A e B, K e L e três solitões D, E e F.



Figura 5.5 - De modo a analisar o problema da interação entre solitões, numa sequência longa, podemos dividir a sequência em pequenos troços de modo a que possam ser analisados com base nos casos anteriores.

De modo a generalizarmos o nosso resultado, para uma sequência longa aleatória, vamos considerar uma sequência pseudo aleatória com  $2^m - 1$  bits que contém todas as possíveis combinações de  $m$  bits, à excepção da sequência nula [8].

Se o valor de  $m$  for suficientemente grande, ou seja se  $m$  for maior ou igual a 5, verifica-se que o número de combinações possíveis para os quatro bits vizinhos daquele que estamos a considerar é tal que podemos encontrar sempre com igual probabilidade cada uma das combinações da tabela 5.1.

Combinações	bit a considerar				
	-				
1	"0"	"0"	"1"	"0"	"0"
2	"0"	"0"	"1"	"0"	"1"
3	"0"	"0"	"1"	"1"	"0"
4	"0"	"0"	"1"	"1"	"1"
5	"0"	"1"	"1"	"0"	"0"
6	"0"	"1"	"1"	"0"	"1"
7	"0"	"1"	"1"	"1"	"0"
8	"0"	"1"	"1"	"1"	"1"
9	"1"	"0"	"1"	"0"	"0"
10	"1"	"0"	"1"	"0"	"1"
11	"1"	"0"	"1"	"1"	"0"
12	"1"	"0"	"1"	"1"	"1"
13	"1"	"1"	"1"	"0"	"0"
14	"1"	"1"	"1"	"0"	"1"
15	"1"	"1"	"1"	"1"	"0"
16	"1"	"1"	"1"	"1"	"1"

Tabela 5.1 - Diversas combinações possíveis para os quatro impulsos vizinhos do solitão que estamos a considerar.

Atendendo que as combinações 1, 2, 7, 8, 9, 10, 15 e 16 conduzem a um desvio nulo, que 5 e 6 conduzem a um avanço dado por (5.13), 3 e 11 a um atraso dado por (5.13), que 13 e 14 conduzem a um avanço dado por (5.17), 4 e 12 a um atraso dado por (5.17), temos que o tempo de chegada é representada por um gráfico de barras com 50% dos solitões a não apresentarem qualquer desvio, 25% a apresentarem o desvio correspondente ao caso de dois solitões e 25% com um desvio dado pelo caso de três solitões. Para além disso, como o desvio pode ser positivo ou negativo, ou seja pode representar um avanço ou um atraso, os 25% correspondentes ao caso de dois e três solitões são divididos em 12.5% apresentando um desvio positivo e 12.5% apresentando um desvio negativo. Podemos então escrever a função densidade de probabilidade resultante na forma seguinte [9]

$$p(t) = \frac{1}{2} \delta(t) + \frac{1}{8} \delta(t - t_2) + \frac{1}{8} \delta(t + t_2) + \frac{1}{8} \delta(t - t_3) + \frac{1}{8} \delta(t + t_3) \quad (5.18)$$

Onde os valores para  $t_2$  e  $t_3$  são obtidos das expressões (5.13) e (5.17), e são dados por

$$t_2 = -T_0 \cdot \ln \left\{ \cos \left( a \cdot \frac{L_T}{L_D} \right) \right\} \quad (5.19)$$

$$t_3 = -T_0 \cdot \ln \left\{ \cos^2 \left( \frac{a}{\sqrt{2}} \cdot \frac{L_T}{L_D} \right) \right\} \quad (5.20)$$

e representam, respectivamente, o desvio temporal devido a interacção num sistema de dois e três solitões.

Este resultado descreve a dinâmica duma sequência infinita e aleatória de solitões, e foi inicialmente apresentado por nós no trabalho [9]. Notemos que a única condição que foi imposta na derivação deste resultado, foi que a probabilidade de ocorrência de cada uma das combinações da tabela 5.2 fosse a mesma. Numa sequência aleatória de símbolos, gerados por uma fonte de informação que garanta que os símbolos são equiprováveis e que a sua probabilidade de ocorrência é independente dos símbolos anteriores, tal verifica-se, desde que a sequência de símbolos seja suficientemente longa.

### 5.3.2.4 - Validação do novo modelo para a interacção entre solitões

Com o objectivo de comprovarmos a validade do novo modelo, para a interacção entre solitões, simulámos um sistema de transmissão a operar a 10 Gbit/s, com comprimento total de 800 km. Os parâmetros do sistema estão especificados na tabela 5.2.

Ritmo de transmissão ( $B_r$ )	10 Gbit/s
Largura dos impulsos ( $T_0$ )	20.0 ps
Comprimento de onda ( $\lambda$ )	1.55 $\mu\text{m}$
Distância total ( $L_T$ )	800 km
Separação entre amplificadores ( $L_a$ )	20 km
Dispersão ( $D$ )	3 ps/nm/km
Atenuação ( $\alpha$ )	0.1 dB/km
Factor de emissão espontânea ( $n_{sp}$ )	0.0
Coeficiente não linear ( $\gamma$ )	3.7 $\text{W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$

Tabela 5.2 - Parâmetros de um sistema de transmissão ideal a 10 Gbit/s.

Os amplificadores ópticos usados nesta simulação são ideais, ou seja amplificam o sinal sem adicionarem ruído de emissão espontânea, não se verificando por isso neste sistema ideal o efeito de Gordon-Haus.

A separação entre os amplificadores, 20 km, foi mantida muito menor que o comprimento de dispersão, 105 km, de modo a reduzir os campos dispersivos que poderiam perturbar a propagação da sequência de impulsos.

Foram propagados 1533 bits, gerados a partir de uma sequência pseudo aleatória que contém todas as possíveis combinações de 9 bits, à excepção da sequência nula.

Para efeitos da simulação numérica o sinal foi amostrado a uma taxa de 128 amostras por símbolo, de modo a garantirmos uma medição rigorosa do *jitter*.

Na figura 5.6, podemos observar a boa concordância entre os resultados analíticos e os resultados da simulação, ou seja a posição das barras são precisamente as deduzidos anteriormente, e o seu peso relativo está de acordo com a expressão (5.18).

Conseguimos assim por generalização do resultado de J. P. Gordon, que é aplicável ao problema da interacção entre dois solitões, obter um novo modelo analítico capaz de

descrever estatisticamente o tempo de chegada devido à interacção entre solitões, numa sequência infinita e aleatória de impulsos.

Com base neste novo modelo e com base no efeito de Gordon-Haus iremos derivar, na secção 5.4, um novo modelo capaz de descrever estatisticamente o *jitter* em sistemas baseados em solitões, considerando o efeito simultâneo do ruído de emissão espontânea e a interacção entre solitões.

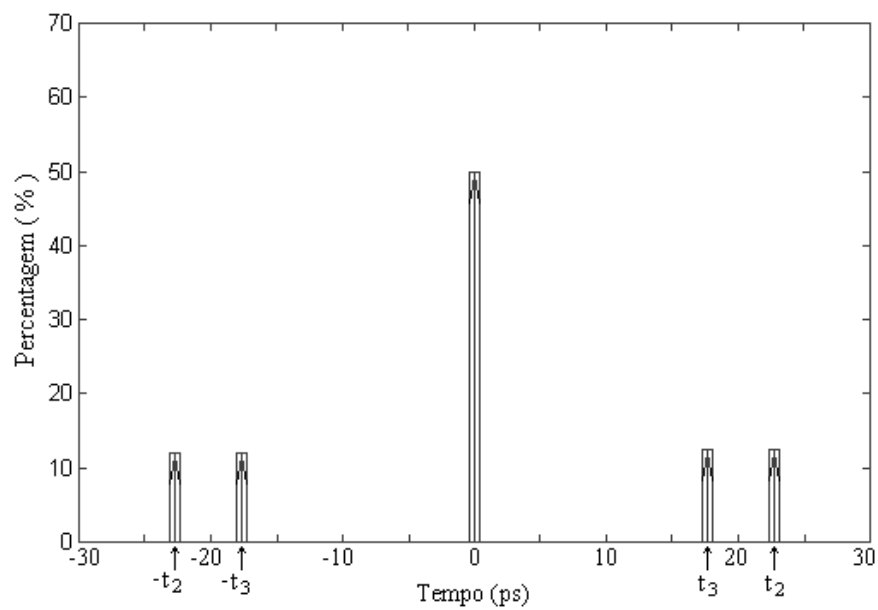


Figura 5.6 - Histograma das variações do tempo de chegada num sistema ideal a operar a 10 Gbit/s. As setas no interior das barras são as funções delta obtidas através da expressão (5.18),  $t_2$  e  $t_3$  foram obtidos com base nas expressões (5.19) e (5.20), respectivamente.

### 5.3.3 - Outras fontes de *jitter*

Embora o efeito de Gordon-Haus e a interacção entre solitões sejam, usualmente, os efeitos dominantes na introdução de *jitter* devido à transmissão não linear, para os sistemas considerados nesta tese, outros efeitos contribuem também para a incerteza do tempo de chegada. Destes salientam-se o *jitter* introduzido devido à PMD, aos campos acústicos, ao ruído de fase e *chirp* do laser, ao efeito de Raman, aos desvios temporais induzidos pelo ruído de emissão espontânea e ao coeficiente de dispersão de terceira ordem.

Como vimos no caso do efeito de Gordon-Haus, a robustez do solitão face a pequenas perturbações pode introduzir *jitter* no sistema. O mesmo acontece no caso da PMD. O solitão é relativamente robusto no que diz respeito à PMD [10], no entanto esta robustez faz com que o tempo de propagação do solitão seja dependente da sequência de estados de polarização assumidos pelo impulso. Como a polarização do solitão vai variar aleatoriamente durante a propagação e de impulso para impulso, quer devido à variação dos eixos de polarização da fibra quer devido ao ruído de emissão espontânea, vai por esta via ser introduzido *jitter* no sistema. O *jitter* introduzido no sistema devido ao efeito combinado da PMD e do ruído de emissão espontânea, foi caracterizado por L. Mollenauer e J. P. Gordon em [11], como sendo gaussiano com média nula e variância dada por

$$\sigma_{\text{pol}}^2 = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{(G-1)^2 \cdot n_{\text{sp}} \cdot h \cdot f_0}{G \cdot \ln(G) \cdot 2 \cdot P_0 \cdot T_0} \cdot \frac{D_{\text{PMD}}^2 \cdot L_T^2}{L_a} \quad (5.21)$$

Outro possível fenómeno responsável pela introdução de *jitter* é a geração de campos acústicos no interior do núcleo da fibra, que se vão propagar do interior para o exterior. Estes campos acústicos tem a sua origem na interacção do campo óptico com a matéria [12, 13, 14], e vão provocar pequenas variações na densidade do material em resposta a variações na intensidade do campo eléctrico. Como o índice de refração da sílica está relacionado com a densidade do material, a propagação destes campos origina pequenas variações no índice de refração que por sua vez alteram a velocidade de propagação dos impulsos. Temos então uma variação do índice de refração em função da intensidade do campo óptico, em tudo análoga ao efeito de Kerr. Porém no efeito de Kerr a variação induzida no índice de refração é praticamente instantânea e neste caso a variação do índice de refração ocorre numa escala de tempo próxima do tempo de propagação dos campos acústicos. Logo a modulação do índice de refração provocada por um impulso vai influenciar vários impulsos. Fazendo com que o tempo de propagação de um impulso seja dependente da sequência de impulsos que o precedeu. Este efeito foi observado experimentalmente pela primeira vez por K. Smith e L. Mollenauer em [15], e foi caracterizado em [16], através duma distribuição gaussiana com média nula e desvio padrão dado por



$$\sigma_{acu} = \frac{70}{1.76} \cdot A_{eff}^{-3/4} \cdot \frac{D^2}{T_0} \cdot L_T^2 \cdot \left( \frac{B_r}{1-r} - \frac{9.33}{A_{eff}^{1/2}} \right)^{1/2} \quad (5.22)$$

vindo expresso em picosegundos, quando a  $A_{eff}$  é expressa em micrometros ao quadrado,  $D$  em picosegundos por nanometros por quilometros,  $T_0$  em picosegundos,  $L_T$  em milhares de quilómetros e  $B_r$  em gigabits por segundo. O parâmetros  $r$  é o coeficiente de reflexão do campo acústico entre o núcleo e o revestimento, e no caso das fibras de sílica assume um valor próximo de 0.25.

Outra fonte de incerteza no tempo de propagação dos impulsos do tipo solitão, referida na literatura especializada, é o ruído de fase do emissor, nomeadamente quando este é baseado num laser semiconductor. O ruído de fase do laser faz com que a frequência central do emissor não permaneça fixa, levando a que sejam lançados impulsos para a fibra com diferentes frequências centrais. Conforme referimos anteriormente, ao analisarmos o efeito de Gordon-Haus, diferentes frequências centrais originam tempos de propagação diferentes, ou seja *jitter* temporal. No trabalho [17] é apresentado um extenso tratamento analítico deste problema, sendo apresentada a expressão seguinte, que permite relacionar o *jitter* temporal com a largura espectral do laser

$$\sigma_{cl}^2 = 0.0531 \cdot \frac{\lambda^4 \cdot D^2 \cdot \Delta S}{c^2 \cdot T_0} \cdot L_T^2 \quad (5.23)$$

em que  $\Delta S$  é a largura espectral do laser a funcionar em contínuo.

Conforme referimos no capítulo 4, a modulação directa dum laser semiconductor produz impulsos com *chirp*. No trabalho [18] é feito um estudo numérico sobre o *jitter* induzido pela modulação directa dum laser semiconductor, onde se mostra que o ruído do laser, induz um nível de incerteza na dinâmica da frequência central do laser, originada pela variação do ganho óptico da cavidade do laser, ou seja no *chirp*, de modo a que a frequência central dos solitões adquire um carácter aleatório, o que se traduz após a propagação na fibra em *jitter* temporal.

Outra possível fonte de introdução de *jitter* em sistemas baseados em solitões é o efeito de Raman. Atendendo às equações (2.75) e (3.12), o termo relativo ao efeito de Raman introduz uma perturbação na equação não linear de Schrödinger da forma

$$\varepsilon \cdot P(U) = \tau_R \cdot U \cdot \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau} \quad (5.24)$$

em que

$$\tau_R = \frac{T_R}{T_0} \quad (5.25)$$

sendo  $T_R$  é o coeficiente relativo ao efeito de Raman introduzido na equação (2.75) e  $T_0$  é a largura do solitão. Seguindo um procedimento análogo ao efectuado por R. Essiambre e G. Agrawal no trabalho [19], podemos usar a teoria das perturbações adiabáticas para estudar o *jitter* devido ao efeito de Raman, para isso vamos substituir (5.24) em (3.13), (3.14), (3.15) e (3.16). Donde se obtém o seguinte conjunto de equações diferenciais

$$\frac{du_s}{d\xi} = \text{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_R \cdot |U|^2 \cdot \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau} d\tau \right\} = 0 \quad (5.26)$$

$$\frac{d\omega_s}{d\xi} = \text{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_R \cdot |U|^2 \cdot \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau} \cdot \tanh(u_s \cdot (\tau - \tau_s)) d\tau \right\} = -\frac{8}{15} \cdot \tau_R \cdot u_s^4 \quad (5.27)$$

$$\frac{d\tau_s}{d\xi} = -\omega_s + \frac{1}{u_s} \cdot \text{Im} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_R \cdot |U|^2 \cdot \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau} \cdot (\tau - \tau_s) d\tau \right\} = -\omega_s \quad (5.28)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\phi_s}{d\xi} &= \tau_s \cdot \frac{d\omega_s}{d\xi} + \frac{u_s^2 - \omega_s^2}{2} - \frac{1}{u_s} \cdot \text{Re} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \tau_R \cdot |U|^2 \cdot \frac{\partial |U|^2}{\partial \tau} \cdot (1 - u_s \cdot (\tau - \tau_s) \cdot \tanh(u_s \cdot (\tau - \tau_s))) d\tau \right\} \\ &= \tau_s \cdot \frac{d\omega_s}{d\xi} + \frac{u_s^2 - \omega_s^2}{2} \end{aligned} \quad (5.29)$$

Notemos que os integrais presentes nas expressões (5.26) e (5.29) assumem o valor zero, pois a função  $|U|^2$  é par e  $\frac{\partial |U|^2}{\partial \tau}$ ,  $(\tau - \tau_s)$  e  $\tanh(u_s \cdot (\tau - \tau_s))$  são funções ímpares, em torno de  $\tau_s$ . O integral presente na expressão (5.27) pode ser calculado após alguma manipulação algébrica, tendo em consideração que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \text{sech}^4(x) \cdot \tanh^2(x) dx = \frac{4}{15}.$$

O segundo termo do membro direito da expressão (5.28) é nulo porque a função a integrar é o resultado de um produto de funções reais, logo o resultado da integração é uma quantidade real, donde a parte imaginária é nula.

Resolvendo a equação (5.27) obtemos

$$\omega_s = -\frac{8}{15} \cdot \tau_R \cdot u_s^4 \cdot \xi + \omega_{s,0} \quad (5.30)$$

onde  $\omega_{s,0}$  é o desvio normalizado inicial da frequência angular central do solitão.

Substituindo (5.30) em (5.28) e resolvendo a equação (5.28) obtemos

$$\tau_s = \frac{4}{15} \cdot \tau_R \cdot u_s^4 \cdot \xi^2 - \omega_{s,0} \cdot \xi + \tau_{s,0} \quad (5.31)$$

onde  $\tau_{s,0}$  é o desvio normalizado inicial da posição temporal do solitão.

Atendendo ao ruído de emissão espontânea adicionado pelos amplificadores ópticos, a amplitude dos solitões vai variar aleatoriamente em torno de um dado valor, ver expressão (3.22), fazendo com que o desvio temporal induzido pelo efeito de Raman, expressão (5.31), também varie aleatoriamente em torno de um valor médio.

Supondo que a amplitude do solitão varia numa quantidade  $\delta u_s$  em cada um dos amplificadores ópticos do sistema, após  $N_a$  amplificadores a amplitude é dada por

$$u_{s,N_a} = u_{s,0} + \sum_{j=1}^{N_a} \delta u_{s,j} \quad (5.32)$$

onde  $u_{s,0}$  é a amplitude normalizada inicial do solitão.

Substituindo (5.32) em (5.30) temos que o desvio da frequência angular central normalizada do solitão num ponto do troço de fibra que se segue ao amplificador  $N_a$ , é dado por

$$\omega_{s,N_a} = -\frac{8}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^4 \cdot \xi - \frac{32}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^3 \cdot \xi \cdot \sum_{j=1}^{N_a} \delta u_{s,j} + \omega_{s,N_a-1} + \delta \omega_{s,N_a} \quad (5.33)$$

onde foram considerados apenas os termos lineares em  $\delta u_{s,j}$  e em que  $\xi$  é distância normalizada ao amplificador  $N_a$ . Substituímos  $\omega_{s,0}$  por  $\omega_{s,N_a-1}$ , sendo  $\omega_{s,N_a-1}$  o valor da frequência angular normalizada à entrada do amplificador  $N_a$ , o último termo  $\delta \omega_{s,N_a}$  foi incluído para quantificar o desvio de frequência induzido pelo ruído de emissão espontânea do amplificador  $N_a$ . Notemos que o desvio da frequência angular à entrada do amplificador  $N_a$  que aparece na expressão (5.33) como sendo  $\omega_{s,N_a-1}$ , deve ser calculado no final do troço correspondente ao amplificador  $N_a-1$ , ou seja em rigor deveríamos ter escrito  $\omega_{s,N_a-1}(L_a)$ , de modo a tornar explícita a sua dependência com a variável espacial, porém a notação simplificada irá facilitar a escrita do trabalho analítico que se segue, e feita esta referência não julgamos que tal seja origem de confusão.

Desenvolvendo recursivamente a expressão (5.33), obtemos

$$\begin{aligned} \omega_{s,N_a} = & -\frac{8}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^4 \cdot \xi - \frac{32}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^3 \cdot \xi \cdot \sum_{j=1}^{N_a} \delta u_{s,j} \\ & - \frac{8}{15} \cdot \tau_R \cdot \xi_a \cdot \sum_{j=1}^{N_a-1} u_{s,0}^4 - \frac{32}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^3 \cdot \xi_a \cdot \sum_{k=1}^{N_a-1} \sum_{j=1}^k \delta u_{s,j} + \sum_{j=1}^{N_a} \delta \omega_{s,j} \end{aligned} \quad (5.34)$$

Substituindo (5.34) em (5.31) e integrando, obtemos, após substituir  $\xi$  por  $\xi_a$ , o desvio temporal à entrada do receptor, em função do desvio temporal normalizado à entrada do último amplificador

$$\tau_{s,N_a} = \frac{8}{15} \cdot \tau_R \cdot \xi_a^2 \cdot \sum_{j=1}^{N_a} u_{s,0}^4 + \frac{32}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^3 \cdot \xi_a^2 \cdot \sum_{k=1}^{N_a} \sum_{j=1}^k \delta u_{s,j}$$

$$-\frac{4}{15} \cdot \tau_R \cdot \xi_a^2 \cdot u_{s,0}^4 - \frac{16}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^3 \cdot \xi_a^2 \cdot \sum_{k=j}^{N_a} \delta u_{s,j} - \xi_a \cdot \sum_{j=1}^{N_a} \delta \omega_{s,j} + \tau_{s,N_a-1} + \delta \tau_{s,N_a} \quad (5.35)$$

Notemos que os últimos dois termos da expressão (5.35) dizem respeito ao desvio temporal à entrada do último amplificador e ao desvio temporal induzido pelo último amplificador, respectivamente.

Desenvolvendo recursivamente a expressão (5.35) obtemos

$$\begin{aligned} \tau_{s,N_a} = & \frac{8}{15} \cdot \tau_R \cdot \xi_a^2 \cdot \sum_{k=1}^{N_a} \sum_{j=1}^k u_{s,0}^4 - \frac{4}{15} \cdot \tau_R \cdot \xi_a^2 \cdot \sum_{j=1}^{N_a} u_{s,0}^4 \\ & + \frac{32}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^3 \cdot \xi_a^2 \cdot \sum_{m=1}^{N_a} \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^k \delta u_{s,j} - \frac{16}{15} \cdot \tau_R \cdot u_{s,0}^3 \cdot \xi_a^2 \cdot \sum_{k=1}^{N_a} \sum_{j=1}^k \delta u_{s,j} \\ & - \xi_a \cdot \sum_{k=1}^{N_a} \sum_{j=1}^k \delta \omega_{s,j} + \sum_{j=1}^{N_a} \delta \tau_{s,j} \end{aligned} \quad (5.36)$$

Notemos que os dois primeiros termos da expressão (5.36) correspondem a um desvio temporal fixo, igual para todos os impulsos, o terceiro e o quarto termo dão origem ao *jitter* devido ao efeito de Raman, o quinto termo dá origem ao efeito de Gordon-Haus, ver expressão (5.3), e o último termo resulta da soma dos diferentes desvios temporais introduzidos pelos vários amplificadores.

A partir de (5.36) podemos obter a variância do *jitter*, calculando a esperança do desvio temporal ao quadrado e subtraindo o quadrado do desvio temporal médio. Para isso vamos começar por agrupar as duas primeiras parcelas, que são responsáveis pelo desvio de Raman, e a terceira e a quarta, que são responsáveis pelo *jitter* de Raman. Assumindo que os desvios na posição temporal, na amplitude e frequência induzidos pelos vários amplificadores são estatisticamente independentes e que a sua esperança é nula podemos desprezar os termos cruzados, resultantes do calculo do quadrado do desvio temporal, assim como o termo originado pelo quadrado dos termos devidos ao desvio de Raman, pois correspondem ao valor do desvio médio ao quadrado. Podemos assim calcular separadamente a contribuição resultante dos desvios de frequência, amplitude e posição

temporal induzidos pelo ruído de emissão espontânea adicionado pelos vários amplificadores ópticos.

O *jitter* devido aos desvios aleatórios de frequência foi calculado na secção 5.3.1 e corresponde ao efeito de Gordon-Haus, ver expressão (5.6). O *jitter* originado pelos desvios temporais é dado por

$$\sigma_{\tau, \delta\tau}^2 = E \left\{ \left( \sum_{j=1}^{N_a} \delta\tau_{s,j} \right)^2 \right\} = N_a \cdot \sigma_{\tau_s}^2 \quad (5.37)$$

em que  $\sigma_{\tau_s}^2$  é dada por (3.24).

A variância do *jitter* originado pelas variações aleatórias da amplitude, que são a origem do *jitter* devido ao efeito de Raman, pode ser obtida, calculando a esperança do quadrado do terceiro e quarto termo da expressão (5.36), ver apêndice D, obtendo-se

$$\sigma_{R, \delta\tau}^2 = \left( \frac{16}{15} \right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ \frac{N_a^5}{5} + \frac{N_a^4}{2} - N_a^2 - N_a \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \quad (5.38)$$

em que  $\sigma_{R, \delta\tau}^2$  é a variância normalizada do *jitter* devido ao efeito de Raman e  $\sigma_{u_s}^2$  é dada por (3.22).

Seguindo um procedimento análogo ao efectuado para o efeito de Raman, é possível verificar igualmente que o coeficiente de dispersão de terceira ordem converte as flutuações aleatórias na amplitude dos impulsos, induzidas pelo ruído de emissão espontânea, em *jitter* temporal. Neste caso, e tendo em consideração a equação (2.75), o termo relativo à perturbação é

$$\epsilon \cdot P(U) = i \cdot \delta_d \cdot \frac{\partial^3 U}{\partial \tau^3} \quad (5.39)$$

em que

$$\delta_d = \frac{\beta_3}{6 \cdot |\beta_2| \cdot T_0} \quad (5.40)$$

Donde se obtém [19]

$$\sigma_{\text{TOD},\delta\tau}^2 = \frac{4}{3} \cdot \delta_d^2 \cdot u_{s,0}^2 \cdot \xi_a^2 \cdot N_a^3 \cdot \sigma_{u_s}^2 \quad (5.41)$$

em que  $\sigma_{\text{TOD},\delta\tau}^2$  é a variância normalizada do *jitter* devido ao coeficiente de dispersão de terceira ordem e  $\sigma_{u_s}^2$  é dada por (3.22).

Devemos ter ainda em consideração que se considerarmos a contribuição simultânea da dispersão de terceira ordem e do efeito de Raman irão aparecer termos cruzados. Porém, usualmente, estes termos são pouco significativos pois são proporcionais ao produto  $\delta_d \cdot \tau_R$ . No entanto, conforme foi realizado no trabalho [19] é possível considerar as várias perturbações a actuarem simultaneamente e assim obter uma descrição mais rigorosa do problema.

Um aspecto interessante, relativamente ao estudo do *jitter* temporal é analisar a sua importância relativa. Para sistemas de média e longa dimensão o *jitter* devido às variações aleatórias da frequência, amplitude e posição temporal dos solitões, induzidas pelo ruído de emissão espontânea, assume, usualmente, um papel dominante, relativamente ao *jitter* devido à PMD, aos campos acústicos e ao ruído de fase e *chirp* do laser emissor. No entanto permanece a questão de saber qual das três flutuações, frequência, amplitude ou posição temporal é mais relevante. Notemos que o ruído de emissão espontânea induz igualmente uma variação aleatória na fase dos solitões, que do ponto de vista de estudo do *jitter* de impulsos isolados é irrelevante.

Observando as expressões (5.6), efeito de Gordon-Haus, (5.37), *jitter* devido às flutuações na posição temporal, (5.38), *jitter* devido ao termo de Raman, (5.41), *jitter* devido à dispersão de terceira ordem, podemos prever que o *jitter* devido às flutuações na posição temporal seja pouco relevante para sistemas de média e longa distância, atendendo ao aumento apenas linear com o número de amplificadores,  $N_a$ . Notemos que o efeito de Gordon-Haus e o *jitter* devido à dispersão de terceira ordem aumentam proporcionalmente a  $N_a^3$  e o *jitter* devido ao termo de Raman aumenta proporcionalmente a  $N_a^5$ .

Ao compararmos a importância relativa dos desvios aleatórios na frequência, efeito de Gordon-Haus, com os desvios aleatórios na amplitude, *jitter* devido ao efeito de Raman

e à dispersão de terceira ordem, devemos ter em consideração a ordem de grandeza dos diferentes coeficientes. O termo de Raman,  $T_R$ , assume usualmente um valor entre 2-10 fs e o coeficiente de dispersão de terceira ordem,  $\beta_3$ , um valor inferior a  $0.2 \text{ ps}^3/\text{km}$ , o que faz com que o efeito de Raman e a dispersão de terceira ordem só assumam um papel relevante, em termos de *jitter*, para sistemas com larguras temporais dos impulsos inferiores a 3 ps [19]. Para o caso de sistemas usando impulsos desta ordem de grandeza ou inferiores, ou seja inferiores a poucos picosegundos, o *jitter* devido aos desvios aleatórios na amplitude dos solitões pode assumir um carácter dominante [19]. No entanto e de acordo com aquilo que foi dito anteriormente, para os sistemas em estudo nesta tese, sistemas com larguras dos impulsos superiores a alguns picosegundos, tipicamente superiores a 10 ps, e distâncias inferiores a 10 000 km, o efeito de Gordon-Haus é usualmente o efeito dominante, quando consideramos impulsos isolados. Ao considerarmos sequências aleatórias de impulsos, conforme iremos ver na secção seguinte a interacção entre solitões assume igualmente um papel relevante.

## 5.4 - Novo modelo para o *jitter*

Nesta secção iremos derivar um novo modelo para o *jitter*, capaz de caracterizar a incerteza do tempo de chegada em sistemas baseados em solitões, tendo em consideração a acção simultânea do efeito de Gordon-Haus e da interacção entre solitões.

Começaremos por mostrar, na secção 5.4.1, com o recurso à simulação, que o modelo de Gordon-Haus não é adequado para descrever a distribuição do *jitter* em sistemas a operarem a elevados ritmos de transmissão. De facto, como será visível nos resultados numéricos, a distribuição do *jitter* apresenta desvios substanciais relativamente à distribuição gaussiana, que não são explicados pelo modelo de Gordon-Haus. Estes resultados estão em concordância com relatos de diversos ensaios experimentais, onde a medição do *jitter* revelou desvios substanciais relativamente à distribuição gaussiana [20].

Tendo por base o modelo apresentado na secção 5.3.2, que descreve a interacção entre solitões numa sequência aleatória e infinita de impulsos, e considerando o ruído como



sendo uma pequena perturbação, iremos, na secção 5.4.2, obter um novo modelo para o *jitter*, que inclui o efeito de Gordon-Haus no modelo anteriormente derivado.

Finalmente, iremos apresentar, na secção 5.4.3, diversos resultados que mostram que o novo modelo para o *jitter*, não gaussiano, descreve melhor a função densidade de probabilidade do tempo de chegada, que o modelo gaussiano até agora disponível. Nomeadamente, as caudas da função densidade de probabilidade, que como veremos nos capítulos 6 e 7 são determinantes no calculo da taxa de erro (BER - *Bit Error Rate*) dos sistemas de transmissão, são melhor aproximadas com este novo modelo.

#### 5.4.1 - Desvios relativamente ao modelo de Gordon-Haus

Em sistemas a operarem a elevados ritmos de transmissão os impulsos são lançados próximos uns dos outros, originando consideráveis forças de interacção entre eles. As perturbações na propagação de um solitão originadas pela presença de solitões vizinhos, que analisámos anteriormente numa situação ideal, ou seja sem o efeito do ruído de emissão espontânea, podem originar desvios substanciais relativamente à distribuição gaussiana [21, 22].

Este facto pode ser comprovado através da simulação numérica. Para isso considerámos um sistema a operar a 20 Gbit/s, cujos parâmetros são apresentados na tabela 5.3. Medimos o desvio do tempo de chegada dos diferentes impulsos, relativamente ao tempo de chegada correspondente à velocidade de grupo, e obtivemos os resultados apresentados na figura 5.7.

Ritmo de transmissão ( $B_r$ )	20 Gbit/s
Largura dos impulsos ( $T_0$ )	10.0 ps
Comprimento de onda ( $\lambda$ )	1.55 $\mu\text{m}$
Distância total ( $L_T$ )	3 000 km
Separação entre amplificadores ( $L_a$ )	20 km
Dispersão ( $D$ )	0.1 ps/nm/km
Atenuação ( $\alpha$ )	0.1 dB/km
Factor de emissão espontânea ( $n_{sp}$ )	2.0
Coefficiente não linear ( $\gamma$ )	3.7 $\text{W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$

Tabela 5.3 - Parâmetros de um sistema de transmissão a 20 Gbit/s.

Na figura 5.7 mostramos igualmente a função densidade de probabilidade prevista pelo modelo de Gordon-Haus em que a variância foi obtida usando a expressão (5.7).

Na figura 5.7 podemos ver claramente os desvio em relação ao modelo de Gordon-Haus devido à interacção entre solitões. A função densidade de probabilidade é substancialmente mais larga que a distribuição prevista pelo modelo de Gordon-Haus, devemos por isso esperar uma forte degradação das performances do sistema devido à interacção entre solitões.

Notemos que na simulação deste sistema não foram considerados os efeitos da birrefringência, dos campos acústicos, de Raman, nem a dispersão de terceira ordem. Para além disso os campos dispersivos foram mantidos a um nível muito reduzido e foi considerado um emissor ideal. Ou seja, os únicos dois efeitos relevantes para o *jitter* são o ruído de emissão espontânea e a interacção entre solitões.

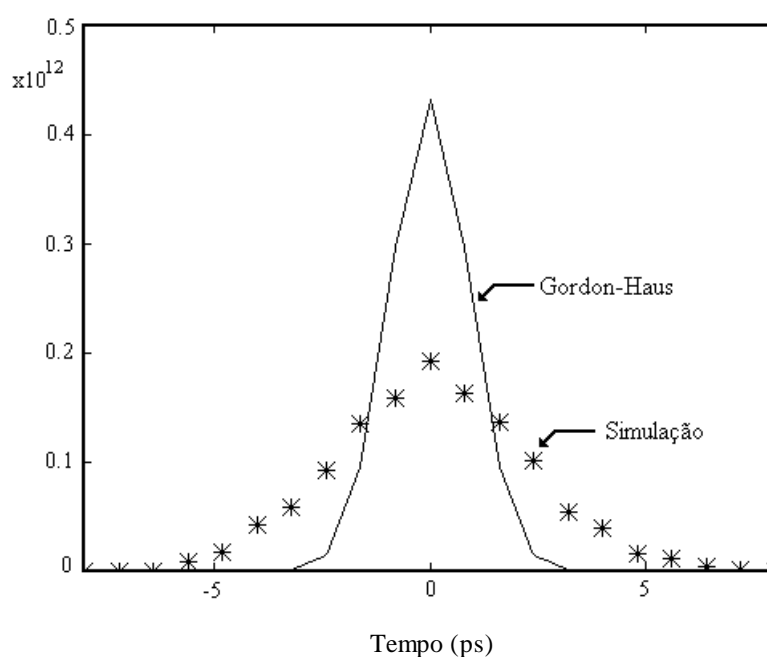


Figura 5.7 - Função densidade de probabilidade do tempo de chegada para um sistema a 20 Gbit/s. A linha cheia é o resultado de Gordon-Haus e as estrelas são o resultado obtido através da simulação numérica.

Atendendo a que o *jitter* devido aos desvios temporais, induzidos pelo ruído de emissão espontânea, é reduzido, quando comparado com o *jitter* devido ao efeito de

Gordon-Haus, ver expressões (5.37) e (5.6), podemos concluir que os desvios relativamente ao modelo de Gordon-Haus se ficam a dever à interacção entre solitões.

Na secção seguinte iremos procurar derivar um novo modelo capaz de descrever a distribuição do tempo de chegada em sistemas baseados em solitões, tendo em consideração a acção simultânea do efeito de Gordon-Haus e da interacção entre solitões.

#### **5.4.2 - Efeito de Gordon-Haus e a interacção entre solitões**

A simulação para determinação da distribuição do tempo de chegada em sistemas de transmissão não lineares é, normalmente, muito demorada, devido às exigências computacionais impostas pelas técnicas numéricas de resolução de equações diferenciais não lineares. Sendo assim o modelo aqui desenvolvido pode ser bastante útil, no projecto e análise de sistemas baseados em solitões. Permitindo o tratamento de problemas, para os quais a simulação numérica tem dificuldade em dar uma resposta em tempo útil [23].

A derivação do novo modelo é baseada no pressuposto de que a intensidade do campo eléctrico resultante do ruído de emissão espontânea, é muito menor que a intensidade do campo correspondente ao sinal óptico que se pretende transmitir. Notemos que em sistemas de transmissão baseados em solitões, onde os níveis de potência óptica de sinal envolvidos são relativamente elevados, esta condição é facilmente verificada.

Partindo deste pressuposto podemos tratar o efeito do ruído como uma pequena perturbação ao sistema ideal. Esperamos assim obter uma função densidade de probabilidade relacionada com a expressão (5.18), que é a distribuição do tempo de chegada num sistema ideal, ou seja incluindo apenas o efeito da interacção entre solitões e desprezando o ruído de emissão espontânea.

No entanto devido ao efeito do ruído é de esperar que não obtenhamos as funções delta da expressão (5.18). Em vez das funções delta devemos obter um conjunto de distribuições mais largas devido ao efeito de Gordon-Haus.

Atendendo a que a distribuição do *jitter*, devido ao efeito de Gordon-Haus, pode ser caracterizada por uma distribuição gaussiana, é de esperar que uma distribuição do

*jitter* baseada em cinco funções gaussianas, com o centro de cada uma delas coincidente com as funções delta do sistema ideal, e variância dada por (5.7), possa aproximar razoavelmente bem a função densidade de probabilidade do *jitter* para sistemas a operarem a elevados ritmos de transmissão. Teremos assim uma função densidade de probabilidade dada por [24]

$$p(t) = \frac{1}{2} \cdot f_g(t, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(t - t_2, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(t + t_2, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(t - t_3, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(t + t_3, \sigma_{GH}) \quad (5.42)$$

onde  $f_g(t, \sigma_{GH})$  é dada por

$$f_g(t, \sigma_{GH}) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{GH}^2}} \exp \left[ -\frac{t^2}{2 \cdot \sigma_{GH}^2} \right] \quad (5.43)$$

os valores de  $t_2$  e  $t_3$  são dadas por (5.19) e (5.20) respectivamente, e  $\sigma_{GH}^2$  é dado por (5.7).

#### 5.4.3- Comparação entre o novo modelo e resultados da simulação

A derivação do modelo apresentado na secção anterior foi efectuada com base num conjunto de pressupostos que carecem de melhor confirmação. De modo a validarmos o modelo apresentado vamos compara-lo com os resultados da simulação de diferentes sistemas.

Desde logo vamos aplica-lo ao sistema anteriormente simulado a 20 Gbit/s. Conforme podemos verificar na figura 5.8 a concordância entre o novo modelo e os resultados da simulação é bastante boa. Pode concluir-se então que a interacção entre solitões assume neste sistema um papel relevante e que uma estimativa do BER do sistema com base no novo modelo, não gaussiano, dará uma melhor aproximação do desempenho do sistema do que uma estimativa usando o modelo gaussiano.

Notemos como as caudas da função densidade de probabilidade são muito melhor aproximadas pelo novo modelo não gaussiano.

Devemos ter ainda em consideração que nos casos em que a interacção entre solitões é pouco relevante o novo modelo degenera no modelo de Gordon-Haus.

Notemos que dizer que a interacção entre solitões não é relevante significa dizer que  $t_2$  e  $t_3$  na expressão (5.42), assumem valores próximos de zero. No caso em que  $t_2$  e  $t_3$  assumem o valor zero, é imediato que o novo modelo coincide com o modelo de Gordon-Haus.

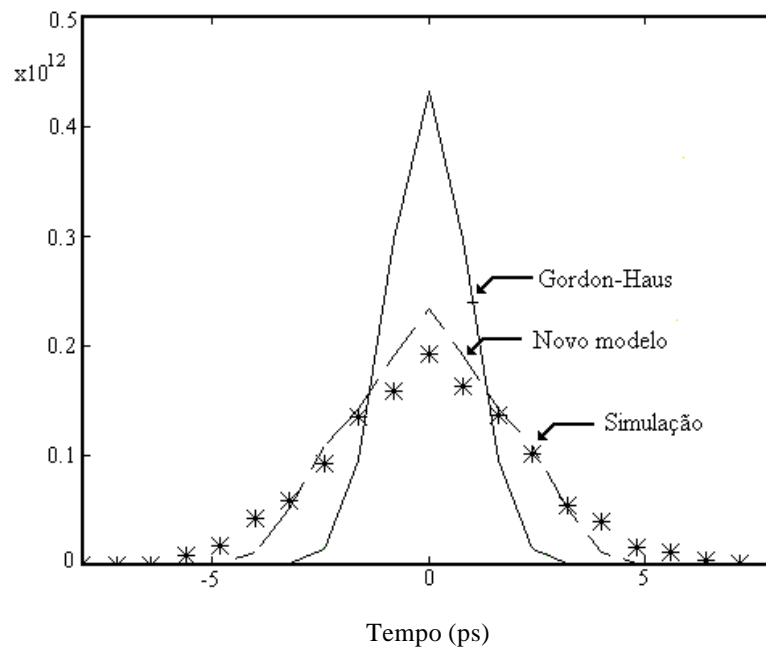


Figura 5.8 - Função densidade de probabilidade de um sistema a 20 Gbit/s. A linha a cheio é o resultado de Gordon-Haus, as estrelas são o resultados da simulação e a linha tracejada é o novo modelo.

De modo a validarmos os resultados do novo modelo, para diferentes ritmos de transmissão, vamos aplica-lo a dois sistemas.

Um a operar a 10 Gbit/s e outro a 40 Gbit/s, cujos parâmetros são apresentados, respectivamente, nas tabelas 5.4 (a) e (b).

Estes são os ritmos de transmissão, por comprimento de onda, da nova geração de sistemas ópticos de elevada capacidade. Os resultados são apresentados na figura 5.9,

onde podemos observar novamente uma boa concordância entre o novo modelo e os resultados da simulação.

Ritmo de transmissão ( $B_r$ )	10 Gbit/s
Largura dos impulsos ( $T_0$ )	20.0 ps
Comprimento de onda ( $\lambda$ )	1.55 $\mu\text{m}$
Distância total ( $L_T$ )	5 000 km
Separação entre amplificadores ( $L_a$ )	20 km
Dispersão ( $D$ )	0.2 ps/nm/km
Atenuação ( $\alpha$ )	0.1 dB/km
Factor de emissão espontânea ( $n_{sp}$ )	2.0
Coeficiente não linear ( $\gamma$ )	3.7 W <sup>-1</sup> ·km <sup>-1</sup>

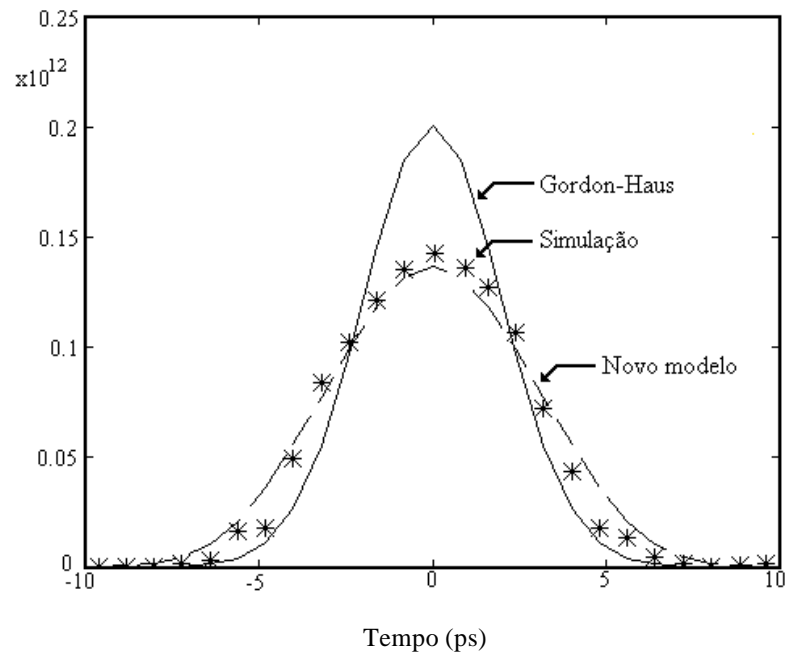
(a)

Ritmo de transmissão ( $B_r$ )	40 Gbit/s
Largura dos impulsos ( $T_0$ )	3.4 ps
Comprimento de onda ( $\lambda$ )	1.55 $\mu\text{m}$
Distância total ( $L_T$ )	2 000 km
Separação entre amplificadores ( $L_a$ )	20 km
Dispersão ( $D$ )	0.1 ps/nm/km
Atenuação ( $\alpha$ )	0.1 dB/km
Factor de emissão espontânea ( $n_{sp}$ )	2.0
Coeficiente não linear ( $\gamma$ )	3.7 W <sup>-1</sup> ·km <sup>-1</sup>

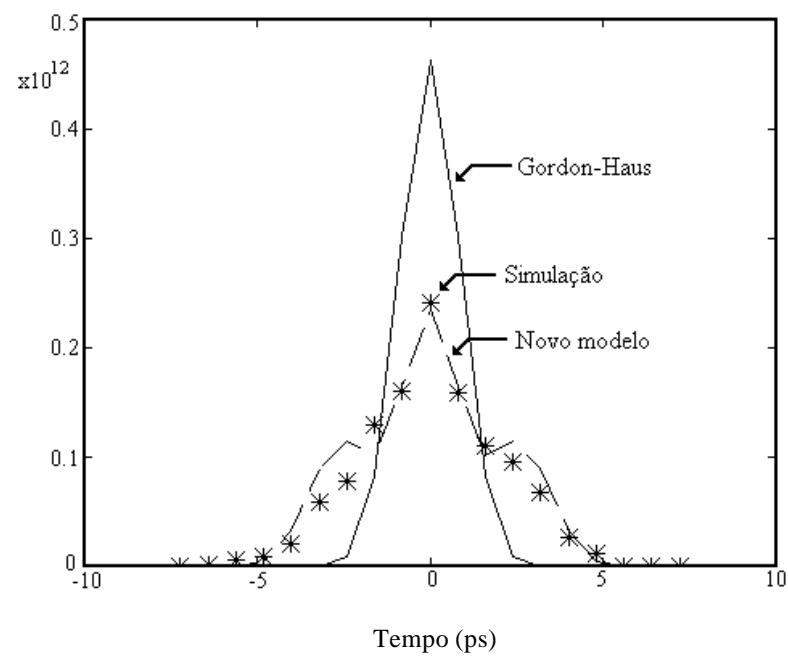
(b)

Tabela 5.4 - Parâmetros de dois sistemas de transmissão. Um a 10 Gbit/s (a) e outro a 40 Gbit/s (b).

Na figura 5.9, podemos observar que os desvios relativamente à distribuição gaussiana, ou seja ao modelo de Gordon-Haus, aumentam com o ritmo de transmissão. O que vem confirmar a afirmação anterior sobre o papel relevante da interacção entre solitões em sistemas de muito elevado ritmo de transmissão.



(a)



(b)

Figura 5.9 - Função densidade de probabilidade para um sistema a 10 Gbit/s (a), e para outro a 40 Gbit/s (b). As linhas a cheio são o resultado de Gordon-Haus, as estrelas são o resultado da simulação numérica e a linha a tracejado é o novo modelo.

## 5.5- Conclusões

Nesta secção foi analisado o problema do *jitter* em sistemas de transmissão. Particular relevo foi dado ao estudo do *jitter* proveniente da transmissão não linear.

Mostrámos que a interacção entre solitões produz consideráveis desvios relativamente ao modelo de Gordon-Haus.

Derivámos um novo modelo analítico, para a função densidade de probabilidade do tempo de chegada, em sistemas baseados em solitões, que tem em consideração o efeito de Gordon-Haus e a interacção entre solitões.

Resultados da simulação mostraram uma boa concordância entre o novo modelo e a distribuição do *jitter* medido.



## References

- [1] Patrick R. Trischitta, Eve L. Varma, *Jitter in Digital Transmission Systems*, Artech House, Norwood, EUA., 1989.
- [2] Luís Filipe Botelho Ribeiro, *Sistemas de Comunicação com Amplificação Óptica*, Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1995.
- [3] Alan McGuire, Paul Bonenfant, Standards: the blueprints for optical networking, *IEEE Communications*, vol. 36, n. 2, 1998.
- [4] J. P. Gordon, and H. A. Haus, Random walk of coherently amplified solitons in optical fiber transmission, *Optics Letters*, vol. 11, n. 10, pp. 665-667, 1986.
- [5] V. I. Karpman, and V. V. Solov'ev, A perturbational approach to the two-soliton systems, *Physica* 3D, pp. 487-502, 1981.
- [6] J. P. Gordon, Interaction forces among solitons in optical fibers, *Optics Letters*, vol. 8, n. 11, pp. 596-598, 1983.
- [7] T. Georges, Perturbation Theory for the Assessment of Soliton Transmission Control, *Optical Fiber Technology*, vol 1, pp 97-116, 1995.
- [8] M. C. Jeruchim, P. Balaban, and K. S. Shanmugan, *Simulation of Communication Systems*, Plenum Press, Nova Iorque, EUA, 1992.
- [9] A. Nolasco Pinto, Govind P. Agrawal, J. Ferreira da Rocha, Analytical and numerical study of timing jitter in soliton communication systems, *OSA'96*, Rochester, EUA, 1996.
- [10] L. F. Mollenauer, K. Smith, J. P. Gordon, and C. R. Menyuk, Resistance of solitons to the effects of polarization dispersion in optical fibers, *Optics Letters*, vol. 14, pp. 1219-1221, 1989.
- [11] L. F. Mollenauer, J. P. Gordon, Birefringence-mediated timing jitter in soliton transmission, *Optics Letters*, vol. 19, pp. 375-377, 1994.
- [12] E. M. Dianov, A. V. Luchnikov, A. N. Pilipetskii and A. M. Prokhorov, Electrostriction mechanism of soliton interaction in optical fibers, *Optics Letters*, vol. 15, pp. 314-316, 1990.
- [13] E. M. Dianov, A. V. Luchnikov, A. N. Pilipetskii and A. M. Prokhorov, Long-range interaction of solitons in ultra-long communication systems, *Sov. Lightwave Commun.*, vol. 1, pp. 235-246, 1991.
- [14] E. M. Dianov, A. V. Luchnikov, A. N. Pilipetskii and A. M. Prokhorov, Long-range interaction of picosecond solitons through excitation of acoustic waves in optical fibers, *Appl. Phys. B*, vol. 54, pp 175-180, 1992.
- [15] K. Smith, and L. F. Mollenauer, Experimental observation of soliton interaction over long fiber paths: discovery of a long-range interaction, *Optics Letters*, vol. 14, pp 1284-1286, 1989.
- [16] L. F. Mollenauer, P. V. Mamyshev, and M. J. Neybelt, Measurement of timing jitter in soliton transmission at 10 Gbit/s and achievement of 375 Gbit/s-Mm, error-free, at 12.5 and 15 Gbit/s, *Optics Letters*, vol. 19, pp 704-706, 1994.
- [17] Katsumi Iwatsuki, Shingo Kawai, Shigendo Nishi, and Masatoshi Saruwatari, Timing jitter due to carrier linewidth of laser-diode pulse sources in ultra-high speed soliton transmission, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 13, n. 4, pp 639-649, 1995.

- [18] Claudio R. Mirasso, Luis Pesquera, and Antonio Mecozzi, Pulse-to-pulse frequency jitter in diode lasers and soliton transmission, *IEEE Photonics Technology Letters*, vol. 5, n. 12, pp 1455-1458, 1993.
- [19]- R-J. Essiambre e G. P. Agrawal, Timing jitter of ultrashort solitons in high-speed communication systems. I. General formulation and application to dispersion-decreasing fibers, *J. opt. Soc. Am. B*, vol. 14, n. 2, pp. 314-322, 1997.
- [20]- L.F. Mollenauer, P.V. Mamyshev, and M.J. Neubelt, Measurement of timing jitter in filter-guided soliton transmission at 10 Gbits/s and achievement of 375 Gbits/s-Mm, error free, at 12.5 and 15 Gbits/s, *Optics Letters*, vol. 19, n. 10, pp. 704-706, 1994.
- [21] C. R. Menyuk, Non-Gaussian corrections to the Gordon-Haus distribution resulting from soliton interactions, *Optics Letters*, vol. 20, n. 3, pp. 285-287, 1995.
- [22] T. Georges, Bit error rate degradation of interacting solitons owing to non-Gaussian statistics, *Electronics Letters*, vol. 31, n. 14, pp. 1174-1175, 1995.
- [23] J. R. F. da Rocha, L. B. Ribeiro e A. N. Pinto, Semi-analytical method for performance analysis of soliton systems, *CLEO / Pacific Rim'95*, Chiba, Japan, pp. 43-44, 1995.
- [24] A. Nolasco Pinto, Govind P. Agrawal e J. Ferreira da Rocha, Effect of soliton interaction on timing jitter in communication systems, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 16, n. 4, pp. 515-519, 1998.

## Capítulo 6

# Desempenho e Optimização de Receptores para Solitões

### 6.1- Introdução

Neste capítulo vamos estudar o receptor óptico pré-amplificado, tendo em consideração o ruído óptico e o ruído eléctrico. Serão ainda analisadas diversas estratégias para a optimização de receptores a utilizar em sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

Na secção 6.2, seguindo a abordagem sugerida por L. B. Ribeiro, J. F. da Rocha e J. L. Pinto [1], apresentaremos uma descrição analítica detalhada do receptor óptico pré-amplificado, para sistemas baseados em solitões, tendo por base as funções geradoras de momentos das grandezas físicas relevantes.

Na secção 6.3, usando a formulação apresentada na secção 6.2, analisaremos o efeito do ruído de emissão espontânea, proveniente da amplificação óptica, no desempenho de sistemas baseados em solitões. Particular atenção será dada à comparação entre os resultados obtidos nesta tese e os resultados apresentados por D. Marcuse [2, 3].

Nos trabalhos apresentados por D. Marcuse é usado um filtro eléctrico no receptor do tipo *integrate and dump*, em que o período de integração coincide com o período do bit. Na secção 6.4, vamos variar o período de integração do receptor e analisar o desempenho dos sistemas. Iremos determinar o período de integração óptimo e relacioná-lo com a largura dos impulsos.

Na secção 6.5, vamos determinar o desempenho óptimo do receptor e analisar o problema do processamento óptimo, no domínio óptico e eléctrico. Vamos ainda analisar o desempenho com diversos filtros eléctricos do receptor, comparando os resultados obtidos, com os resultados do filtro *integrate and dump* e com o desempenho óptimo.

Finalizaremos este capítulo, secção 6.6, com a análise da degradação do desempenho originada pelo ruído eléctrico do receptor e pelos campos dispersivos resultantes da propagação de impulsos do tipo solitão.

## 6.2- Modelo analítico do receptor

A taxa de erro, BER, é frequentemente a figura de mérito mais apropriada para avaliar a performance de sistemas de comunicação digitais ponto a ponto. Durante o projecto e análise de um sistema de comunicação baseado em solitões ópticos, o BER é usualmente estimado, recorrendo à simulação e a técnicas analíticas. Nesta secção iremos apresentar um modelo analítico capaz de descrever o comportamento do receptor óptico pré-amplificado, que posteriormente iremos usar para estimar o desempenho de sistemas de comunicação baseados em solitões.

A configuração típica do receptor óptico pré-amplificado usado em sistemas de comunicação baseados em solitões é apresentada na figura 6.1. O sinal óptico que chega ao receptor é processado de modo a recuperarmos a informação transmitida.

O primeiro estágio do receptor corresponde ao andar óptico, e é constituído por um amplificador e um filtro óptico. A função do amplificador é elevar a potência óptica de entrada, o filtro vai remover o ruído fora da banda do sinal. O segundo estágio é constituído pelo fotodetector, que converte o sinal óptico num sinal de corrente no domínio eléctrico. Este sinal vai ser amplificado e formatado pelo filtro equalizador de modo a minimizar o BER do sistema. O circuito de decisão vai comparar, no instante de decisão, o nível do sinal de entrada com um nível de referência, com o objectivo de recuperar o símbolo digital transportado pelo sinal. Para um sistema digital binário, que é o caso mais comum em sistemas baseados em solitões, a presença de um impulso está, usualmente, associada ao símbolo lógico "1" e a ausência de um impulso ao símbolo lógico "0". Neste caso o circuito de decisão compara o nível do sinal de entrada, no instante de decisão, com o nível de referência e assinala a presença de um impulso, ou seja o símbolo lógico "1", caso o sinal de entrada seja superior ao nível de decisão, assinalando a ausência de um impulso, ou seja o símbolo lógico "0", na situação contrária.

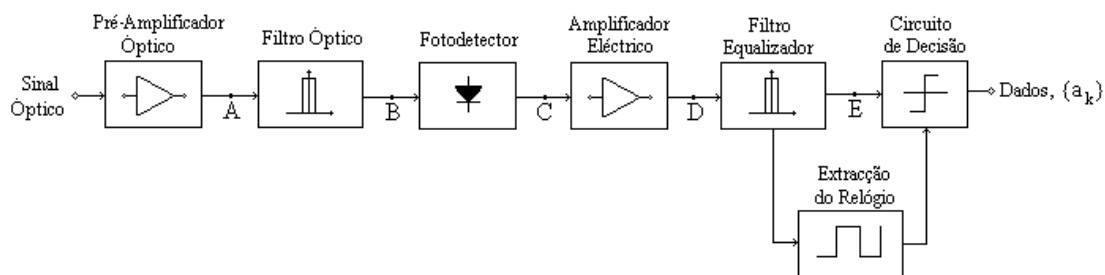


Figura 6.1 - Receptor óptico pré-amplificado.

Assumindo que os símbolos lógicos são equiprováveis e que o nível de decisão é  $I_d$ , podemos calcular o BER através da expressão

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot p_0(I_d) + \frac{1}{2} \cdot p_1(I_d) = \frac{1}{2} \cdot \int_{I_d}^{+\infty} W_{x_0}(x) dx + \frac{1}{2} \cdot \int_{-\infty}^{I_d} W_{x_1}(x) dx \quad (6.1)$$

em que  $p_0(I_d)$ ,  $p_1(I_d)$  e  $W_{x_0}(x)$ ,  $W_{x_1}(x)$  são, respectivamente, a probabilidade de erro e a função densidade de probabilidade associada à recepção do símbolo lógico "0" e "1". Recordemos que o nível de decisão  $I_d$ , corresponde ao valor de referência que vai ser usado no circuito de decisão para estimar o símbolo lógico.

O nível de decisão deve ser escolhido de forma a minimizar o BER do sistema. Minimizar o BER do sistema corresponde a calcular  $I_d$  de tal forma que a expressão (6.1) assumo um valor mínimo. O calculo do valor de  $I_d$  que minimiza a expressão (6.1) é obtido facilmente se tivermos em conta que

$$\int_{-\infty}^{+\infty} W_{X_1}(x) dx = 1 = \int_{-\infty}^{I_d} W_{X_1}(x) dx + \int_{I_d}^{+\infty} W_{X_1}(x) dx \quad (6.2)$$

Atendendo a (6.2) podemos então rescrever (6.1) da seguinte forma

$$BER = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \int_{I_d}^{+\infty} (W_{X_0}(x) - W_{X_1}(x)) dx \quad (6.3)$$

O BER é mínimo se o integral da expressão (6.3) for mínimo, donde  $I_d$  deve ser escolhido de modo a satisfazer

$$\frac{d(BER)}{dI_d} = W_{X_1}(I_d) - W_{X_0}(I_d) = 0 \quad (6.4)$$

ou seja

$$W_{X_1}(I_d) = W_{X_0}(I_d) \quad (6.5)$$

Admitindo que quando  $x$  é maior do que  $I_d$  se verifica

$$W_{X_1}(x) > W_{X_0}(x) \quad (6.6)$$

e que quando  $x$  é menor que  $I_d$  se verifica

$$W_{X_1}(x) < W_{X_0}(x) \quad (6.7)$$

a condição (6.4) tem uma única solução que corresponde, portanto, ao mínimo absoluto da função (6.3).

Notemos que as condições (6.6) e (6.7) não são estritamente necessárias, porém garantem que o valor de  $I_d$  resultante da condição (6.5) para além de ser um extremo

relativo   um mínimo e    nico. Caso as condições (6.6) e (6.7) não se verificassem não iríamos poder definir apenas um nível de decisão, mas teríamos um conjunto de regiões, todas aquelas onde se verifica-se (6.6), onde deveríamos decidir pelo símbolo lógico "1", e outro conjunto de regiões, todas aquelas onde se verifica-se (6.7), onde deveríamos decidir pelo símbolo lógico "0", isto para garantir que o BER era mínimo.

Em sistemas baseados em solitões é usual existir um nível de decisão  $I_d$ , que satisfaz simultaneamente as condições (6.6) e (6.7). Vamos por isso assumir que  $I_d$  existe e    nico.

Conforme dissemos anteriormente o sinal óptico   entrada do receptor, vai ser inicialmente amplificado. Contudo, o amplificador óptico para além de amplificar o sinal, vai também adicionar ruído de emissão espontânea. O sinal   saída do amplificador, ponto A da figura 6.1, será então dado por

$$S_A(t) = S(t) + N(t) \quad (6.8)$$

onde  $S(t)$  representa a envolvente complexa do sinal, ou seja  $S(t)$  representa a sequência de solitões e eventuais campos dispersivos, gerados durante a propagação e  $N(t)$  representa a envolvente complexa do campo eléctrico resultante do ruído de emissão espontânea amplificado. Notemos que o ruído considerado é a soma do ruído acumulado durante a propagação com o ruído adicionado pelo pré-amplificador óptico.

Depois de amplificado o sinal é filtrado. Considerando que a largura de banda do filtro óptico é muito maior que a largura de banda do sinal, podemos aproximar o filtro óptico por um filtro ideal com largura de banda  $B_{opt}$ .

Considerando que o ruído  $N(t)$    ruído branco gaussiano, a densidade espectral de potência do ruído filtrado será dada por

$$\begin{aligned} N'(f) &= \frac{N_0}{2} \quad , \quad |f - f_c| \leq \frac{B_{opt}}{2} \\ &= 0 \quad , \quad |f - f_c| > \frac{B_{opt}}{2} \end{aligned} \quad (6.9)$$

onde  $N_0$  é o valor da densidade espectral de potência unilateral do ruído de emissão espontânea amplificado e  $f_c$  é a frequência central do sinal óptico.

Nesta trabalho vamos referir-nos à densidade espectral de potência do ruído unilateral e bilateral. Embora a utilização desta designação seja comum, nesta área do conhecimento, é importante esclarecermos desde já o seu significado. A designação unilateral será usada quando estivermos a considerar apenas a parte positiva do espectro, a designação bilateral será usada quando estivermos a considerar a parte positiva e a negativa do espectro. Ou seja no caso de ruído branco gaussiano, para obtermos a potência média do ruído devemos multiplicar o valor da densidade espectral de potência do ruído unilateral pela largura de banda óptica, ou então multiplicar o valor da densidade de potência do ruído bilateral por duas vezes a largura de banda óptica. A potência média do ruído filtrado é então dada por

$$E\{|N'(t)|^2\} = N_0 \cdot B_{\text{opt}} \quad (6.10)$$

Durante um intervalo de tempo  $\Delta\tau$  o ruído filtrado  $N'(t)$ , pode ser representado em série de Karhunen-Loève (K-L) por [4]

$$N'(t) = \sum_{j=1}^{+\infty} c_j \cdot \varphi_j(t) \quad , \quad t \in \Delta\tau \quad (6.11)$$

onde  $\{\varphi_j(t)\}$  é um conjunto de funções ortonormais em  $\Delta\tau$ , ou seja

$$\int_{\Delta\tau} \varphi_j(t) \cdot \varphi_k^*(t) dt = \delta(j-k) \quad , \quad t \in \Delta\tau \quad (6.12)$$

em que  $\delta(j-k)$  é igual a um quando  $j$  é igual  $k$  e é igual a zero quando  $j$  é diferente de  $k$ , e os coeficientes  $c_j$ , são variáveis aleatórias gaussianas complexas dadas por

$$c_j = \int_{\Delta\tau} N'(t) \cdot \varphi_j^*(t) dt \quad , \quad t \in \Delta\tau \quad (6.13)$$

Os coeficientes  $c_j$ , são não correlacionados e estatisticamente independentes, sendo  $E\{c_j \cdot c_k^*\} = \lambda_j \cdot \delta(j-k)$ , se o conjunto de funções ortogonais satisfizer



$$\int_{\Delta\tau} R(t_1, t_2) \cdot \varphi_j(t_2) dt_2 = \lambda_j \cdot \varphi_j(t_1), \quad t \in \Delta\tau \quad (6.14)$$

onde  $R(t_1, t_2)$    a função auto correlação de  $N'(t)$  e  $\{\lambda_j\}$  é o conjunto de valores próprios associados com o conjunto de funções  $\{\varphi_j(t)\}$ .

Notemos que outros autores, nomeadamente D. Marcuse nos trabalhos [2, 3], efectuam a expansão do ruído filtrado em série de Fourier. A expansão em série de Fourier é um caso especial da expansão em série de Karhunen-Lo ve, em que as funções  $\{\varphi_j(t)\}$  são do tipo coseno. A vantagem da expansão em série de Karhunen-Lo ve   que os coeficientes  $c_j$ , são não correlacionados. Muito embora, conforme é mostrado por D. Marcuse em apêndice no trabalho [3], a correlação entre os coeficientes de Fourier seja reduzida, para elevados valores da largura de banda óptica, nesta tese optámos por usar a expansão em série de Karhunen-Lo ve, por uma questão de rigor e porque o tratamento é em tudo análogo não sendo acrescentado nenhum grau extra de dificuldade.

Se escrevermos os coeficientes  $c_j$ , na sua componente real e imaginária como  $c_j = c_{r,j} + i c_{i,j}$ , pode ser mostrado que  $c_{r,j}$  e  $c_{i,j}$  são variáveis reais aleatórias com distribuição gaussiana, com média nula e que a sua variância está relacionada com os valores próprios  $\lambda_j$ . Os valores próprios  $\lambda_j$ , têm uma distribuição rectangular com largura dada pelo produto do intervalo temporal pela largura de banda do filtro óptico. Obt m-se então que apenas  $M = B_{opt} \Delta\tau$  valores próprios são diferentes de zero e são iguais a  $N_0$ , sendo a variância de  $c_{r,j}$  e  $c_{i,j}$  dada por [5]

$$E[c_{r,j}^2] = E[c_{i,j}^2] = \frac{\lambda_j}{2} = \frac{N_0}{2} = \sigma^2 \quad (6.15)$$

Obtemos então a seguinte função para o ruído filtrado

$$N'(t) = \sum_{j=1}^M (c_{r,j} + i \cdot c_{i,j}) \cdot \varphi_j(t), \quad t \in \Delta\tau \quad (6.16)$$

Se usarmos a mesma base de K-L para expandir o sinal  $S(t)$  obtemos [4]

$$S(t) \approx \sum_{j=1}^M a_j \cdot \varphi_j(t) = \sum_{j=1}^M (a_{r,j} + i \cdot a_{i,j}) \cdot \varphi_j(t) \quad t \in \Delta\tau \quad (6.17)$$

onde

$$a_{r,j} = \text{Re} \left\{ \int_{\Delta\tau} S(t) \cdot \varphi_j^*(t) dt \right\} \quad (6.18)$$

$$a_{i,j} = \text{Im} \left\{ \int_{\Delta\tau} S(t) \cdot \varphi_j^*(t) dt \right\} \quad (6.19)$$

Recordemos que a largura de banda do filtro óptico considerado é muito maior que a largura de banda do sinal, de modo a que o efeito do filtro sobre o sinal é desprezável.

Considerando um intervalo infinitesimal  $\Delta\tau$ , centrado em torno de  $t_k$ , o número fotoelectrões libertados pelo fotodetector, que iremos assumir como sendo baseado numa junção semicondutora do tipo PIN (PIN - **P**ositive **I**ntrinsic **N**egative), segue uma distribuição de Poisson com média dada por [5]

$$N_k = \rho \cdot \int_{t_k - \frac{\Delta\tau}{2}}^{t_k + \frac{\Delta\tau}{2}} |S(t) + N'(t)|^2 dt \quad (6.20)$$

onde  $\rho = \eta / (h f_c)$  e  $\eta$  é a eficiência quântica do fotodetector,  $h$  é a constante de Planck e  $f_c$  é a frequência óptica central. Recordemos que estamos a usar a normalização referida no capítulo 2, ver expressão (2.59), de tal modo que a potência óptica é dada pelo quadrado do modulo da envolvente complexa do campo eléctrico.

Substituindo (6.16) e (6.17) em (6.20) e usando a ortonormalidade de  $\{\varphi_j(t)\}$  obtemos

$$N_k = \rho \cdot \sum_{j=1}^M \left\{ \left( a_{r,j} + c_{r,j} \right)^2 + \left( a_{i,j} + c_{i,j} \right)^2 \right\} \quad (6.21)$$

Como  $a_{r,j}$  e  $a_{i,j}$  são constantes para um dado sinal  $S(t)$ , e  $c_{r,j}$  e  $c_{i,j}$  são variáveis aleatórias gaussianas, temos que  $N_k$  é a soma de  $2M$  variáveis gaussianas elevadas ao

quadrado, tendo  $M$  variáveis média  $a_{r,j}$  e as restantes média  $a_{i,j}$ , e variância  $\sigma^2$ . Atendendo à independência estatística dos coeficientes  $c_{r,j}$  e  $c_{i,j}$ ,  $N_k$  tem uma distribuição chi-quadrada não centrada, com  $2M$  graus de liberdade [6]. Logo a função geradora de momentos de  $N_k$  assume a forma seguinte, tendo em consideração a expressão (6.17) e a ortonormalidade do conjunto de funções  $\{\phi_j(t)\}$

$$M_{N_k}(s) = \frac{1}{(1 - \rho \cdot 2 \cdot \sigma^2 \cdot s)^{\frac{2 \cdot M}{2}}} \cdot \exp \left( \frac{\rho \cdot s \cdot \sum_{j=1}^M (a_{r,j}^2 + a_{i,j}^2)}{1 - \rho \cdot 2 \cdot \sigma^2 \cdot s} \right) = \frac{\exp \left( \frac{\rho \cdot s \cdot h_p(t_k) \cdot \Delta \tau}{1 - \rho \cdot 2 \cdot \sigma^2 \cdot s} \right)}{(1 - \rho \cdot 2 \cdot \sigma^2 \cdot s)^M} \quad (6.22)$$

onde  $h_p(t_k)$  é a potência óptica depois do pré-amplificador óptico no instante  $t_k$ .

Até este ponto temos considerado a polarização do ruído coincidente com a polarização do sinal. No caso do receptor não remover o ruído não coincidente com a polarização do sinal, a expansão de K-L do ruído de ASE tem o dobro dos termos, pois neste caso existe um grau de liberdade adicional para cada componente espectral do ruído, devemos por isso escrever (6.21) da seguinte forma [2]

$$N_k = \rho \cdot \sum_{j=1}^M \left\{ (a_{r,j,\parallel} + c_{r,j,\parallel})^2 + (a_{i,j,\parallel} + c_{i,j,\parallel})^2 \right\} + \rho \cdot \sum_{j=1}^M \left\{ (c_{r,j,\perp})^2 + (c_{i,j,\perp})^2 \right\} \quad (6.23)$$

onde  $c_{r,j,\perp}$  e  $c_{i,j,\perp}$  são os termos da expansão em série da componente do ruído ortogonal ao sinal  $S(t)$ . Estes termos não afectam o batimento sinal - sinal assim como não afectam os componentes devido ao batimento sinal - ruído, pois o sinal apenas faz o batimento com o ruído na mesma polarização. No entanto o ruído ortogonal com o sinal dobra os batimentos ruído - ruído. Temos neste caso uma soma de  $4 \cdot M$  variáveis gaussianas elevadas ao quadrado, cada uma com variância dada por  $\sigma^2$ , tendo metade delas média nula. As variáveis com média nula correspondem ao segundo somatório da expressão (6.23). Temos assim que  $N_k$  tem uma distribuição chi-quadrada, com  $4 \cdot M$  graus de liberdade.

Repetindo o raciocínio efectuado para obter a expressão (6.22), verificamos imediatamente que podemos generalizar a função geradora de momentos de  $N_k$ , escrevendo na expressão (6.22)  $M$  da forma seguinte

$$M = p \cdot B_{\text{opt}} \cdot \Delta\tau \quad (6.24)$$

em que  $p$  assume o valor um quando estivermos a considerar apenas a componente do ruído coincidente com a polarização do sinal e  $p$  assume o valor dois quando considerarmos todo o ruído, independentemente da polarização.

A função geradora de momentos de  $N_k$ , expressão (6.22), caracteriza estatisticamente o número de fotoelectrões gerados no fotodetector, devido à acção do campo óptico incidente. Porém de modo a obtermos a corrente à entrada do circuito de decisão temos que considerar o efeito da resposta impulsional do circuito equalizador.

A corrente no instante  $t$ , originada pelos  $N_k$  fotoelectrões gerados no intervalo de tempo  $\Delta\tau$  em torno de  $t_k$  será dada por

$$x_k(t) = N_k \cdot q \cdot h_r(t - t_k), \quad t \geq t_k \quad (6.25)$$

onde  $h_r(t)$  é a resposta impulsional do filtro equalizador e  $q$  é a carga do electrão.

Durante este trabalho iremos usar a designação de filtro equalizador, quando pretendermos salientar o papel do circuito eléctrico na formatação dos impulsos antes do circuito de decisão, usaremos a designação de filtro eléctrico quando pretendermos salientar o facto de operar no domínio eléctrico. Notemos ainda que embora na figura 6.1 apareçam dois blocos distintos para o circuito eléctrico, um para o amplificador e outro para o filtro, a resposta impulsional considerada  $h_r(t)$  deve ser entendida como a resposta impulsional global da cascata dos dois blocos.

Da expressão (6.25) obtém-se a seguinte função geradora de momentos para a corrente à entrada do circuito de decisão  $X_k = x_k(t)$

$$M_{X_k}(s, t) = E\left\{e^{s N_k \cdot q \cdot h_r(t - t_k)}\right\} = M_{N_k}(s \cdot q \cdot h_r(t - t_k)) \quad (6.26)$$

Tendo em consideração que o número de fotoelectrões efectivamente gerados segue uma distribuição de Poisson cujo valor médio é  $N_k$ , temos para a função probabilidade do número de fotoelectrões a função seguinte [5]

$$P(u_k) = \frac{e^{-N_k} \cdot (N_k)^{u_k}}{u_k!} \quad (6.27)$$

onde  $u_k$  representa o número de fotoelectrões efectivamente gerados no intervalo de tempo  $\Delta\tau$  em torno de  $t_k$ . A incerteza no número de fotoelectrões gerados num dado intervalo de tempo d  origem ao ruído quântico. Notemos que o efeito do ruído de emissão espontânea está incluído na incerteza de  $N_k$ .

A corrente no instante  $t$ , originada pelos  $u_k$  fotoelectrões gerados no intervalo de tempo  $\Delta\tau$  em torno de  $t_k$  será dada por

$$x_k(t) = u_k \cdot q \cdot h_r(t - t_k) \quad , t \geq t_k \quad (6.28)$$

A função geradora de momentos para a corrente no instante  $t$  devida aos fotoelectrões gerados no intervalo de tempo  $\Delta\tau$  em torno de  $t_k$  e condicionada a  $N_k$  é dada por

$$\begin{aligned} M_{X_k}(s|N_k, t) &= E\left\{e^{s u_k \cdot q \cdot h_r(t-t_k)}\right\} = \sum_{u_k=0}^{+\infty} \left\{ \frac{e^{-N_k} \cdot (N_k)^{u_k}}{u_k!} \cdot e^{s \cdot u_k \cdot q \cdot h_r(t-t_k)} \right\} \\ &= e^{-N_k} \cdot \sum_{u_k=0}^{+\infty} \left\{ \frac{(N_k \cdot e^{s \cdot q \cdot h_r(t-t_k)})^{u_k}}{u_k!} \right\} \\ &= e^{-N_k} \cdot \exp\left(N_k \cdot e^{s \cdot q \cdot h_r(t-t_k)}\right) \\ &= \exp\left[N_k \cdot \left(\exp(s \cdot q \cdot h_r(t-t_k)) - 1\right)\right] \end{aligned} \quad (6.29)$$

De (6.29) podemos obter a função geradora de momentos n o condicionada

$$\begin{aligned} M_{X_k}(s, t) &= E_{N_k} \left\{ M_{X_k}(s|N_k, t) \right\} = E_{N_k} \left\{ \exp\left[N_k \cdot \left(\exp(s \cdot q \cdot h_r(t-t_k)) - 1\right)\right] \right\} \\ &= M_{N_k} \left( \exp(s \cdot q \cdot h_r(t-t_k)) - 1 \right) \end{aligned} \quad (6.30)$$

Comparando as expressões (6.26) e (6.30), podemos observar que desprezar o ruído quântico significa considerar a aproximação  $e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1 \approx s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)$ , no argumento da função geradora de momentos do número de fotoelectrões gerados no intervalo de tempo  $\Delta\tau$  em torno de  $t_k$ .

Usando (6.15), (6.22), (6.24) e (6.30) e tendo em consideração a contribuição dos fotoelectrões gerados em todos os intervalos  $[t_k - \Delta\tau/2, t_k + \Delta\tau/2]$  com  $t_k = k \cdot \Delta\tau$ , sendo  $k$  um inteiro a variar entre  $-\infty$  e  $+\infty$ , obtemos a seguinte função geradora de momentos para a corrente gerada por um impulso  $h_p(\tau)$ , ou seja para o símbolo lógico "1", no instante de tempo  $t$ .

$$M_{X_1}(s, t) = \frac{\exp \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\rho \cdot h_p(\tau) \cdot (e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1)}{1 - \rho \cdot N_0 \cdot (e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1)} d\tau \right\}}{\exp \left\{ p \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_{opt} \cdot \ln[1 - \rho \cdot N_0 \cdot (e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1)] d\tau \right\}} \quad (6.31)$$

Este resultado foi apresentado pela primeira vez por L. B. Ribeiro, J. F. da Rocha e J. L. Pinto no trabalho [1], e iremos aplica-lo nesta tese a sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

Desprezando, por agora, os campos dispersivos, na presença de um impulso do tipo solitão temos  $h_p(\tau) = P_p \cdot \text{sech}^2(\tau/T_0)$ , em que  $P_p$  é a potência de pico do solitão depois do pré-amplificador óptico. Na ausência de impulso, ou seja para o símbolo lógico "0", temos  $h_p(\tau) = 0$ , obtendo-se a seguinte função geradora de momentos

$$M_{X_0}(s, t) = \frac{1}{\exp \left\{ p \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_{opt} \cdot \ln[1 - \rho \cdot N_0 \cdot (e^{s \cdot q \cdot h_r(t-\tau)} - 1)] d\tau \right\}} \quad (6.32)$$

A partir das funções geradoras de momentos para a corrente à entrada do circuito de decisão podemos calcular o BER do sistema. Notemos que temos referido sempre à corrente do receptor, porém na prática é por vezes mais vantajoso o receptor operar sobre um sinal de tensão. Esta conversão de um sinal de corrente para um sinal de tensão é

usualmente efectuada por um amplificador de transimpedância que segue o fotodetector. Na análise analítica esta conversão pode ser incluída através da resposta impulsional do circuito equalizador, não alterando em nada o tratamento analítico apresentado até aqui. Iremos pois a partir de agora, referir-nos indistintamente ao sinal à entrada do circuito de decisão.

Da função geradora de momentos para um dado símbolo lógico, expressões (6.31) e (6.32), podemos obter a função característica, calculando a função geradora de momentos no eixo imaginário, fazendo  $s = i\omega$ , para um dado instante de decisão. Da função característica obtemos a função densidade de probabilidade  $W_X(x)$ , através da transformada inversa de Fourier, ou seja

$$W_X(x) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} M_X(i\omega, t_d) \cdot e^{-i\omega x} d\omega \quad (6.33)$$

e obtemos o BER do sistema a partir da expressão (6.1).

### 6.3 - Receptor *integrate and dump*

Nesta secção, iremos considerar um receptor do tipo *integrate and dump*. Este receptor tem um filtro equalizador que integra a potência óptica do impulso, sendo posteriormente este valor comparado com um nível de decisão e estimado o símbolo lógico.

Os receptores do tipo *integrate and dump* apresentam usualmente bons desempenhos para sistemas com formatação NRZ. Nesta secção iremos analisar o desempenho deste tipo de receptores em sistemas com formatação do tipo solitão. O filtro usado num receptor do tipo *integrate and dump* simples apresenta uma resposta impulsional rectangular, conforme pode ser observado na figura 6.2.

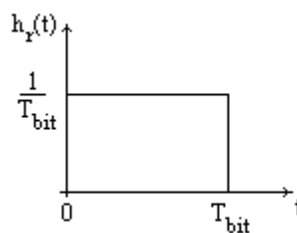


Figura 6.2 - Resposta impulsional do receptor *integrate and dump* simples.

Considerando a resposta impulsional do filtro,  $h(t)=1/T_{\text{bit}}\cdot\text{rect}((t-T_{\text{bit}}/2)/T_{\text{bit}})$ , o ruído óptico apenas na polarização do sinal, ou seja  $p=1$ , e desprezando o ruído quântico, obtemos, a partir das funções geradoras de momentos (6.31) e (6.32), as seguintes funções característica para o valor do sinal, à entrada do circuito de decisão, no final do bit, ou seja para  $t = T_{\text{bit}}$

$$M_{X_{0,\text{ID}}}(i\omega, T_{\text{bit}}) = \frac{1}{\left[1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_o \cdot \rho \cdot q}{T_{\text{bit}}}\right]^{B_{\text{opt}} \cdot T_{\text{bit}}}} \quad (6.34)$$

e

$$M_{X_{1,\text{ID}}}(i\omega, T_{\text{bit}}) = \frac{\exp\left\{\frac{i \cdot \omega \cdot \rho \cdot q}{1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_o \cdot \rho \cdot q}{T_{\text{bit}}}} \cdot \frac{1}{T_{\text{bit}}} \int_0^{T_{\text{bit}}} h_p(\tau) d\tau\right\}}{\left[1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_o \cdot \rho \cdot q}{T_{\text{bit}}}\right]^{B_{\text{opt}} \cdot T_{\text{bit}}}} \quad (6.35)$$

respectivamente na ausência e presença de um impulso. Notemos que os limites de integração que aparecem nas expressões (6.31) e (6.32), ou seja  $-\infty$  e  $+\infty$ , foram substituídos por 0 e  $T_{\text{bit}}$ , pois a resposta impulsional do filtro equalizador é nula para valores de  $t$  inferiores a 0 e superiores a  $T_{\text{bit}}$ , conforme se pode observar na figura 6.2.

Se considerarmos um impulso rectangular, com largura coincidente com  $T_{\text{bit}}$ , obtemos o mesmo resultado obtido por D. Marcuse, expressão (10) e (20) do trabalho [2]. Devemos contudo ter em consideração, que no trabalho de D. Marcuse, a variância da parte real e imaginária de cada componente espectral do ruído, ver expressão (7) de [2], é dada por  $N_o/(2 \cdot T_{\text{bit}})$ .

### 6.3.1 - Determinação do BER

Seguindo o trabalho apresentado por D. Marcuse, podemos calcular a função densidade de probabilidade para cada um dos símbolos lógicos, através da transformada inversa de Fourier das funções características (6.34) e (6.35), ou seja



$$W_{X_0,ID}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} M_{X_0,ID}(i\omega) \cdot e^{-i\omega x} d\omega \quad (6.36)$$

e

$$W_{X_1,ID}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} M_{X_1,ID}(i\omega) \cdot e^{-i\omega x} d\omega \quad (6.37)$$

O calculo do integral (6.36) pode ser feito utilizando o método dos resíduos após sucessivas integrações por partes, o integral (6.37) pode ser calculado utilizando uma tabela de transformadas de Laplace, conforme é apresentado no trabalho [2].

Obt m-se então as seguintes funções densidade de probabilidade para o sinal   entrada do circuito de decisão, respectivamente, para a detecção do símbolo lógico "0" e "1",

$$W_{X_0,ID}(x) = \left( \frac{T_{bit}}{\rho \cdot q \cdot N_o} \right)^M \cdot \frac{x^{M-1}}{(M-1)!} \cdot \exp\left( -\frac{T_{bit}}{\rho \cdot q \cdot N_o} \cdot x \right) \quad (6.38)$$

e

$$W_{X_1,ID}(x) = (M/I_0) \cdot (x/I_1)^{(M-1)/2} \cdot \exp\left( -M \cdot \frac{x+I_1}{I_0} \right) \cdot I_{M-1}\left( 2 \cdot M \cdot \frac{\sqrt{x \cdot I_1}}{I_0} \right) \quad (6.39)$$

onde  $I_{M-1}(\cdot)$  representa a função de Bessel modificada de ordem  $M-1$ ,  $I_0 = \rho \cdot q \cdot N_o \cdot B_0$  e  $I_1 = \rho \cdot q \cdot E_p / T_{bit}$ , sendo  $E_p$  a energia do impulso depois do pré-amplificador óptico, ponto A da figura 6.1.

Notemos que  $I_0$  representa a corrente   entrada do circuito de decisão, no final do bit, quando é recebido o símbolo lógico "0". A contribuição para  $I_0$  é apenas devida ao ruído de emissão espontânea, pois estamos a desprezar os campos dispersivos e a assumir que o sinal é nulo para o símbolo lógico "0". Por outro lado  $I_1$  representa a corrente   entrada do circuito de decisão, no final do bit, devida   recepção de um impulso, considerando a ausência de ruído. Temos assim que o quociente entre  $I_1$  e  $I_0$  nos d  uma razão entre a potência média do sinal, no período do bit correspondente ao "1" lógico, quando o ruído é nulo, e a potência média do ruído quando o sinal é nulo, ou seja no

período do bit correspondente ao "0" lógico. Seguindo a mesma terminologia de D. Marcuse iremos designar esta razão com sendo a relação sinal-ruído (SNR).

Considerando  $I_1 = 21$  mA,  $I_0 = 6$  mA e  $M = 3$ , obtemos o gráfico da figura 6.3 para as funções densidade de probabilidade para cada um dos símbolos lógicos.

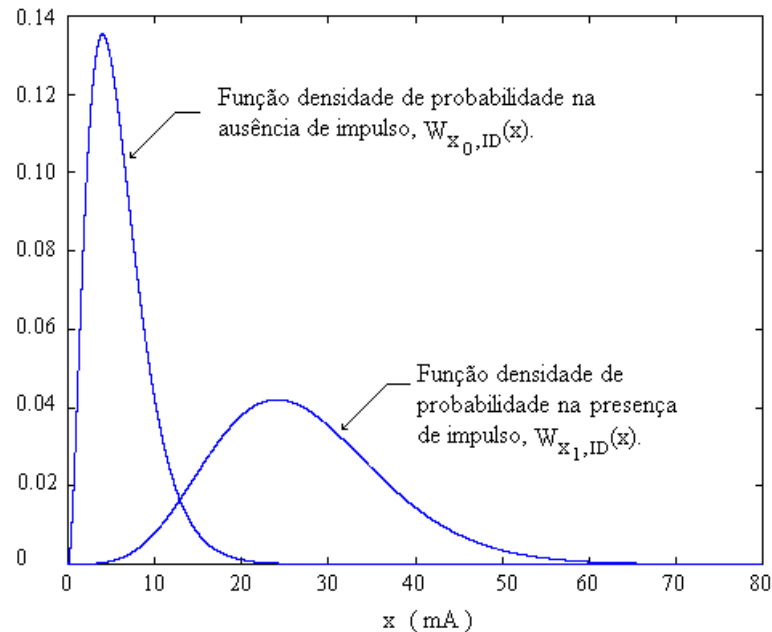


Figura 6.3 - Funções densidade de probabilidade da corrente à entrada do circuito de decisão para cada um dos símbolos lógicos.

Devemos notar que no caso da ausência de impulso, ou seja para o "0" lógico, a média e a variância de  $x$  assumem o valor de  $I_0$  e  $I_0^2/M$ , respectivamente. Na presença de um impulso a média de  $x$  assume o valor de  $I_0 + I_1$  e a variância  $(2 \cdot I_1 \cdot I_0)/M + I_0^2/M$ . A média e a variância podem ser obtidas directamente através do cálculo da primeira e segunda derivada na origem das funções geradoras de momentos, expressões (6.31) e (6.32), desprezando o ruído quântico e considerando um receptor do tipo *integrate and dump*, ver expressões (6.42) a (6.45).

Uma aproximação algumas vezes efectuada na determinação do BER, consiste em assumir que a função densidade de probabilidade da variável decisória é gaussiana. Neste caso obtém-se

$$W_{X_{0g},ID}(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_0^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - m_0)^2}{2 \cdot \sigma_0^2}\right) \quad (6.40)$$

e

$$W_{X_{1g},ID}(x) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_1^2}} \cdot \exp\left(-\frac{(x - m_1)^2}{2 \cdot \sigma_1^2}\right) \quad (6.41)$$

respectivamente para a ausência e presença de um impulso, com

$$m_0 = \left. \frac{\partial M_{X_0}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = I_0 \quad (6.42)$$

$$\sigma_0^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{X_0}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_0^2 = \frac{I_0^2}{M} \quad (6.43)$$

$$m_1 = \left. \frac{\partial M_{X_1}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = I_0 + I_1 \quad (6.44)$$

e

$$\sigma_1^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{X_1}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_1^2 = \frac{2 \cdot I_1 \cdot I_0}{M} + \frac{I_0^2}{M} \quad (6.45)$$

Esta aproximação é baseada no facto do campo eléctrico, resultante da adição ao sinal óptico do ruído de emissão espontânea, ter uma distribuição gaussiana, com média igual ao sinal óptico em cada instante e variância dada pelo produto da densidade espectral de potência unilateral pela largura de banda óptica. Este campo eléctrico vai ser quadrado no fotodetector originando três termos, um proporcional ao quadrado do campo eléctrico, outro proporcional ao produto do sinal pelo ruído e outro proporcional ao ruído ao quadrado. Como o sinal não é aleatório o termo resultante do batimento sinal - sinal tem um comportamento determinístico, por sua vez o termo resultante do batimento sinal - ruído mantém a distribuição gaussiana do ruído, apenas o termo resultante do batimento ruído - ruído deixa de poder ser caracterizado por uma distribuição gaussiana para passar a ter uma distribuição chi-quadrada. A variável soma destes três termos não vai apresentar uma

distribuição gaussiana, porém é interessante considerar a aproximação gaussiana pela facilidade com que se pode obter a média e a variância, através do cálculo na origem da primeira e segunda derivada da função geradora de momentos, e assim obter uma aproximação para o BER do sistema.

Admitindo que os símbolos são equiprováveis, para calcular o BER devemos calcular o integral das funções densidade de probabilidade, de acordo com a expressão (6.1), ou seja

$$\text{BER} = \frac{1}{2} [p_0(I_d) + p_1(I_d)] \quad (6.46)$$

com

$$p_0(I_d) = \int_{I_d}^{+\infty} W_{X_0}(x) dx \quad (6.47)$$

e

$$p_1(I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} W_{X_1}(x) dx \quad (6.48)$$

Calculando os respectivos integrais, usando as funções densidade de probabilidade dadas por (6.38) e (6.39), obtém-se as seguintes probabilidades de erro condicionadas a cada um dos símbolos lógicos [2]

$$p_0(I_d) = \frac{1}{(M-1)!} \cdot \Gamma\left(M, \frac{I_d \cdot T_{\text{bit}}}{\rho \cdot q \cdot N_0}\right) \quad (6.49)$$

$$p_1(I_d) \approx \frac{1}{2} \sqrt{\frac{I_0}{\pi \cdot M \cdot y}} \cdot \frac{I_1^{1/4}}{I_{d0}^{1/4}} \left[ 1 + \frac{I_0}{4 \cdot M} \frac{\sqrt{y} - 2 \cdot \sqrt{I_{d0}}}{y \cdot \sqrt{I_{d0}}} \right] \cdot \exp\left(-\frac{M \cdot y}{I_0}\right) \quad (6.50)$$

onde  $\Gamma(\cdot, \cdot)$  é a função gama incompleta,

$$I_{d0} = I_d - I_0 \quad (6.51)$$

e

$$y = \left( \sqrt{I_1} - \sqrt{I_{d0}} \right)^2 \quad (6.52)$$

Para calcularmos o BER temos que definir o nível de decisão óptimo  $I_d$ , ver expressão (6.46). Conforme vimos anteriormente, de modo a minimizarmos o BER, o nível de decisão deve satisfazer a equação (6.5). Calculando o logaritmo de ambos os membros da expressão (6.5), com as funções densidade de probabilidade dadas por (6.38) e (6.39), obtêm-se, após alguma manipulação algébrica, a seguinte equação para o nível de decisão óptimo normalizado [2]

$$v_d = 1 + \frac{1}{4 \cdot M^2 \cdot v} \left\{ M \cdot v - \frac{1}{4} \cdot \ln(v) - \ln(A) + (M-1) \cdot \ln(v_d) + \frac{3}{4} \cdot \ln(v_d - 1) \right\}^2 \quad (6.53)$$

onde

$$v_d = \frac{I_d}{I_0} \quad (6.54)$$

$$v = \text{SNR} = \frac{I_1}{I_0} \quad (6.55)$$

e

$$A = \frac{\Gamma(M)}{2 \cdot M^{M-1} \sqrt{\pi \cdot M}} \quad (6.56)$$

onde  $\Gamma(\cdot)$  é a função gama.

Devemos notar que a equação (6.53) não tem uma solução fechada, devendo por isso ser resolvida numericamente. Tendo em atenção que quando a relação SNR tende para infinito,  $v_d/v$  tende para 1/4 este é um bom valor para ser usado como primeira aproximação no processo numérico de resolução da equação (6.53).

Na figura 6.4 mostra-se a razão entre o nível de decisão óptimo  $I_d$  e  $I_1$ , ou seja  $v_d/v$ , em função da relação SNR para diferentes valores de  $M = B_{\text{opt}} \cdot T_{\text{bit}}$ .

Pela análise do gráfico da figura 6.4 podemos constatar que o nível de decisão óptimo varia pouco com  $M$ , ou seja com o produto da largura de banda do filtro óptico pelo período do bit. Notemos que isto significa que o nível de decisão óptimo é pouco sensível a alterações no ritmo de transmissão. Podemos notar ainda que desde que a

relação SNR não seja inferior a 50, o nível de decisão óptimo se situa entre os 25% e os 30% de  $I_1$ .

Após termos determinado o nível de decisão óptimo, podemos calcular o BER do sistema a partir das expressões (6.46), (6.49) e (6.50).

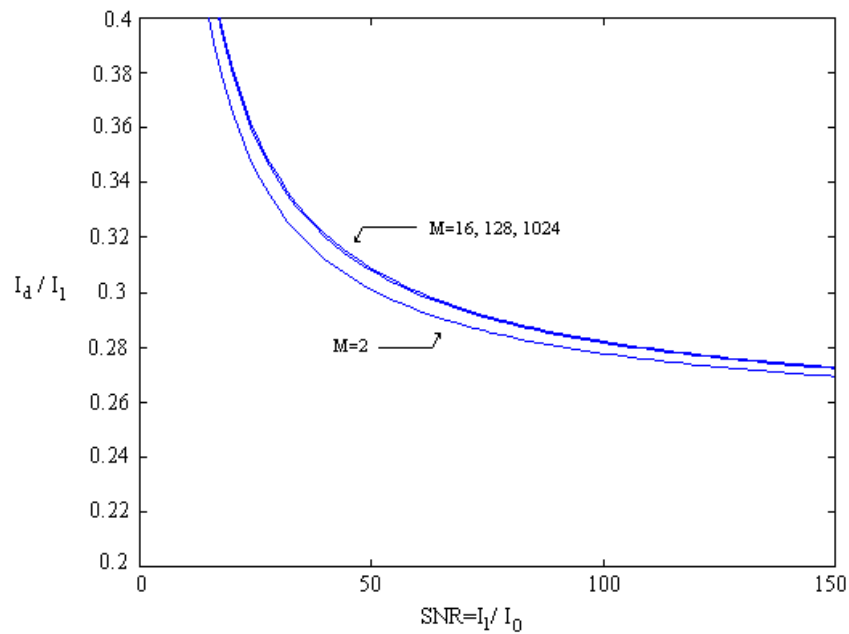


Figura 6.4 - Nível de decisão em função da relação SNR.

Se usarmos a aproximação gaussiana, ou seja as funções densidade de probabilidade dadas por (6.40) e (6.41), ao igualarmos as expressões densidade de probabilidade de acordo com a expressão (6.5), para obtermos o nível de decisão óptimo, podemos ter em consideração a rápida variação do valor da função exponencial com o argumento, e obter uma aproximação para o nível de decisão igualando apenas os argumentos das exponenciais, ou seja

$$-\frac{(x - m_0)^2}{2 \cdot \sigma_0^2} = -\frac{(x - m_1)^2}{2 \cdot \sigma_1^2} \quad (6.57)$$

Atendendo que as funções densidade de probabilidade se intersectam na região descendente da função densidade de probabilidade do símbolo "0" e ascendente do símbolo "1", obtêm-se de (6.57)

$$\frac{I_d - m_0}{\sigma_0} = -\frac{I_d - m_1}{\sigma_1} \quad (6.58)$$

Fazendo a mudança de variável  $\Omega = (x - m_0) / \sigma_0$ , na expressão (6.47), e  $\Omega = (x - m_1) / \sigma_1$ , na expressão (6.48), e tendo em considera o (6.58) obtemos

$$\text{BER} = \text{Pe}_{0g} = \text{Pe}_{1g} = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi} \cdot \int_k^{+\infty} \exp(-\Omega^2 / 2) d\Omega \quad (6.59)$$

com  $k = (I_d - m_0) / \sigma_0 = (m_1 - I_d) / \sigma_1$ . De (6.58) podemos escrever

$$I_d = \frac{\sigma_0 \cdot m_1 + \sigma_1 \cdot m_0}{\sigma_0 + \sigma_1} \quad (6.60)$$

obtendo-se  $k = (m_1 - m_0) / (\sigma_1 + \sigma_0)$ .

Definindo a fun o  $Q(k)$  como sendo

$$Q(k) = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi} \cdot \int_k^{+\infty} \exp(-\Omega^2 / 2) d\Omega = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\frac{k}{\sqrt{2}}\right) \quad (6.61)$$

e considerando uma aproxima o da fun o de erro complementar, frequentemente usada e válida para valores de  $k > 3$  temos

$$\text{BER} = Q(k) \approx \frac{\exp(-k^2 / 2)}{\sqrt{2} \cdot \pi \cdot k}, \quad k > 3 \quad (6.62)$$

Tendo em conta a expressão (6.62) podemos observar como o calculo do BER usando a aproxima o gaussiana é muito mais simples que o calculo do BER através das expressões (6.46), (6.49) e (6.50), porém este ganho de simplicidade é obtido   custa da perda de rigor. No entanto, conforme iremos comprovar os resultados obtidos com a aproxima o gaussiana permitem-nos, frequentemente, obter uma boa aproxima o das performances do sistema.

É ainda possível simplificar a expressão (6.62) considerando uma aproxima o para o desempenho do sistema válida para valores da rela o SNR elevados. Atendendo às

expressões (6.42) a (6.45), respectivamente para  $m_0$ ,  $\sigma_0^2$ ,  $m_1$  e  $\sigma_1^2$  e tendo em conta que a relação  $\text{SNR} = I_1 / I_0$ , podemos rescrever  $k$  como sendo

$$k = \frac{m_1 - m_0}{\sigma_0 + \sigma_1} = \frac{\text{SNR}}{\sqrt{2 \cdot \text{SNR} + 1}} \cdot \sqrt{M} \quad (6.63)$$

Considerando uma relação  $\text{SNR} \gg 1$  temos  $k \approx \sqrt{\frac{\text{SNR} \cdot M}{2}} = \sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}}$ , obtendo-se

$$\text{BER} \approx Q \left\{ \sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}} \right\} \quad (6.64)$$

A expressão (6.64), válida para valores da relação  $\text{SNR}$  elevados, coloca em evidência o papel fundamental da energia do impulso e da densidade espectral de potência do ruído de emissão espontânea. Voltaremos a analisar este aspecto, na secção 6.5.1, quando discutirmos o desempenho óptimo do sistema.

### 6.3.2 - Análise de desempenho

Tendo por base a formulação anteriormente desenvolvida vamos analisar o impacto do ruído de emissão espontânea no desempenho de sistemas de comunicação baseados em solitões, assumindo que o receptor é do tipo *integrate and dump*.

De acordo com os resultados apresentados no capítulo 3, ver expressão (3.4), a potência de pico do solitão fundamental é dada por

$$P_0 = \frac{1}{\gamma \cdot L_D} = \frac{|\beta_2|}{\gamma \cdot T_0^2} \quad (6.65)$$

sendo a energia do solitão dada por  $E_s = 2 \cdot P_0 \cdot T_0$ , ver o apêndice E.

Para simplificar o formalismo do tratamento analítico vamos assumir que o ganho óptico do pré-amplificador é igual ao ganho dos amplificadores colocados periodicamente ao longo do sistema para compensarem as perdas ópticas. Logo a energia do impulso à saída do pré-amplificador óptico do receptor, ponto A da figura 6.1, é dada por



$$E_p = Q \cdot E_s = Q \cdot 2 \cdot \frac{|\beta_2|}{\gamma} \cdot \frac{1}{T_0} \quad (6.66)$$

Da expressão (6.66) podemos constatar que a energia do impulso à saída do pré-amplificador é inversamente proporcional à sua largura. Tendo em conta a expressão (6.66), podemos ainda escrever a relação SNR na forma seguinte

$$\text{SNR} = \frac{I_1}{I_0} = \frac{E_p / T_{\text{bit}}}{N_0 \cdot B_{\text{opt}}} = 2 \cdot Q \cdot \frac{|\beta_2|}{\gamma} \cdot \frac{1}{T_0 \cdot T_{\text{bit}}} \cdot \frac{1}{N_0 \cdot B_{\text{opt}}} \quad (6.67)$$

A expressão (6.66) para a energia do impulso é bastante interessante, pois mostra que num sistema baseado em solitões a energia do impulso não depende do ritmo de transmissão, em oposição com os sistemas com formatação NRZ em que a energia do impulso é inversamente proporcional ao ritmo de transmissão.

Para calcularmos a energia do impulso em sistemas com formatação NRZ basta considerarmos a forma do impulso rectangular, ou seja

$$h_p(t) = P_p \cdot \text{rect}\left(\frac{t - T_{\text{bit}}/2}{T_{\text{bit}}}\right) \quad (6.68)$$

obtendo-se para a energia do impulso

$$E_{\text{NRZ}} = P_p \cdot T_{\text{bit}} \quad (6.69)$$

Notemos que  $P_p$ , na expressão (6.68) e (6.69), está limitado pelas distorções não lineares introduzidas pelo canal óptico. Pelo contrário em sistemas baseados em solitões, onde a dispersão cromática compensa a auto modulação de fase, as limitações para o aumento da energia do impulso serão introduzidas pelo efeito de Gordon-Haus. De facto, como observámos no capítulo 5 e analisaremos em detalhe no capítulo 7, este efeito coloca um limite inferior à largura dos impulsos, fazendo com que a partir de um dado limiar os ganhos obtidos com o aumento da energia do solitão sejam perdidos devido ao incremento do *jitter* temporal.

Conforme podemos observar na expressão (6.64), é possível melhorar o desempenho de um sistema baseado em solitões, aumentando a energia dos impulsos ou diminuindo a densidade espectral de potência do ruído de emissão espontânea amplificada.

O aumento da energia dos impulsos está limitado pelo efeito de Gordon-Haus, conforme iremos ver em detalhe no capítulo 7. A diminuição da densidade espectral de potência do ruído está limitada essencialmente por critérios económicos. Para esclarecer melhor este aspecto, vamos estimar a densidade espectral de potência do ruído de emissão espontânea amplificada após o pré-amplificador óptico do receptor.

Tendo em conta que o valor da densidade espectral de potência bilateral do ruído à saída de um amplificador óptico é dado por

$$S_{sp} = (G - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot f_0 \quad (6.70)$$

onde  $G$  é o ganho em potência do amplificador, e admitindo que a potência média do ruído esta igualmente dividida pelas duas polarizações ortogonais, temos que depois de uma cadeia de  $N_a$  amplificadores o valor da densidade espectral de potência bilateral do ruído, considerando apenas o ruído coincidente com a polarização do sinal será dado por

$$S_{sp, N_a} = \frac{N_0}{2} = N_a \cdot \frac{1}{2} \cdot (G - 1) \cdot n_{sp} \cdot h \cdot f_0 \quad (6.71)$$

Atendendo a que o ganho de cada amplificador vai compensar as perdas da fibra, ou seja  $G = \exp(\alpha \cdot L_a)$ , em que  $L_a$  é o espaçamento entre amplificadores, podemos escrever o valor da densidade espectral de ruído bilateral após o pré-amplificador óptico do receptor, ponto A da figura 6.1, como

$$S_{sp, N_a} = \frac{N_0}{2} = \frac{1}{2} \cdot L_T \cdot \frac{(e^{\alpha \cdot L_a} - 1)}{L_a} \cdot n_{sp} \cdot h \cdot f_0 \quad (6.72)$$

em que  $L_T$  é o comprimento total do sistema. Notemos que ao escrevermos a expressão (6.72) fizemos a aproximação  $N_a \approx L_T / L_a$ , quando em rigor, num sistema com pré-amplificação óptica no receptor, o número de amplificadores é  $L_T / L_a + 1$ . Porém, esta aproximação é válida para sistemas com um elevado número de amplificadores ópticos.

Considerando uma atenuação de 0.2 dB/km, um comprimento total do sistema de 9 000 km, um factor de emissão espontânea de 2.2 para os amplificadores ópticos e um comprimento de onda central de 1550 nm, obtemos os resultados apresentados na figura 6.5 para o valor da densidade espectral bilateral de potência do ruído de emissão espontânea amplificada, em função da separação entre amplificadores, após o pré-amplificador óptico do receptor.

Na figura 6.5, podemos observar como é que o aumento da separação entre amplificadores provoca um aumento exponencial na densidade espectral de potência do ruído. Levando-nos a concluir que podemos diminuir a densidade espectral de potência do ruído reduzindo o espaçamento entre amplificadores, logo aumentando o seu número. O espaçamento entre amplificadores está usualmente condicionado por questões económicas, quer pelo elevado custo de cada unidade, quer porque o aumento do número de elementos activos aumenta a probabilidade de avarias no sistema, e porque ao efectuar-se a reconversão de um sistema, os operadores de telecomunicações pretendem, tanto quanto possível, manter a infra-estrutura física inalterada. Todos estes factores fazem com que o espaçamento entre amplificadores ópticos normalmente não seja inferior a 20 km.

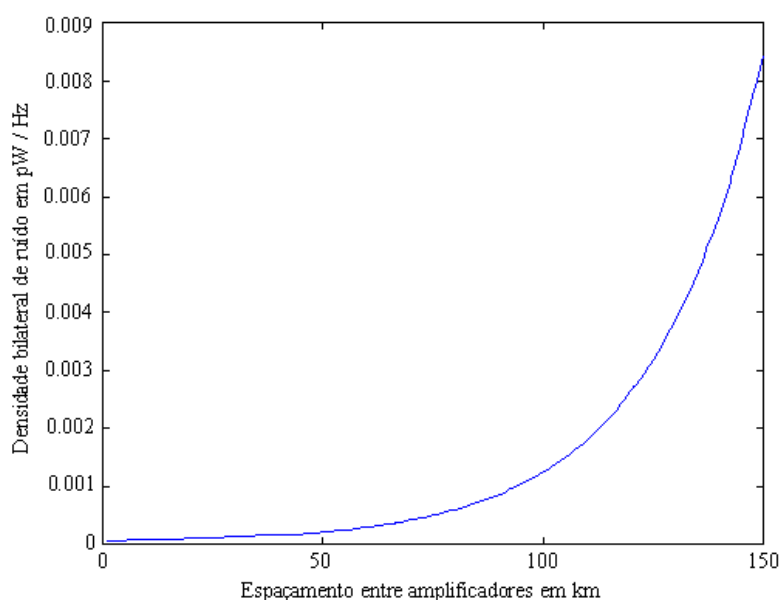


Figura 6.5 - Valor da densidade espectral de potência bilateral do ruído de emissão espontânea amplificado, em função do espaçamento entre amplificadores, e após o pré-amplificador óptico do receptor.

A expressão (6.72), permite-nos ainda concluir que mantendo a separação entre amplificadores constante, a densidade espectral de potência do ruído aumenta linearmente com o comprimento total do sistema. Porém o comprimento do sistema não é usualmente um parâmetro que possamos otimizar.

Na figura 6.6 temos o desempenho do mesmo sistema considerado na figura 6.5, para diferentes valores da razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência,  $T_{fwhm}$ , e o valor da dispersão da fibra óptica, para dois valores da separação entre amplificadores. No sistema da figura 6.6 considerou-se um coeficiente não linear para a fibra óptica de  $0.94 \text{ W}^{-1} \cdot \text{km}^{-1}$ . Na figura 6.6 mostramos ainda os resultados obtidos assumindo uma distribuição gaussiana para o sinal à entrada do circuito de decisão. Notemos que os resultados apresentados são independentes do ritmo de transmissão do sistema, desde que se garanta que  $T_0 \ll T_{bit}$ .

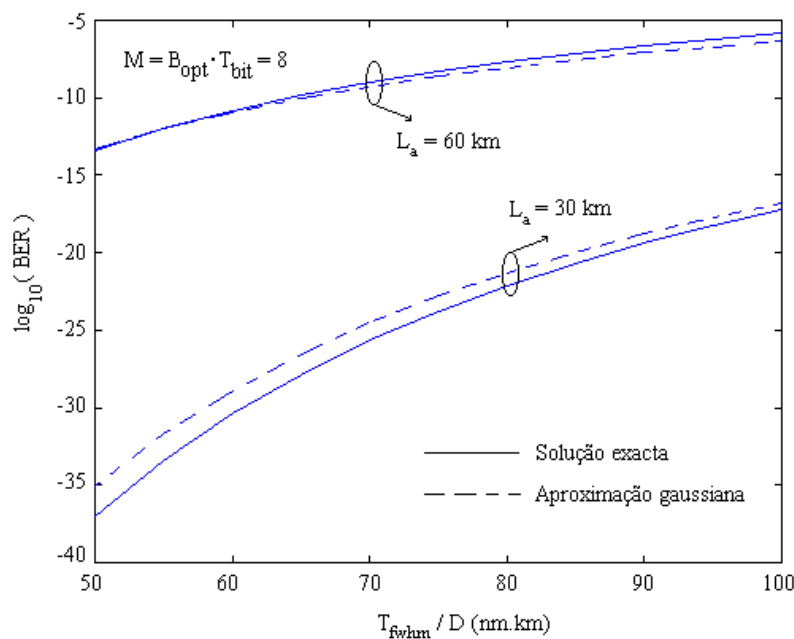


Figura 6.6 - Desempenho do sistema em função da largura a meia altura dos impulsos em potência para dois valores da separação entre amplificadores ópticos.

Podemos observar, na figura 6.6, como a separação entre amplificadores é um parâmetro crítico para o desempenho do sistema, verificando-se ainda que é possível melhorar o desempenho do sistema, diminuindo a largura dos impulsos. De facto, estes são dois parâmetros importantes na optimização de sistemas baseados em solitões relativamente ao ruído de emissão espontânea amplificado.

Um outro aspecto interessante a considerar na figura 6.6 são os resultados obtidos com a aproximação gaussiana, que conforme podemos verificar nos permitem obter com relativa facilidade uma primeira aproximação para o desempenho do sistema. Recordemos que quando nos referimos à solução exacta estamos a calcular o BER com base nas expressões (6.46), (6.49) e (6.50), quando nos referimos à aproximação gaussiana estamos a usar a expressão (6.62).

Na figura 6.7 temos o desempenho do sistema considerado anteriormente em função do comprimento total do sistema, para dois valores da separação entre amplificadores e considerando uma razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência e a dispersão cromática da fibra de 100 nm·km. Podemos também observar, na figura 6.7, como o comprimento total do sistema tem um papel importante no desempenho do mesmo, porém conforme referimos anteriormente este é um parâmetro usualmente fixo. Um outro aspecto interessante é verificar que tal como na figura 6.6, a aproximação gaussiana nos indica desempenhos com uma margem de erro é inferior a 2 ordens de grandeza, para probabilidades de erro superiores a  $10^{-40}$ .

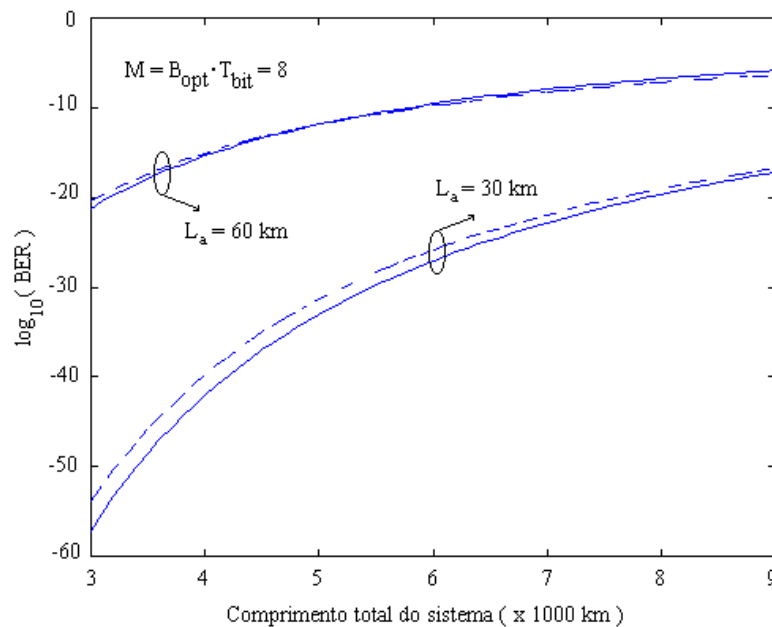


Figura 6.7 - Desempenho do sistema em função do comprimento total, para dois valores da separação entre amplificadores ópticos e para uma razão de 100 nm·km entre a largura a meia altura dos solitões em potência e a dispersão da fibra óptica.

#### 6.4 - Receptor *integrate and dump* com janela reduzida

O filtro *integrate and dump*, considerado na secção 6.3, calcula o integral do sinal eléctrico durante o período do bit, ou seja a janela de integração coincide com o período do bit. Uma questão interessante é analisar o impacto da largura da janela de integração no desempenho do sistema.

Atendendo à formatação do tipo solitão usada, a potência do sinal óptico, que é proporcional ao quadrado da envolvente do campo eléctrico, vai assumir o valor máximo, no centro do solitão e tenderá para zero ao afastarmo-nos do centro do bit. Por outro lado a potência do ruído óptico, na ausência de sinal, será constante durante todo o período do bit. Deste modo, é intuitivo que poderemos melhorar a relação SNR, conforme foi definida na secção 6.3.1, reduzindo a janela de integração, ou seja integrando apenas numa janela centrada no centro do solitão, onde a potência óptica do sinal é máxima. A questão que pretendemos discutir é de que modo é que este procedimento afecta o desempenho do sistema.

Efectuar a integração numa janela centrada em torno do solitão significa usar um filtro com resposta impulsional dada por  $h_I(t) = 1/T_w \cdot \text{rect}((t - T_{\text{bit}}/2)/T_w)$ , em que  $T_w$  representa a largura da janela de integração.

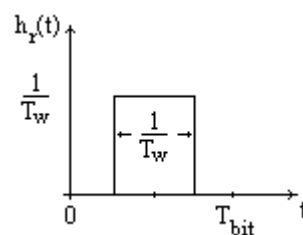


Figura 6.8 - Resposta impulsional do receptor *integrate and dump* com janela reduzida.

Considerando a resposta impulsional do filtro apresentada na figura 6.8, o ruído óptico apenas na polarização do sinal e desprezando o ruído quântico, a partir das expressões (6.31) e (6.32), obtemos as seguintes funções característica para a variável decisória, no final da janela de integração

$$M_{X_0, ID_{T_w}}(i\omega) = \frac{1}{\left[1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_0 \cdot \rho \cdot q}{T_w}\right]^{B_{opt} \cdot T_w}} \quad (6.73)$$

e

$$M_{X_1, ID_{T_w}}(i\omega) = \frac{\exp\left\{\frac{i \cdot \omega \cdot \rho \cdot q}{1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_0 \cdot \rho \cdot q}{T_w}} \cdot \frac{1}{T_w} \int_{\frac{T_{bit}-T_w}{2}}^{\frac{T_{bit}+T_w}{2}} h_p(\tau) d\tau\right\}}{\left[1 - \frac{i \cdot \omega \cdot N_0 \cdot \rho \cdot q}{T_w}\right]^{B_{opt} \cdot T_w}} \quad (6.74)$$

respectivamente para a ausência e presença de um impulso.

Seguindo um procedimento análogo ao apresentado na secção 6.3.1, obtemos as probabilidades de erro associadas a cada um dos símbolos lógicos através das expressões (6.49) e (6.50), substituindo  $T_{bit}$  por  $T_w$  e considerando  $I_0$  e  $I_1$  dados por

$$I_0 = \rho \cdot q \cdot N_0 \cdot B_{opt} \quad (6.75)$$

e

$$I_1 = \rho \cdot q \cdot \frac{1}{T_w} \cdot Q \cdot \int_{\frac{T_{bit}-T_w}{2}}^{\frac{T_{bit}+T_w}{2}} P_0 \cdot \text{sech}^2\left(\frac{t - T_{bit}/2}{T_0}\right) dt \quad (6.76)$$

Conforme podemos constatar na expressão (6.75) a potência média do ruído, na ausência de sinal, não depende da janela de integração, sendo assim a variação da relação SNR é apenas dependentes da potência média do sinal, calculada na janela de integração, expressão (6.76).

Deste modo, analisar a dependência da relação SNR com a janela de integração é equivalente a analisar a variação da potência média do sinal em função da janela de integração. A expressão (6.76), pode ser escrita em função da largura da janela de integração  $T_w$ , calculando o integral da potência do solitão óptico em torno do centro do solitão, obtendo-se, ver apêndice E,

$$I_1(T_w) = \rho \cdot q \cdot Q \cdot 2 \cdot P_0 \cdot \frac{T_0}{T_w} \cdot \frac{1 - e^{-T_w/T_0}}{1 + e^{-T_w/T_0}} \quad (6.77)$$

que quando  $T_w \gg T_0$  pode ser aproximado por

$$I_1 = \rho \cdot q \cdot Q \cdot 2 \cdot P_0 \cdot \frac{T_0}{T_w} \quad (6.78)$$

e quando  $T_w \rightarrow 0$  temos

$$I_1 = \rho \cdot q \cdot Q \cdot P_0 \quad (6.79)$$

Na figura 6.9 mostramos a potência média normalizada correspondente ao símbolo lógico "1" em função da largura da janela de integração. Se tivermos em conta que a relação sinal-ruído é dada por  $I_1/I_0$  e atendendo a que  $I_0$  não varia com a janela de integração, temos que a figura 6.9 nos dá também a variação da relação SNR com a largura normalizada da janela de integração.

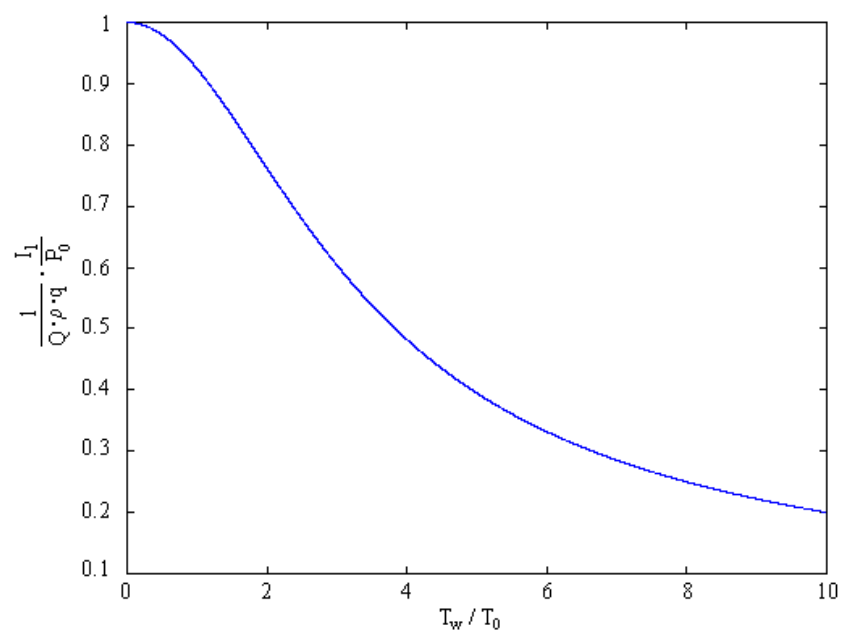


Figura 6.9 - Potência média normalizada correspondente ao símbolo lógico "1" em função da largura normalizada da janela de integração

Podemos verificar na figura 6.9, que a relação SNR diminui com o aumento da janela de integração, sendo máxima quando o receptor não efectua qualquer integração, ou seja quando a resposta impulsional do receptor é dada por  $h_r(t) = \delta(t - T_{bit}/2)$ .



Na figura 6.10 mostramos o desempenho do sistema considerado na figura 6.7, a operar a 2.5 Gbit/s, para várias janelas de integração, considerando uma separação entre amplificadores de 30 km.

Conforme podemos verificar, o desempenho do sistema não melhora com a diminuição da janela de integração, ou seja com o aumento da relação SNR. Notemos que a relação SNR no caso da figura 6.10 é máxima para a janela de integração correspondente a 1% do período do bit, conforme se pode constatar pela figura 6.9, e no entanto o sistema apresenta o pior desempenho precisamente para esta janela de integração. Este não é um resultado obvio, no entanto a explicação para este facto pode ser encontrada nas expressões (6.43) e (6.45). Estas expressões dão nos a variância do sinal à entrada do circuito de decisão, para cada um dos símbolos lógicos, que como podemos observar vai aumentar inversamente com  $M$ , que é dado pelo produto da largura de banda óptica pela janela de integração, ou seja  $M = B_{opt} \cdot T_w$ .

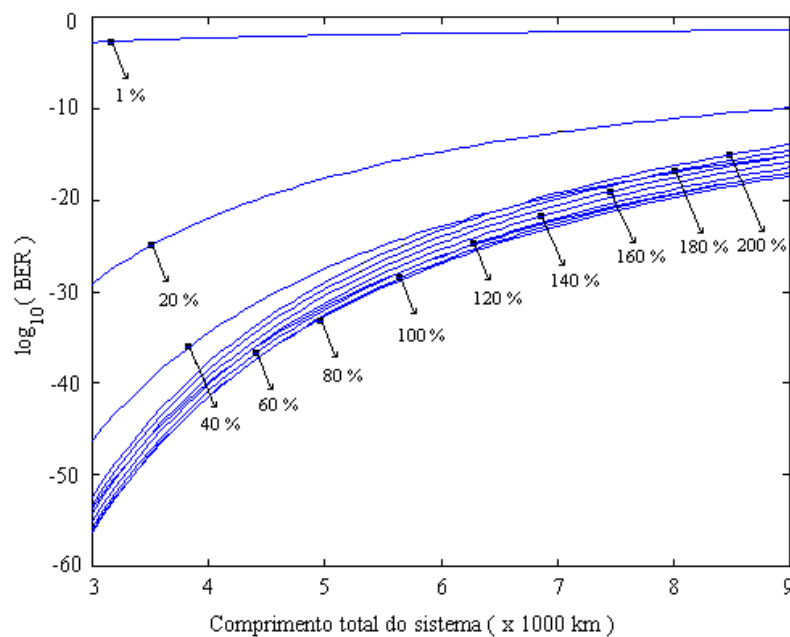


Figura 6.10 - Desempenho do sistema em função do comprimento total para vários valores da largura da janela de integração dados em percentagem do período do bit. Considerou-se uma largura do solitão de 80 ps e um período do bit de 400 ps. Para uma janela de integração igual ao período do bit temos  $M=8$ .

Resumindo, ao diminuirmos a janela de integração afastamos os níveis médios do sinal associados a cada símbolo lógico, conforme pode ser visto na figura 6.9, logo aumentamos a relação SNR, mas por outro lado aumentamos a incerteza, medida pela variância da variável decisória à entrada do circuito de decisão. Notemos ainda que a partir de um dado valor não compensa aumentar a janela de integração, pois a diminuição da incerteza não é compensada pela diminuição da distancia entre os níveis médios do sinal associados a cada símbolo lógico.

Outra forma de analisar o desempenho do sistema em função da janela de integração é calcular o valor de  $k$ , dado pela expressão (6.63), para vários valores da janela de integração. O valor da janela de integração associado ao valor máximo de  $k$  corresponde à janela de integração óptima.

Analisando a figura 6.11 somos levados a concluir que a janela de integração óptima assume um valor de cerca de 5 vezes  $T_b$ . Se tivermos em conta, que quando estudámos o problema da interacção entre solitões referimos o valor de  $1/5$  do período do bit, para a largura do solitão, como forma de garantir uma interacção entre solitões reduzida, temos que simultaneamente ao garantirmos uma interacção entre solitões reduzida maximizamos o desempenho do sistema relativamente ao ruído de emissão espontânea.

Embora obtidos por vias diferentes estes resultados estão relacionados entre si, dado que se por um lado para o desempenho óptimo devemos integrar quase toda a potência do impulso, por outro lado para que a interacção seja fraca quase toda a energia do impulso deve estar concentrada no período do bit. Fazendo coincidir a janela de integração com o período do bit ambas as condições nos conduzem ao mesmo resultado.

Notemos ainda que se calcularmos a percentagem da energia do solitão que está contida numa janela, centrada com o impulso, com uma largura de 5 vezes a largura do solitão, chegamos ao valor de 99% da energia do solitão, ver apêndice E, ou seja, numa janela com largura de 5 vezes a largura do solitão está concentrada quase toda a energia do solitão.

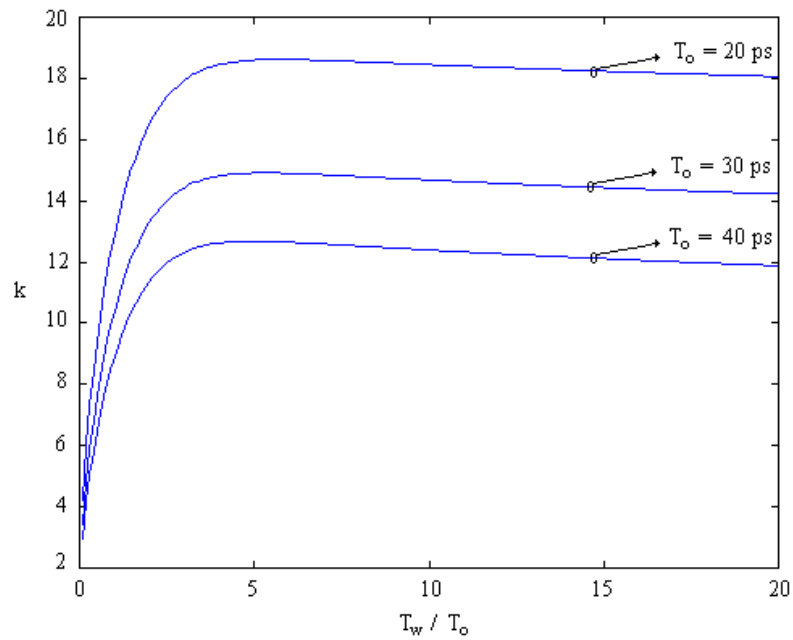


Figura 6.11 - Parâmetro  $k$  para diferentes larguras do solitão e em função da razão entre a largura da janela de integração e a largura do solitão.

Uma outra questão que é interessante analisar é o impacto da largura de banda do filtro óptico. Tendo em atenção a expressão (6.64) somos levados a concluir que, quando a relação SNR é elevada, o desempenho do sistema é pouco sensível à largura de banda do filtro óptico.

Novamente devemos notar, que a relação SNR aumenta bastante com a diminuição da largura de banda do filtro óptico, mas que isso não se traduz necessariamente numa melhoria considerável do desempenho do sistema. Na figura 6.12 considerámos novamente o sistema da figura 6.10, com uma janela de integração coincidente com o período do bit e para dois filtros ópticos, com larguras de banda de 0.16 nm e 0.20 nm.

Conforme podemos constatar na figura 6.12, o ganho, em termos de desempenho, obtido com a diminuição da largura de banda óptica do sistema é reduzido e tende para zero com o aumento da relação SNR. Notemos que as curvas de desempenho convergem para elevados valores da relação SNR.

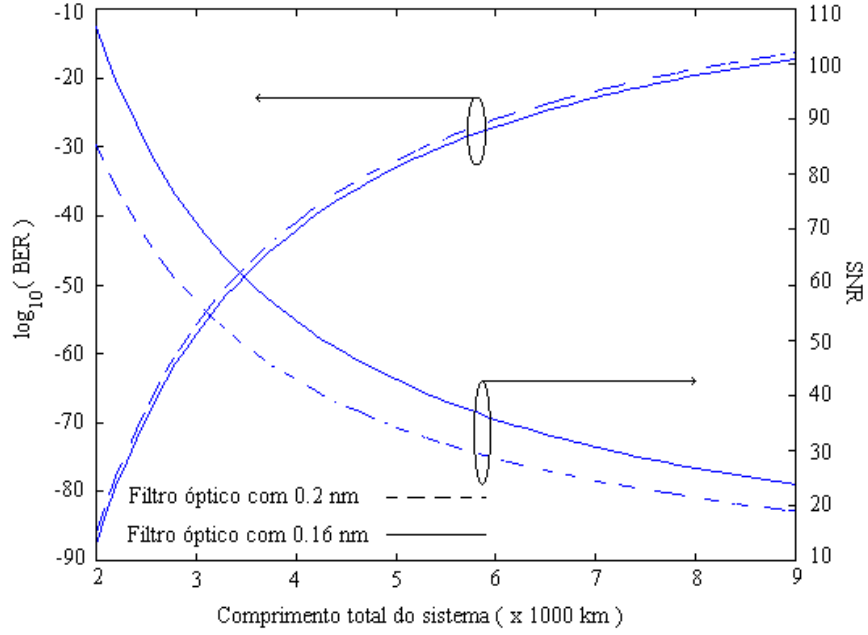


Figura 6.12 - Desempenho do sistema para dois filtros ópticos do receptor, um com largura de banda de 0.2 nm e outro com 0.16 nm.

Conforme vimos anteriormente o desempenho do sistema não é directamente proporcional à relação SNR. De facto, se tivermos em conta a aproximação gaussiana e o valor obtida para  $k$ , para valores da  $SNR \gg 1$ , ou seja  $k \approx \sqrt{\frac{SNR \cdot M}{2}} = \sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}}$ , temos que o parâmetro relevante para o desempenho do sistema, considerando o filtro *integrate and dump*, é o produto da relação SNR por  $M$ , que passaremos a designar por SNRM e que podemos escrever da forma seguinte

$$SNRM = SNR \cdot M = 2 \cdot k^2 = \frac{I_1}{I_0} \cdot B_{opt} \cdot T_w \quad (6.80)$$

aproximando a largura de banda a meia altura do filtro eléctrico *integrate and dump* por  $B_{ele} \approx 1 / (2 \cdot T_w)$ , podemos escrever a relação SNRM como sendo

$$SNRM = \frac{I_1}{\rho \cdot q \cdot N_0 \cdot B_{opt}} \cdot B_{opt} \cdot T_w = \frac{I_1}{\rho \cdot q \cdot N_0 \cdot 2 \cdot B_{ele}} \quad (6.81)$$

ou seja, a relação SNRM pode ser vista como a razão entre a potência do sinal e do ruído, estando o ruído limitado por duas vezes a largura de banda do filtro eléctrico. Ou seja, pode ser vista como a relação sinal ruído no domínio eléctrico. Verificamos assim que a

largura de banda relevante, do ponto de vista de desempenho, será imposta pelo filtro eléctrico do receptor e não pelo filtro óptico, desde que a largura de banda óptica seja muito superior à largura de banda eléctrica e a aproximação gaussiana seja válida, ou seja que o batimento ruído - ruído não seja dominante.

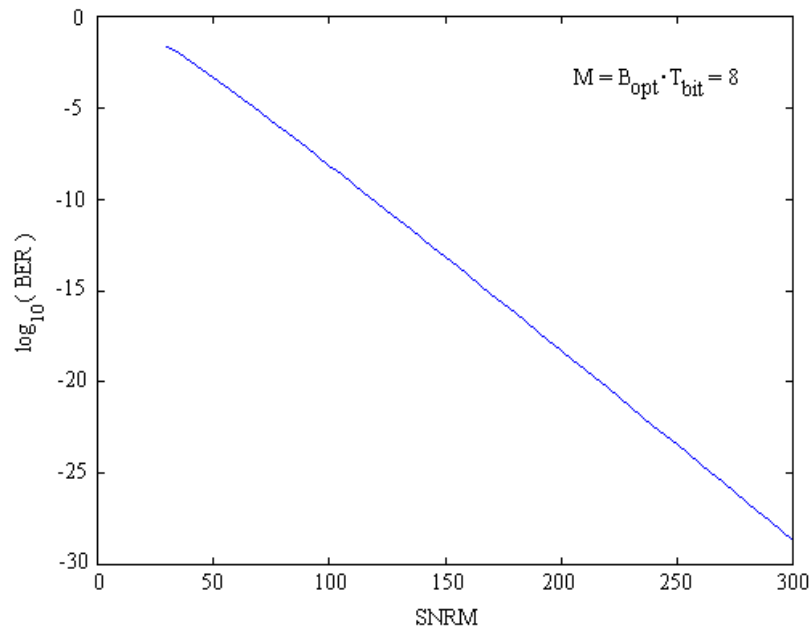


Figura 6.13 - Desempenho do sistema em função da relação SNRM.

Na figura 6.13 calculámos o desempenho do sistema apresentado na figura 6.6, para um espaçamento de 30 km entre amplificadores, em função da relação SNRM. Conforme podemos contactar, o desempenho do sistema melhora consideravelmente com o aumento da relação SNRM.

## 6.5 - Outro tipo de filtros

Nesta secção pretendemos analisar o desempenho de sistemas de comunicação baseados em solitões, considerando outros filtros, para além do *integrate and dump* analisado nas secções 6.3 e 6.4.

Vamos começar por determinar o desempenho óptimo do receptor, para um dado nível de sinal e ruído. Iremos discutir o problema do processamento óptimo, ou seja iremos procurar determinar o filtro que nos permite obter o desempenho óptimo. Posteriormente usaremos o desempenho óptimo como referência para analisar o desempenho obtido com os filtros *integrate and dump*, ideal, gaussiano e RC.

### 6.5.1 - Desempenho óptimo

Conforme referimos na secção 6.2, ver expressões (6.3) a (6.7), para um sistema com símbolos equiprováveis, o BER será mínimo para um dado processamento do receptor, se na região de decisão correspondente ao símbolo "1" se verificar

$$W_{X_1}(x) > W_{X_0}(x) \quad (6.82)$$

e na região correspondente ao símbolo "0" se verificar

$$W_{X_1}(x) < W_{X_0}(x) \quad (6.83)$$

em que  $W_{X_1}(x)$  e  $W_{X_0}(x)$  são as funções densidade de probabilidade associadas à variável decisória no caso da recepção do "1" e "0" lógico, respectivamente.

A palavra processamento é usada nesta secção em vez de filtragem, para dar uma ideia mais abrangente do papel do receptor. O receptor é entendido nesta secção como um dispositivo que recebe o sinal e o processa de forma a estimar o símbolo lógico transportado pelo sinal.

Vamos pensar num receptor com a configuração do esquema da figura 6.14. Notemos que este receptor é mais geral do que o apresentado na figura 6.1, aqui não é feita qualquer referência à conversão do sinal do domínio óptico para o domínio eléctrico, apenas se diz que o receptor, que designamos por receptor de máxima verosimilhança, vai processar o sinal de forma a estimar o símbolo lógico transportado com a menor probabilidade de erro possível.

Os problemas que vamos abordar nesta secção são, por um lado, determinar qual é a menor probabilidade de erro possível para um dado nível de sinal e ruído, por outro, qual é o processamento que o receptor deve fazer para obter esse desempenho.

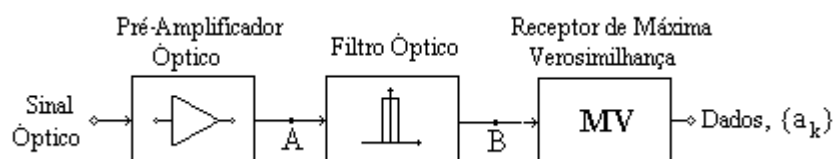


Figura 6.14 - Receptor de máxima verosimilhança

Conforme referimos anteriormente o sinal no ponto B do receptor, numa dada polarização, pode ser representado em série de K-L, no período do bit, por

$$S(t) + N'(t) = \sum_{j=1}^M \left\{ (a_{r,j} + c_{r,j}) + i \cdot (a_{i,j} + c_{i,j}) \right\} \cdot \phi_j(t) \quad , t \in T_{\text{bit}} \quad (6.84)$$

em que  $c_{r,n}$  e  $c_{i,n}$  são os coeficiente da série relativos ao ruído de emissão espontânea amplificado e são variáveis aleatórias independentes com uma distribuição gaussianas com média nula e variância dada por  $N_0/2$ ,  $a_{r,j}$  e  $a_{i,j}$  são os coeficientes da série relativos ao sinal.

Designando o sinal, no ponto B do receptor, por  $X(t)$ , de acordo com (6.84), temos

$$X(t) = S(t) + N'(t) = \sum_{j=1}^M \left( x_{r,j} + i \cdot x_{i,j} \right) \cdot \phi_j(t) \quad , t \in T_{\text{bit}} \quad (6.85)$$

em que  $x_{r,j} = a_{r,j} + c_{r,j}$  e  $x_{i,j} = a_{i,j} + c_{i,j}$ .

De (6.85) podemos concluir que no ponto B do receptor de máxima verosimilhança temos um sinal, donde podemos retirar  $2M$  amostras independentes. Notemos que os coeficientes da série relativamente ao ruído são estatisticamente independentes e são  $2 \cdot M$ , em que  $M = B_{\text{opt}} \cdot T_{\text{bit}}$ . Devemos ter ainda presente que  $2 \cdot M$  é o número máximo de amostras independentes que é possível retirar de um sinal com largura de banda óptica  $B_{\text{opt}}$ , durante o período do bit, e este conjunto de amostras contém toda a informação relativa ao sinal [7], no sentido que é possível recuperar o sinal com base neste conjunto de amostras.

Definindo a variável decisória  $\mathbf{X}_m = (x_1, x_2, \dots, x_{2 \cdot M})$ , num espaço de dimensão  $2 \cdot M$ , com base nas  $2 \cdot M$  amostras independentes que é possível retirar do sinal no período do bit, em que  $m$  assume o valor um ou zero, respectivamente, para o símbolo lógico "1" ou "0". Temos para o símbolo lógico "0"  $\mathbf{X}_0 = (c_{r,1}, c_{r,2}, \dots, c_{r,M}, c_{i,1}, c_{i,2}, \dots, c_{i,M})$  e para o símbolo lógico "1"  $\mathbf{X}_1 = (a_{r,1} + c_{r,1}, a_{r,2} + c_{r,2}, \dots, a_{r,M} + c_{r,M}, a_{i,1} + c_{i,1}, a_{i,2} + c_{i,2}, \dots, a_{i,M} + c_{i,M})$ , atendendo a que para o símbolo lógico "0" os coeficientes  $a_{r,j}$  e  $a_{i,j}$  são nulos.

A função densidade de probabilidade de  $\mathbf{X}_m$ , definida num espaço de dimensão  $2 \cdot M$  será então dada por

$$W_{\mathbf{X}_m}(\mathbf{X}) = \prod_{j=1}^{2M} W_{X_{m,j}}(x_j) \quad (6.86)$$

em que  $W_{X_{m,j}}(x_j)$  é a função densidade de probabilidade associada à amostra de ordem  $j$  quando é enviado o símbolo  $m$ . Atendendo à distribuição gaussiana dos coeficientes  $c_{r,n}$  e  $c_{i,n}$ , as funções densidade de probabilidade associadas a cada uma das amostras e para o símbolo lógico "1" e "0", respectivamente, são dadas por

$$W_{X_{1,j}}(x_j) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot \exp\left(-\frac{(x_j - a_j)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad (6.87)$$

e

$$W_{X_{0,j}}(x_j) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma}} \cdot \exp\left(-\frac{x_j^2}{2 \cdot \sigma^2}\right) \quad (6.88)$$

Devemos ter presente que embora nas expressões (6.87) e (6.88) se omitida os índices  $r$  e  $i$  nos coeficientes  $x_j$  e  $a_j$ , deve ser entendido que  $M$  coeficientes são obtidos da parte real e os restantes da parte imaginária. Notemos porém que os coeficientes  $x_j$  e  $a_j$  são sempre grandezas reais.

Recordemos que neste caso o processamento do receptor é tal que a variável decisória é definida num espaço de dimensão  $2M$  em que todas as componentes de  $\mathbf{X}_m$  são estatisticamente independentes. Para este processamento o BER será mínimo se forem satisfeitas as condições (6.82) e (6.83).

Tendo em consideração a função densidade de probabilidade de  $\mathbf{X}_m$ , expressão (6.86), e substituindo (6.86) em (6.82) obtemos

$$\prod_{j=1}^{2M} W_{X_{1,j}}(x) > \prod_{n=1}^{2M} W_{X_{0,j}}(x) \quad (6.89)$$

Substituindo as expressões (6.87) e (6.88) em (6.89), simplificando e calculando o logaritmo natural de ambos os membros da expressão (6.89) temos que



$$\frac{1}{2 \cdot \sigma^2} \cdot \left[ \sum_{j=1}^{2 \cdot M} x_j^2 - \sum_{j=1}^{2 \cdot M} (x_j - a_j)^2 \right] > 0 \quad (6.90)$$

A expressão (6.90) pode ser simplificada e rescrita na forma seguinte

$$\sum_{j=1}^{2 \cdot M} x_j \cdot a_j > \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2 \cdot M} a_j^2 \quad (6.91)$$

A expressão (6.91) pode ser rescrita, tendo em consideração a expressão (6.17) e (6.85), e a ortonormalidade das funções  $\phi_j(t)$ , ou seja as funções da base ortonormal da expansão em série de K-L, como

$$\int_0^{T_{\text{bit}}} X(t) \cdot S_1^*(t) dt > \frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} |S_1(t)|^2 dt \quad (6.92)$$

Notemos que se em vez da expressão (6.82) tivéssemos partido de (6.83) teríamos chegado a

$$\int_0^{T_{\text{bit}}} X(t) \cdot S_1^*(t) dt < \frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} |S_1(t)|^2 dt \quad (6.93)$$

Atendendo à expressão (6.85), temos que na recepção do símbolo lógico "1"  $X(t)=S_1(t)+N'(t)$ , substituindo  $X(t)$  em (6.92) obtemos

$$\int_0^{T_{\text{bit}}} N'(t) \cdot S_1^*(t) dt > -\frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} |S_1(t)|^2 dt \quad (6.94)$$

Utilizando o desenvolvimento em série de K-L para  $N'(t)$  e  $S_1(t)$  podemos escrever

$$w = \sum_{j=1}^{2 \cdot M} c_j \cdot a_j > -b = -\frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2 \cdot M} a_j^2 \quad (6.95)$$

Da expressão (6.95) podemos concluir que a probabilidade de erro num "1" lógico é igual à probabilidade de, enviado um "1", a variável  $w$  assumir um valor menor do que  $-b$ .

Tendo em atenção que quando é enviado um "0" lógico temos  $x_i=c_j$  donde  $X(t)=N'(t)$ , substituindo  $X(t)$  em (6.93) obtemos

$$\int_0^{T_{\text{bit}}} N'(t) \cdot S_1^*(t) dt < \frac{1}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} |S_1(t)|^2 dt \quad (6.96)$$

Utilizando, novamente, o desenvolvimento em série de K-L para  $N'(t)$  e  $S_1(t)$ , obtemos

$$w = \sum_{j=1}^{2M} c_j \cdot a_j < b = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2M} a_j^2 \quad (6.97)$$

Donde podemos concluir que a probabilidade de erro num "0" lógico é igual à probabilidade de, enviado um "0",  $w$  assumir um valor maior do que  $b$ .

Atendendo à que os coeficientes  $c_j$  têm uma distribuição gaussiana com média nula e variância  $N_0/2$ , ver expressão (6.15),  $w$  é a soma pesada de  $2M$  variáveis gaussianas independentes, ver expressões (6.95) e (6.97), logo  $w$  têm também uma distribuição gaussiana, cuja esperança é dada por

$$E[w] = \sum_{j=1}^{2M} E[c_j] \cdot a_j = 0 \quad (6.98)$$

pois os coeficientes  $c_j$  têm esperança nula. A variância de  $w$  pode ser calculada da forma seguinte, atendendo a (6.98),

$$\begin{aligned} \sigma_w^2 &= E[(w - E[w])^2] = E[w^2] = E\left\{ \sum_{j=1}^{2M} (c_j \cdot a_j) \cdot \sum_{k=1}^{2M} (c_k \cdot a_k) \right\} \\ &= \sum_{j=1}^{2M} \sum_{k=1}^{2M} (E[c_j \cdot c_k] \cdot a_j \cdot a_k) \end{aligned} \quad (6.99)$$

Tendo em consideração que os coeficientes  $c_j$  são estatisticamente independentes, a esperança dos termos cruzados  $E[c_j \cdot c_k]$  com  $j \neq k$  é nula. Atendendo por outro lado à expressão (6.15), podemos rescrever (6.99) da forma seguinte

$$\sigma_w^2 = \frac{N_0}{2} \cdot \sum_{j=1}^{2 \cdot M} a_j^2 = \frac{N_0}{2} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}} S_1^2(t) dt \quad (6.100)$$

A função densidade de probabilidade da variável decisória  $w$  assume então a seguinte forma

$$f_w(w) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_w^2}} \cdot \exp\left(-\frac{w^2}{2 \cdot \sigma_w^2}\right) \quad (6.101)$$

Atendendo às expressões (6.95) e (6.97), assumindo que os símbolos são equiprovaveis, e tendo em conta (6.101) obtemos

$$\begin{aligned} \text{BER} &= \frac{1}{2} \cdot P(w > b) + \frac{1}{2} \cdot P(w < -b) \\ &= \int_{-\infty}^{-b} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_w^2}} \cdot \exp\left(-\frac{w^2}{2 \cdot \sigma_w^2}\right) dw \\ &= \int_{-\infty}^{-b/(\sqrt{2} \cdot \sigma_w)} \frac{1}{\sqrt{\pi}} \cdot \exp(-x^2) dx = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\frac{b}{\sqrt{2} \cdot \sigma_w}\right) \end{aligned} \quad (6.102)$$

Tendo em considera o a defini o de  $b$  e  $\sigma_w$ , ver expressões (6.97) e (6.100), temos finalmente

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot \text{erfc}\left(\frac{1}{2} \sqrt{\frac{E_p}{N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_0}}\right) \quad (6.103)$$

Sobre o resultado obtido na expressão (6.103), convém ter em considera o que na estrutura do receptor não foi incluído nenhum fotodetector, ver figura 6.14. Estamos então perante um receptor, em princípio, totalmente óptico, que deverá executar a opera o expressa por (6.92) e (6.93), tal não   fácil de implementar na prática. Porém este resultado permite-nos definir o desempenho óptimo, ou seja qualquer receptor prático terá um desempenho pior ou igual ao resultado obtido na expressão (6.103). O filtro do receptor que nos permite obter o desempenho óptimo é usualmente designado por filtro adaptado.

### 6.5.2 - Comparação com receptores práticos

Nesta secção vamos comparar o desempenho do receptor óptimo com o desempenho conseguido com receptores práticos, em que se faz uma conversão optoelectrónica e se processa o sinal no domínio eléctrico.

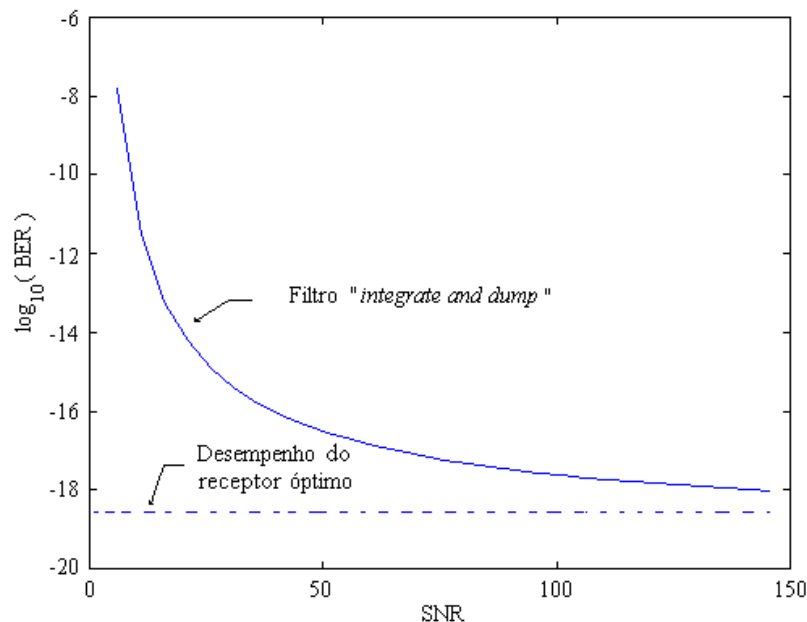


Figura 6.15 - Desempenho do sistema com o filtro *integrate and dump* comparativamente ao desempenho óptimo em função da relação SNR.

Atendendo às expressões (6.64) e (6.103) podemos concluir que o receptor com o filtro *integrate and dump* na situação limite da relação  $\text{SNR} \rightarrow +\infty$ , tem um desempenho óptimo. Na figura 6.15, consideramos o mesmo sistema considerado na figura 6.6, com um espaçamento entre amplificadores de 30 km, e mostramos o desempenho obtido com o filtro *integrate and dump* e o desempenho óptimo em função da relação SNR. Pela análise da figura podemos comprovar o facto, já anteriormente referido, que o desempenho do filtro *integrate and dump* tende para o desempenho óptimo com o aumento da relação SNR.

Na figura 6.16, voltamos a considerar o sistema considerado na figura 6.6, e comparamos o desempenho do receptor óptimo com o desempenho obtido com o filtro *integrate and dump*, em função da largura temporal dos solitões. Conforme podemos constatar, para os valores usuais da relação SNR, o desempenho óptimo do sistema

considerado é substancialmente melhor que o desempenho obtido com o filtro *integrate and dump*.

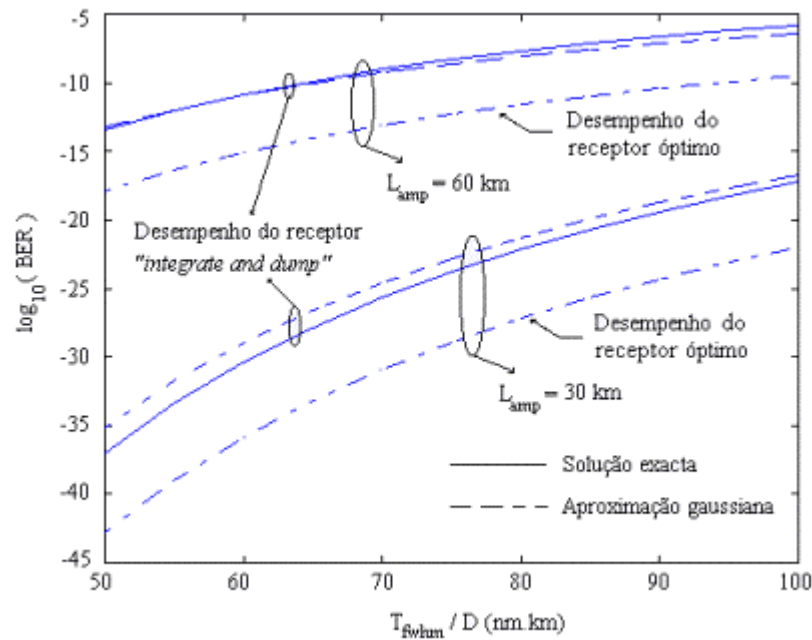


Figura 6.16 - Desempenho do filtro *integrate and dump* e desempenho ótimo em função da largura a meia altura dos impulsos em potência, para dois valores da separação entre amplificadores ópticos.

Pela análise da figura 6.16, somos levados a concluir, que o desempenho obtido com o filtro adaptado pode ser sempre obtido com o filtro *integrate and dump* diminuindo a largura dos solitões. Porém, conforme vimos no capítulo 5 e voltaremos a discutir no capítulo 7, quanto mais estreitos forem os solitões mais crítico será o *jitter* temporal, ou seja embora analisando apenas o ruído de emissão espontânea seja sempre possível com o filtro *integrate and dump* igualar o desempenho do filtro adaptado, o desempenho total, considerando o ruído e o *jitter*, será em princípio superior para o filtro adaptado.

Vamos agora analisar o desempenho do sistema para outros filtros do receptor. Tal corresponde a considerar diversas respostas impulsiais  $h(t)$ , nas funções geradoras de momentos dadas pelas expressões (6.31) e (6.32).

Para compararmos o desempenho do sistema com diversos filtros do receptor, vamos normalizar as diferentes respostas impulsiais de modo ao integral de  $-\infty$  a  $+\infty$  destas respostas ser sempre igual a um. Notemos que embora conveniente esta

normalização não é imprescindível, pois o desempenho do sistema depende apenas da forma da resposta impulsional do filtro do receptor e não de qualquer factor multiplicativo.

Notemos que um factor multiplicativo afecta o sinal e o ruído, não introduzindo qualquer vantagem do ponto de vista do desempenho, relativamente ao ruído de emissão espontânea.

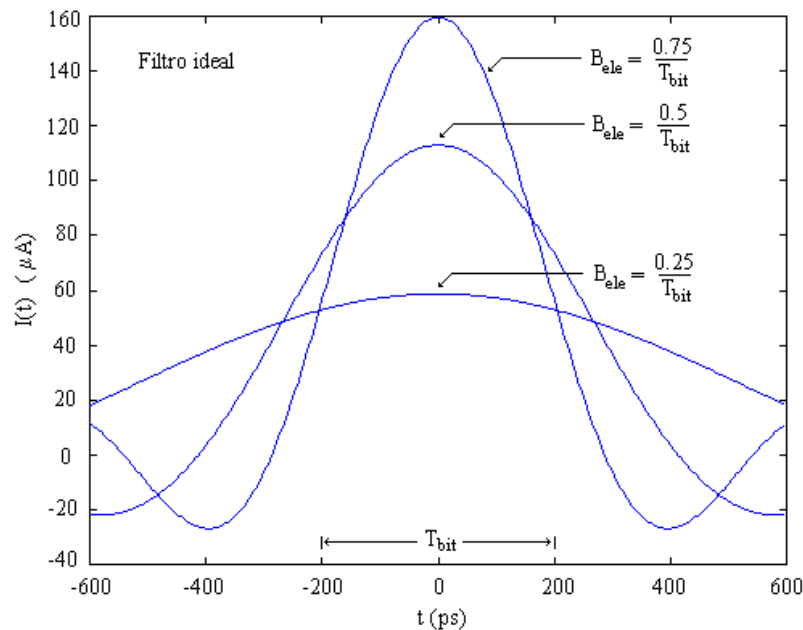


Figura 6.17 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro ideal para diversas larguras de banda do filtro.

Vamos começar por considerar o filtro ideal, cuja resposta impulsional é dada por

$$h_r(t) = 2 \cdot B_{ele} \cdot \text{sinc}(2 \cdot B_{ele} \cdot t) \quad (6.104)$$

e cuja largura de banda eléctrica é  $B_{ele}$ . Na figura 6.17 podemos observar o sinal eléctrico depois do filtro ideal resultante da detecção de um solitão com uma largura temporal de 80 ps, para diversas larguras de banda do filtro.

Vamos também considerar o filtro gaussiano, cuja resposta impulsional é dada por

$$h_r(t) = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{\ln(2)}} \cdot B_{ele} \cdot \exp\left(-\frac{2 \cdot \pi^2 \cdot B_{ele}^2}{\ln(2)} \cdot t^2\right) \quad (6.105)$$

e cuja largura de banda eléctrica é  $B_{ele}$ . Na figura 6.18 podemos observar o sinal eléctrico depois do filtro gaussiano resultante da detecção de um solitão com uma largura temporal de 80 ps, para diversas larguras de banda do filtro.

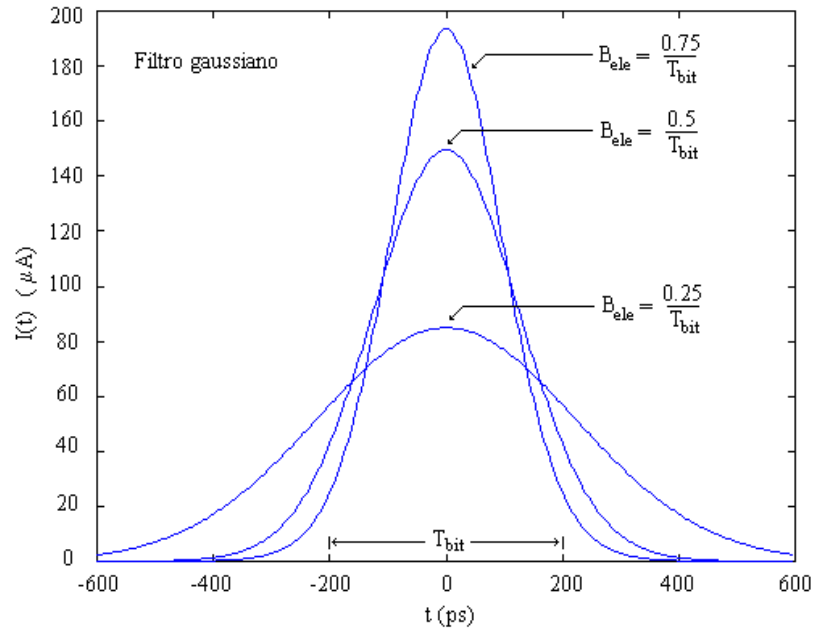


Figura 6.18 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro gaussiano para diversas larguras de banda do filtro.

Finalmente vamos considerar o filtro RC, cuja resposta impulsional é dada por:

$$\begin{aligned} h_r(t) &= 2 \cdot \pi \cdot B_{ele} \cdot \exp(-2 \cdot \pi \cdot B_{ele} \cdot t) & \text{para } t \geq 0 \\ h_r(t) &= 0 & \text{para } t < 0 \end{aligned} \quad (6.106)$$

sendo  $B_{ele}$  a largura de banda eléctrica. Na figura 6.19 podemos observar o sinal eléctrico depois do filtro RC resultante da detecção de um solitão com largura temporal de 80 ps, para diversas larguras de banda do filtro.

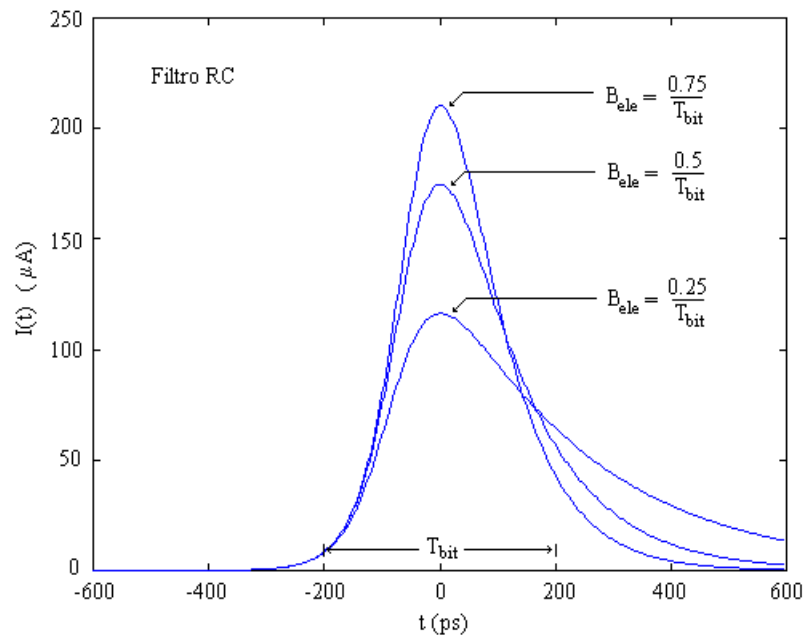


Fig. 6.19 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro RC para diversas larguras de banda do filtro.

Na figura 6.20 podemos observar o sinal eléctrico depois do filtro *integrate and dump* resultante da detecção do mesmo solitão, para diversas larguras de banda do filtro. Notemos que a resposta impulsional do filtro *integrate and dump* pode ser escrita da forma seguinte

$$h_r(t) = 2 \cdot B_{\text{ele}} \cdot \text{rect}\left(2 \cdot B_{\text{ele}} \cdot \left(t - \frac{T_{\text{bit}}}{2}\right)\right) \quad (6.107)$$

Um aspecto interessante a considerar nas figuras 6.17 a 6.20 é a parte superior dos impulsos à saída do filtro. Quanto mais plana for a parte superior dos impulsos menos sensível será o receptor ao *jitter* temporal, notemos que do ponto de vista de um diagrama de olho isto significa uma maior abertura horizontal do olho.

Outro aspecto importante são as caudas das respostas dos diferentes filtros, que irão originar uma degradação do desempenho do sistema devido à interferência entre símbolos.

Notemos que, se no instante de decisão de um dado impulso o valor do sinal, originado pelas caudas dos impulsos vizinhos, não for nulo, o valor da variável decisória associada á detecção desse impulso será dependente dos impulsos vizinhos.



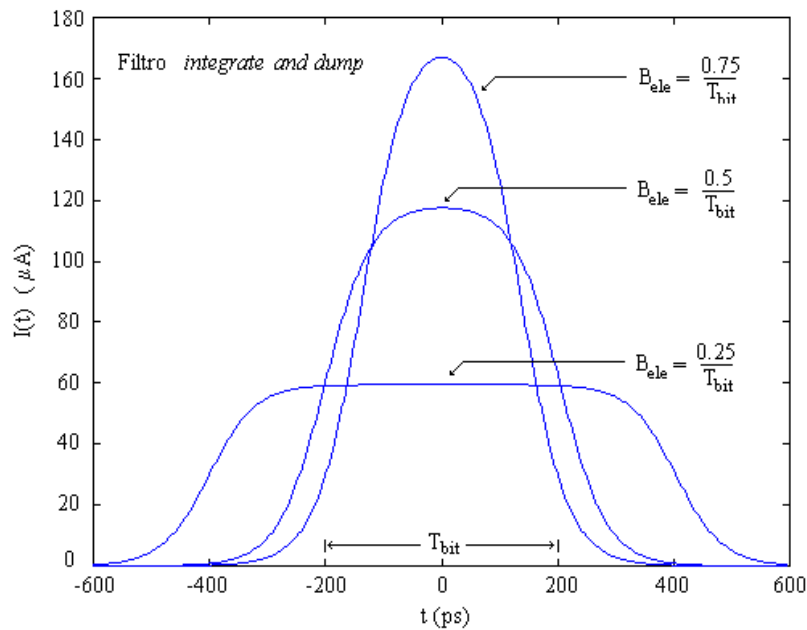


Figura 6.20 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro *integrate and dump* para diversas larguras de banda do filtro.

Comparando os diversos filtros, considerando uma largura de banda de  $0.75/T_{bit}$ , somos levados a concluir que o filtro ideal, ver figura 6.17, produz uma interferência entre símbolos considerável, vejamos o valor da cauda da resposta do filtro nos instantes  $t = -400$  ps e  $t = 400$  ps, ao contrário do filtro gaussiano, RC e *integrate and dump*, ver figuras 6.18, 6.19 e 6.20, que originam um nível de interferência entre símbolos reduzido, pois o valor da cauda da resposta do filtro é reduzido nos instantes de decisão correspondentes aos impulsos vizinhos. No capítulo 7 voltaremos a este assunto, e iremos fazer uma análise quantitativa detalhada do efeito do *jitter* temporal e da interferência entre símbolos.

Para calcularmos o desempenho do sistema para diversos filtros do receptor temos que, de acordo com a expressão (6.1), calcular as funções densidade de probabilidade associadas a cada um dos símbolos. O calculo das funções densidade de probabilidade a partir das funções geradoras de momentos não é usualmente uma tarefa simples. A tentativa de obter analiticamente as funções densidade de probabilidade, envolve a necessidade de proceder à integração de funções não triviais. Esta tarefa foi possível no caso do filtro *integrate and dump*, secção (6.3) e (6.4), porém tal não é usualmente factível para outro tipo de respostas impulsivas. A tentativa de obter numericamente as funções densidade de probabilidade, com o recurso a algoritmos numéricos para o calculo da transformada

inversa de Fourier, não é normalmente viável, devido à precisão numérica exigida no cálculo dos integrais relativos à determinação do BER. Sendo assim a alternativa é calcular os diversos momentos da variável decisória, a partir das funções geradoras de momentos, e obter então uma estimativa para a probabilidade de erro associado a cada símbolo. Existem várias técnicas para obter esta estimativa a partir dos momentos da variável decisória, a mais conhecida é a aproximação gaussiana.

Atendendo aos bons resultados, que obtivemos anteriormente com a aproximação gaussiana e para efeitos de comparação do desempenho dos diversos filtros iremos usar esta aproximação. Temos por isso necessidade de calcular, a partir das funções geradoras de momentos, os dois primeiros momentos da variável decisória, associada a cada um dos símbolos. Tendo em consideração as funções geradoras de momentos, expressões (6.31) e (6.32), desprezando o ruído quântico e após alguma manipulação algébrica obtém-se

$$m_0 = \left. \frac{\partial M_{X_0}(s, t)}{\partial s} \right|_{s=0} = \rho \cdot q \cdot N_0 \cdot B_{\text{opt}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t - \tau) d\tau \quad (6.108)$$

$$\sigma_0^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{X_0}(s, t)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_0^2(t) = \rho^2 \cdot q^2 \cdot N_0^2 \cdot B_{\text{opt}}^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r^2(t - \tau) d\tau \quad (6.109)$$

$$\begin{aligned} m_1(t) = \left. \frac{\partial M_{X_1}(s, t)}{\partial s} \right|_{s=0} &= \rho \cdot q \cdot N_0 \cdot B_{\text{opt}} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t - \tau) d\tau \\ &+ \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r(t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (6.110)$$

e

$$\begin{aligned} \sigma_1^2(t) = \left. \frac{\partial^2 M_{X_1}(s, t)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_1^2(t) &= \rho^2 \cdot q^2 \cdot N_0^2 \cdot B_{\text{opt}}^2 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r^2(t - \tau) d\tau \\ &+ 2 \cdot \rho^2 \cdot q^2 \cdot N_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r^2(t - \tau) d\tau \end{aligned} \quad (6.111)$$

De acordo com os resultados obtidos na secção 6.3.1, quando discutimos a aproximação gaussiana, o desempenho do sistema será dado por

$$\text{BER} = Q(k) \quad (6.112)$$

sendo  $k = (m_1 - m_0) / (\sigma_1 + \sigma_0)$ .

Conforme podemos notar nas expressões (6.110) a (6.111), quer a média quer a variância da variável decisória associada ao símbolo lógico "1" são função do tempo, ou seja podemos calcular o desempenho do sistema para vários instantes de tempo, obviamente o instante de decisão escolhido corresponde ao BER mínimo. Notemos que a média e a variância associadas ao símbolo lógico "0" são independentes do instante de tempo, tal pode ser facilmente comprovado fazendo a transformação  $y = \tau - t$ , nas expressões (6.108) e (6.109).

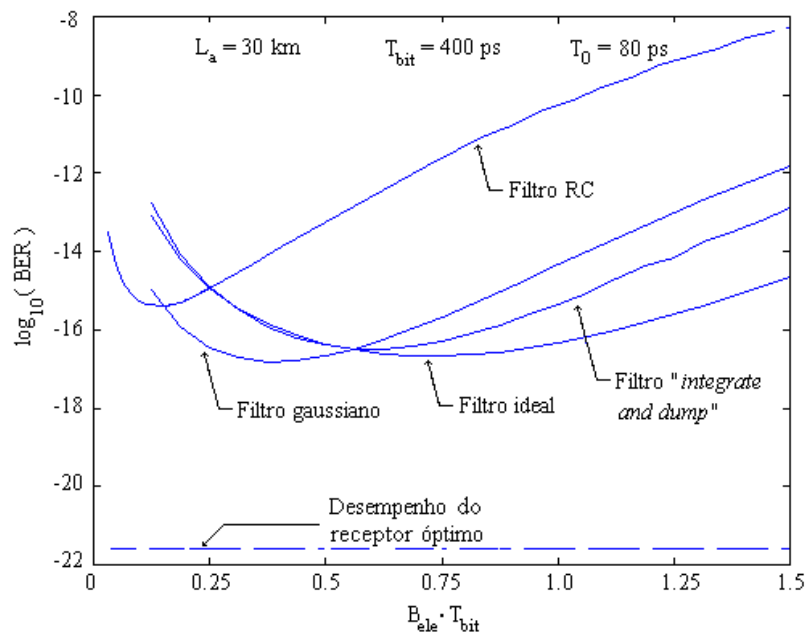


Figura 6.21 - Desempenho do sistema, em função do produto da largura de banda do filtro do receptor pelo período do bit, para diversos filtros e para um espaçamento entre amplificadores de 30 km.

Na figura 6.21, podemos observar o desempenho do sistema considerado na figura 6.16, em função do produto da largura de banda do filtro eléctrico do receptor pelo período do bit.

Conforme podemos observar, para uma largura dos solitões correspondente a 1/5 do período do bit, o filtro ideal apresenta o melhor desempenho para uma largura de banda próxima de 0.75 vezes o ritmo de transmissão, por seu lado o filtro gaussiano apresenta o

melhor desempenho para uma largura de banda próxima de 0.35 vezes o ritmo de transmissão. O filtro *integrate and dump* apresenta o melhor desempenho para uma largura de banda de aproximadamente 0.5 vezes o ritmo de transmissão, ou seja para uma janela de integração igual ao período do bit. Quanto ao filtro RC o melhor desempenho é obtido para uma largura de banda de aproximadamente 0.15 vezes o ritmo de transmissão. Na figura 6.21, podemos ainda observar o desempenho óptimo.

Conforme podemos observar na figura 6.21 o desempenho do receptor óptimo é bastante melhor que o desempenho obtido por qualquer um dos outros filtros.

Uma questão interessante é discutir qual será a resposta impulsional do filtro adaptado. No caso de um receptor a operar no domínio óptico a questão reduz-se ao problema da detecção de um sinal digital num canal com ruído branco gaussiano.

O processamento efectuado pelo receptor é definido pelas expressões (6.92) e (6.93). Notemos que o primeiro membro de ambas as expressões pode ser considerado como sendo o integral da convolução do sinal  $X(t)$ , sinal recebido, com a resposta impulsional,  $h_{\text{adt}}(T_{\text{bit}} - t) = S_1^*(t)$ , no instante de tempo  $\tau = T_{\text{bit}}$ . Uma questão curiosa resalta de perceber qual o significado, neste contexto duma resposta impulsional complexa, recordemos que  $S_1(t)$  é uma grandeza complexa que contém informação relativa à amplitude e fase do campo eléctrico. A resposta impulsional complexa coloca apenas em evidência a necessidade de proceder à detecção síncrona. A implementação de detectores síncronos no domínio óptico é bastante difícil, no actual estado da tecnologia óptica, no entanto é uma prática comum em sistemas rádio.

No caso de um receptor a operar no domínio eléctrico, igualando as expressões (6.103) e (6.112), respectivamente expressão para o desempenho óptimo e expressão para o desempenho do receptor a operar no domínio eléctrico, obtemos a equação seguinte, que nos permite determinar a forma do filtro eléctrico capaz de obter o desempenho óptimo. Notemos que igualar as expressões (6.103) e (6.112) corresponde a igualar o argumentos da função  $Q(k)$ , atendendo ao carácter unívoco da função  $Q(k)$ , e  $k$  é dado em função das expressões (6.108) a (6.111) temos então

$$\sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_o}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r(t-\tau) d\tau}{\sqrt{N_o^2 \cdot B_{opt} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r^2(t-\tau) d\tau + 2 \cdot N_o \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r^2(t-\tau) d\tau + N_o^2 \cdot B_{opt} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r^2(t-\tau) d\tau}} \quad (6.113)$$

Notemos que a equação (6.113) tem duas incógnitas, a função  $h(t)$ , que neste caso designaremos como filtro adaptado eléctrico, e o instante de decisão  $t$ , sem perda de generalidade podemos fixar arbitrariamente o instante  $t$  e obter então a resposta impulsional  $h_r(t)$ . Na prática o instante  $t$  está limitado pela impossibilidade de obtermos respostas impulsiais anti-causais.

Um aspecto interessante é que o filtro adaptado óptico é independente do nível de ruído e da largura de banda óptica do sistema, ao contrário, e conforme pode ser observado na expressão (6.113), o filtro adaptado eléctrico é função da forma do impulso detectado e é dependente quer do nível de ruído quer da largura de banda óptica do sistema.

No caso da relação  $SNR \rightarrow +\infty$  o batimento sinal - ruído é dominante, podemos por isso desprezar na expressão (6.113) os termos resultantes do batimento ruído - ruído obtendo-se a seguinte equação

$$\sqrt{\frac{E_p}{2 \cdot N_o}} = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r(t-\tau) d\tau}{\sqrt{2 \cdot N_o \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_p(\tau) \cdot h_r^2(t-\tau) d\tau}} \quad (6.114)$$

Podemos facilmente verificar que a resposta impulsional correspondente ao filtro *integrate and dump*,  $h_r(t) = 1/T_{bit} \cdot \text{rect}((t - T_{bit}/2)/T_{bit})$ , satisfaz a expressão (6.114) para  $t \geq T_{bit}$ , considerando toda a energia do solitão confinada ao período do bit, para isso basta substituir a resposta impulsional do filtro *integrate and dump* em (6.114). Isto confirma o resultado, já anteriormente referido, que na situação limite da relação  $SNR \rightarrow +\infty$ , o filtro adaptado eléctrico é o filtro *integrate and dump*.

## 6.6 - Ruído eléctrico e os campos dispersivos na detecção

Um factor usualmente considerado, na análise de desempenho de sistemas de comunicação ópticos, é o ruído eléctrico do receptor, frequentemente dominado pelo ruído de origem térmica. Do ponto de vista da análise de desempenho esta fonte de ruído pode ser representada por uma variável aleatória com distribuição gaussiana, que é adicionada à variável que representa o sinal no instante de decisão, tendo média nula e sendo a variância dada por

$$\sigma_{th}^2 = N_{th} \cdot B_{ele} \quad (6.115)$$

em que  $B_{ele}$  é a largura de banda eléctrica do receptor e  $N_{th}$  representa a densidade espectral do ruído térmico, cujas unidades são  $A^2/Hz$ , caso a variável decisória esteja associada a um sinal de corrente, ou  $V^2/Hz$ , no caso da variável decisória estar associada a um sinal de tensão. Na primeira situação, ou seja considerando que a decisão é efectuada sobre um sinal de corrente temos [8]

$$N_{th} \approx \frac{4 \cdot k_B \cdot T}{R} \quad (6.116)$$

Quando a decisão é feita sobre um sinal de tensão temos

$$N_{th} \approx 4 \cdot k_B \cdot T \cdot R \quad (6.117)$$

em que  $R$  é a resistência de entrada do circuito eléctrico a jusante do fotodetector,  $k_B$  é a constante de Boltzmann, ou seja  $1.3807 \times 10^{-23}$  J/K e  $T$  é a temperatura de operação em graus Kelvin.

Tendo em consideração a independência estatística entre o ruído térmico do receptor e o sinal eléctrico, resultante da detecção do sinal óptico, a função geradora de momentos da variável decisória pode ser escrita na forma seguinte [1]

$$M_Y(s) = M_X(s) \cdot M_{th}(s) \quad (6.118)$$

onde  $M_X(s)$  é a função geradora de momentos da variável resultante da detecção do sinal óptico e é dada pela expressão (6.31) ou (6.32), respectivamente para a detecção de um

"1" ou "0" lógico, e  $M_{th}(s)$    a função geradora de momentos da variável resultante do ruído térmico dada por

$$M_{th}(s) = \exp\left\{\frac{\sigma_{th}^2 \cdot s^2}{2}\right\} \quad (6.119)$$

Para além do ruído térmico do receptor, os campos dispersivos, originados durante a propagação dos impulsos do tipo solitão, podem provocar uma degradação considerável no desempenho de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões. Do ponto de vista do receptor, os campos dispersivos podem ser considerados como sendo um patamar de potência óptica, presente quer na presença quer na ausência de um impulso, ou seja o sinal de potência óptica depois do pré-amplificador óptico do receptor pode ser representado como

$$h_p(t) = m \cdot P_p \cdot \text{sech}^2\left(\frac{t}{T_0}\right) + P_{disp} \quad (6.120)$$

em que  $m$  assume o valor um ou zero, respectivamente, na presença ou ausência de um impulso, e  $P_{disp}$  representa o nível de potência óptica originada pelos campos dispersivos.

Considerando um receptor do tipo *integrate and dump*, e tendo em conta o ruído eléctrico do receptor e os campos dispersivos, a função geradora de momentos da variável decisória, considerando o instante de decisão no final do bit, desprezando o ruído quântico, pode ser escrita da forma seguinte, tendo em consideração as expressões (6.31) e (6.32), (6.118) a (6.120).

$$M_{Y_m}(s) = \left[1 - s \cdot \frac{I_0}{M}\right]^{-M} \cdot \exp\left\{\frac{s \cdot I_{s,m}}{1 - s \cdot \frac{I_0}{M}}\right\} \cdot \exp\left\{\frac{1}{2} \cdot \sigma_{th}^2 \cdot s^2\right\} \quad (6.121)$$

em que  $m$  assume o valor de um na presença de um impulso e  $I_{s,1} = \rho \cdot q \cdot (E_p / T_{bit} + P_{disp})$ . Na ausência de um impulso  $m$  assume o valor zero e  $I_{s,0} = \rho \cdot q \cdot P_{disp}$ , sendo  $I_0 = \rho \cdot q \cdot B_{opt} \cdot N_0$ .

De modo a calcularmos o desempenho do sistema, usando a aproximação gaussiana, temos que calcular, a partir da expressão (6.121), os dois primeiros momentos da variável decisória, quer na presença quer na ausência de um impulso. Após alguma manipulação algébrica obtém-se

$$m_m = \left. \frac{\partial M_{Y_m}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} = I_{s,m} + I_0 \quad (6.122)$$

e

$$\sigma_m^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{Y_m}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_m^2 = \frac{2 \cdot I_{s,m} \cdot I_0}{M} + \frac{I_0^2}{M} + \sigma_{th}^2 \quad (6.123)$$

Considerando um circuito eléctrico com uma resistência de entrada de 50  $\Omega$ , a funcionar a uma temperatura de 300 K, obtemos, a partir da expressão (6.116), uma densidade espectral de ruído de aproximadamente 330 pA<sup>2</sup>/Hz. Notemos que este valor está bastante próximo do valor especificado pela HP para o receptor laboratorial usado na secção 4.8. Considerando o sistema da figura 6.16 a operar a 2.5 Gbit/s, com uma separação entre amplificadores de 30 km, obtivemos os resultados apresentados na figura 6.22 para o desempenho do sistema, com uma largura de banda eléctrica do receptor de 1 / (2 · T<sub>bit</sub>).

Notemos que os resultados apresentados na figura 6.22 foram obtidos com base na aproximação gaussiana e na função geradora de momentos (6.121). Em ambos os resultados consideraram-se nulos os campos dispersivos, a linha a cheio corresponde a considerar a variância do ruído térmico nula, a linha a tracejado corresponde a considerar a variância do ruído térmico dada por (6.115).

Conforme podemos observar na figura 6.22 a degradação do desempenho originada pelo ruído térmico é reduzida para os valores usuais da energia do solitão.



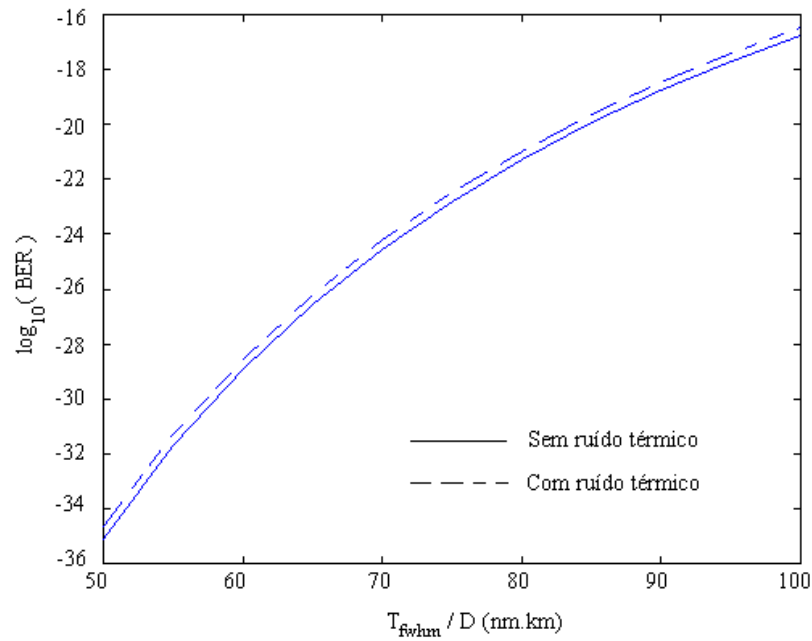


Figura 6.22 - Efeito do ruído térmico no desempenho do sistema, para várias valores da razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência e o valor da dispersão da fibra óptica.

Na figura 6.23 calculamos o desempenho do sistema da figura 6.22, considerando o efeito dos campos dispersivos e desprezando o ruído térmico.

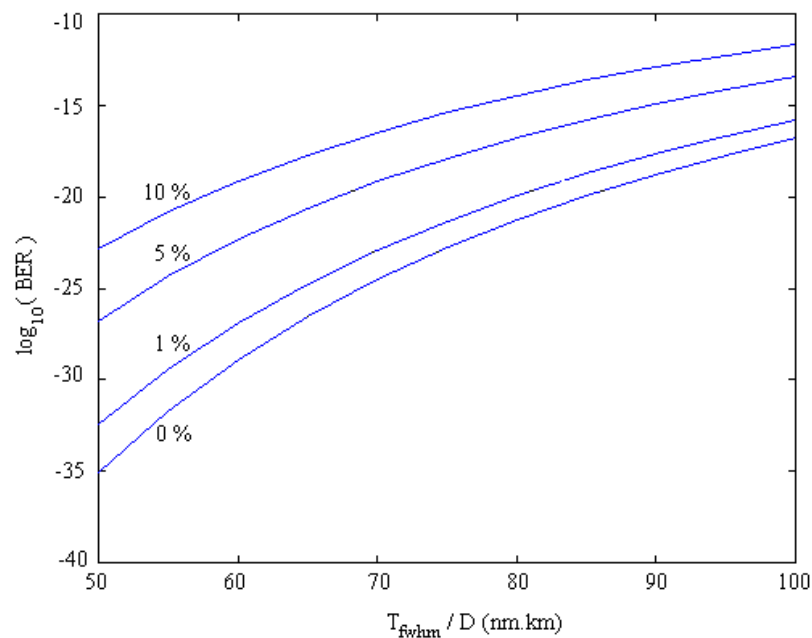


Figura 6.23 - Desempenho do sistema considerando diferentes valores de energia dispersiva e diferentes valores para a razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência e a dispersão da fibra óptica.

Para efeito de análise de desempenho considerámos, na figura 6.23, a energia dos campos dispersivos no período do bit como sendo uma percentagem da energia do impulso. Os resultados correspondem a uma energia dispersiva respectivamente de 0%, ou seja ausência total de campos dispersivos, 1%, 5% e 10% da energia do solitão.

Conforme podemos constatar pela figura 6.23 os campos dispersivos podem ter um papel bastante relevante na degradação do desempenho dos sistemas de comunicação baseados em solitões.

Notemos que estamos a considerar o efeito da energia dispersiva apenas na detecção, no entanto conforme foi referido no capítulo 3, a energia dispersiva vai também perturbar a propagação do solitão, ou seja o seu efeito global, caso não sejam adoptados mecanismos de controlo durante a propagação, poderá ser superior ao observado na figura 6.23.

## 6.7 - Conclusões

Em conclusão podemos afirmar que na optimização de sistemas de comunicação baseados em solitões ópticos relativamente ao ruído, os factores mais relevantes são: a energia do solitão, inversamente proporcional à sua largura, a densidade espectral do ruído de emissão espontânea amplificado, grandemente condicionada pelo espaçamento entre amplificadores, e os campos dispersivos. Notemos ainda que, conforme referimos no capítulo 3, os campos dispersivos são também bastante influenciados pelo espaçamento entre amplificadores. Na análise de desempenho considerámos diversos filtros do receptor práticos, para diversas larguras de banda eléctrica. Verificámos contudo, que o desempenho obtido com este tipo de filtros está ainda consideravelmente distante do desempenho óptimo. Apresentámos a resposta do filtro adaptado, que permite obter o desempenho óptimo, no domínio eléctrico e no domínio óptico. Considerámos igualmente, a degradação do desempenho do sistema devido ao ruído eléctrico do receptor, porém, para os níveis de potência óptica normalmente disponíveis, em sistema de comunicação baseados em solitões, e tendo em consideração as características dos actuais receptores com pré-amplificação óptica, tal revelou-se menos importante do que os efeitos anteriormente mencionados.

## Referências

- [1] L. F. B. Ribeiro, J. R. F. da Rocha e J. L. Pinto, Performance Evaluation of EDFA Preamplified Receivers Taking into Account Intersymbol Interference, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 13, No. 2, pp. 225-232, 1995.
- [2] Dietrich Marcuse, Derivation of Analytical Expressions for the Bit-Error Probability in Lighthwave Systems with Optical Amplifiers, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 8, No. 12, pp. 1816-1823, 1990.
- [3] Dietrich Marcuse, Calculation of Bit-Error Probability for a Lightwave System with Optical Amplifiers and Post-Detection Gaussian Noise, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 9, No. 4, pp. 505-513, 1995.
- [4] Athanasios Papoulis, *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*, 3ª edição, McGraw-Hill, Nova Iorque, EUA, 1991.
- [5] B. Saleh, *Photoelectron Statistics*, Springer-Verlag, Berlim, Alemanha, 1978.
- [6] V. K. Rohatgi, *An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA, 1976.
- [7] Mischa Scharwartz, *Information Transmission Modulation and Noise*, 4ª edição, McGraw-Hill, Nova Iorque, EUA, 1990.
- [8] Peter K. Cheo, *Fiber Optics - Devices and Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, EUA, 1985.



## Capítulo 7

# Desempenho e Optimização na Presença de *Jitter*

### 7.1- Introdução

Neste capítulo iremos estudar o problema da análise de desempenho e optimização de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões, tendo em consideração o *jitter* temporal do sinal recebido e a interferência entre símbolos, resultante do processamento ao nível do receptor.

Grande parte dos trabalhos disponíveis sobre a análise de desempenho em sistemas baseados em solitões, baseiam-se no pressuposto que o efeito dominante é o ruído de emissão espontânea amplificado. No entanto, como foi demonstrado por J. P. Gordon e L. Mollenauer [1] e como referimos no capítulo 5, o *jitter* pode ser o factor dominante. No trabalho apresentado por J. P. Gordon e L. Mollenauer é considerado um modelo gaussiano para o *jitter*, porém conforme foi sugerido por C.R. Menyuk [2], T. Georges [3]

e por nós próprios no trabalho [4], frequentemente o *jitter* apresenta uma distribuição não gaussiana, essencialmente devido à interacção entre solitões.

Na secção 7.2 incluiremos o efeito do *jitter* temporal, na descrição analítica do receptor apresentada no capítulo 6, e avaliaremos o desempenho do sistema na presença de *jitter* não gaussiano. Finalizaremos esta secção com uma análise comparativa entre os resultados obtidos usando o modelo não gaussiano para o *jitter* derivado no capítulo 5, e os resultados obtidos por J. P. Gordon e L. Mollenauer usando o modelo gaussiano.

A secção 7.3 será dedicada à análise do papel da resposta impulsional do receptor na detecção de sequências de impulsos na presença de ruído e *jitter* temporal. A detecção de sequências de impulsos introduz um factor extra na degradação do desempenho dos sistemas, conhecido por interferência entre símbolos, que iremos analisar em detalhe. Iremos igualmente verificar como é possível otimizar o desempenho dos sistemas com uma escolha criteriosa do filtro eléctrico do receptor.

## 7.2 - Impacto do *jitter*

No capítulo 5 analisámos o problema da incerteza do tempo de chegada, em sistemas baseados em solitões, focando a nossa atenção nas origens físicas e caracterização estatística do *jitter*. Apresentámos um modelo, capaz de descrever estatisticamente a flutuação do instante de chegada de impulsos do tipo solitão, na presença de interacções múltiplas e de ruído de emissão espontânea amplificado. Nesta secção iremos concentrar-nos na avaliação de desempenho e optimização do receptor quando os impulsos recebidos estão afectados por *jitter* temporal.

Na secção 7.2.1, iremos desenvolver um modelo analítico capaz de quantificar os desvios temporais, que originam erros na detecção. Usando os resultados apresentados no capítulo 5, relativos à caracterização estatística do *jitter*, e a formulação entretanto desenvolvida, iremos obter uma descrição analítica do desempenho do receptor, que nos vai permitir efectuar um estudo quantitativo da degradação do desempenho, provocada pelo *jitter* em sistemas baseados em solitões. Iremos ainda comparar a formulação

desenvolvida, com resultados de outros autores apresentados na literatura especializada, nomeadamente com o trabalho [1] e [5] de J. P. Gordon e L. F. Mollenauer.

Na secção 7.2.2, iremos analisar o problema da determinação do instante de decis  o óptimo e o papel do filtro eléctrico do receptor na redução da degradação do desempenho devido ao *jitter*. Iremos ainda aplicar a formulação desenvolvida na secção 7.2.1,   análise de desempenho de sistemas práticos.

Na secção 7.2.3 vamos combinar os resultados obtidos no capítulo 6, relativos à degradação devida ao ruído, com os resultados obtidos para o *jitter* e analisaremos o problema da optimização simultânea dos sistemas relativamente ao ruído e ao *jitter*.

### 7.2.1 - Formulação analítica

Com o objectivo de analisarmos o desempenho de sistemas, em que o instante de chegada dos impulsos flutua em torno de um dado valor, ou seja na presença de *jitter*, vamos começar por determinar o atraso e o avanço máximo que o sistema é capaz de tolerar antes de efectuar uma decisão errada.

De modo a analisarmos o efeito do *jitter* na detecção, vamos introduzir uma variável aleatória  $\delta$ , que quantifica o desvio temporal dos impulsos. Obt m-se então para a potência óptica de um impulso depois do pré - amplificador óptico do receptor, ponto A da figura 6.1, a seguinte expressão

$$h_p(t - \delta \cdot T_{\text{bit}}) = P_p \cdot \text{sech}^2\left(\frac{t - \delta \cdot T_{\text{bit}}}{T_0}\right) \quad (7.1)$$

em que  $P_p$  é a potência de pico do impulso depois do pré-amplificador óptico do receptor.

Supondo a ausência total de ruído e de campos dispersivos, na ausência de um impulso óptico o sinal   entrada do circuito de decisão é nulo. Na presença de um impulso, o sinal será dado pela convolução do sinal eléctrico, resultante da detecção, com a resposta impulsional do filtro eléctrico do receptor, ou seja

$$j(t, \delta) = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t - \tau) \cdot h_p(\tau - \delta \cdot T_{\text{bit}}) d\tau \quad (7.2)$$

Notemos que a função  $j(t, \delta)$  é função do tempo  $t$  e do desvio temporal  $\delta$ . A variável decisória será dada por  $J_1 = j(t_d, \delta)$ , ou seja será dada pelo valor da função  $j(t, \delta)$  no instante de decisão  $t_d$ .

Assumindo que os símbolos lógicos são equiprováveis, o BER será então dado pela expressão (7.3), onde  $I_d$  é o nível de decisão. Notemos que assumindo como única perturbação o *jitter*, a probabilidade de erro do sistema é apenas devida à probabilidade de erro na detecção dos símbolos correspondentes ao valor lógico "1", pois os símbolos correspondentes ao valor lógico "0" não têm *jitter*.

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot P(J_1 < I_d) \quad (7.3)$$

De acordo com a expressão (6.5), e porque na ausência de um impulso a variável decisória assume sempre o valor zero, somos levados a concluir que a regra de decisão que minimiza o BER é assumir a presença de um impulso sempre que a variável decisória  $J_1$  seja maior que zero, ou seja considerar o nível de decisão igual a zero. Notemos porém que este resultado foi obtido numa situação extremamente irrealista, pois assumimos uma ausência completa de ruído e de energia dispersiva. Na prática mesmo que a relação SNR seja muito elevada teremos sempre algum ruído, e alguma energia dispersiva. Iremos por agora colocar o nível de decisão a metade do valor máximo da função  $j(t, \delta)$  na ausência de *jitter*, pois este valor é mais realista. Notemos que esta artificialidade, introduzida na determinação do nível de decisão, irá desaparecer logo que seja considerado o efeito simultâneo do *jitter* e do ruído.

De modo a determinarmos o BER, expressão (7.3), temos que calcular o valor da probabilidade da variável decisória  $J_1$ , assumir um valor menor que o nível de decisão. Designando por  $\delta_+$  e  $\delta_-$ , respectivamente, o avanço e o atraso que fazem com que a variável decisória assumo o valor do nível de decisão temos



$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot P(J_1 < I_d) = \frac{1}{2} \cdot \{P(\delta > \delta_+) + P(\delta < \delta_-)\} = \frac{1}{2} \cdot \{1 - F_\delta(\delta_+) + F_\delta(\delta_-)\} \quad (7.4)$$

em que  $F_\delta(\delta)$  é a função de probabilidade acumulada da variável aleatória  $\delta$ , ou seja

$$F_\delta(x) = \int_{-\infty}^x f_\delta(\delta) d\delta \quad (7.5)$$

em que  $f_\delta(\delta)$  é a função densidade de probabilidade do *jitter*.

Ao escrevermos a expressão (7.4) estamos a assumir que a função  $j(t_d, \delta)$  assume um valor maior que  $I_d$  no intervalo  $[\delta_-; \delta_+]$  e menor que  $I_d$  sempre que  $\delta$  assume um valor menor que  $\delta_-$  ou maior do que  $\delta_+$ . Notemos que  $\delta_+$  é um avanço logo assume um valor positivo e  $\delta_-$  é um atraso assumindo por isso um valor negativo. Devemos ter ainda em consideração que  $\delta_+$  e  $\delta_-$  são soluções da equação

$$j(t_d, \delta) = I_d \quad (7.6)$$

Nesta secção iremos focar a nossa atenção no estudo do *jitter* devido à propagação não linear, que conforme vimos no capítulo 5 e apresentámos no trabalho [4], pode ser caracterizado por uma distribuição resultante da adição de cinco gaussianas descentradas, sendo a função densidade de probabilidade de  $\delta$  dada por

$$\begin{aligned} f_\delta(\delta) = & \frac{1}{2} \cdot f_g(\delta, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(\delta - t_2, \sigma_{GH}) \\ & + \frac{1}{8} \cdot f_g(\delta + t_2, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(\delta - t_3, \sigma_{GH}) + \frac{1}{8} \cdot f_g(\delta + t_3, \sigma_{GH}) \end{aligned} \quad (7.7)$$

onde  $f_g(t, \sigma_{GH})$  é dado por

$$f_g(t, \sigma_{GH}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_{GH}} \cdot \exp\left[-\frac{t^2}{2 \cdot \sigma_{GH}^2}\right] \quad (7.8)$$

e  $\sigma_{GH}$  é igual a

$$\sigma_{GH} = \left[ \frac{n_{sp} \cdot n_2^I \cdot D \cdot h \cdot (G-1) \cdot L_T^3}{9 \cdot T_0 \cdot A_{eff} \cdot L_a \cdot Q} \right]^{1/2} \quad (7.9)$$

Na equação (7.7),  $t_2$  e  $t_3$  são dados respectivamente por

$$t_2 = -T_0 \cdot \ln \left[ \cos \left( \frac{a}{L_D} \cdot L_T \right) \right] \quad (7.10)$$

e

$$t_3 = -T_0 \cdot \ln \left[ \cos^2 \left( \frac{a}{\sqrt{2} \cdot L_D} \cdot L_T \right) \right] \quad (7.11)$$

sendo  $a = 2 \cdot \exp(-T_{bit} / (2 \cdot T_0))$ .

Integrando a função densidade de probabilidade de  $\delta$ , expressão (7.7), no intervalo  $]-\infty; \delta]$ , obtemos de imediato a função de probabilidade acumulada de  $\delta$ , dada por

$$F_\delta(\delta) = 1 - \left\{ \frac{1}{2} \cdot Q \left( \frac{\delta}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{\delta - t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{\delta + t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{\delta - t_3}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{\delta + t_3}{\sigma_{GH}} \right) \right\} \quad (7.12)$$

em que a função  $Q(\cdot)$  é definida de acordo com a expressão (6.61).

Substituindo a expressão (7.12) em (7.4), e atendendo à simetria da função gaussiana, obtemos para o BER a expressão

$$\begin{aligned} \text{BER} = & \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot Q \left( \frac{\delta_+}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{\delta_+ - t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{\delta_+ + t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{\delta_+ - t_3}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{\delta_+ + t_3}{\sigma_{GH}} \right) \right\} \\ & + \frac{1}{2} \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot Q \left( \frac{-\delta_-}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{-\delta_- + t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{-\delta_- - t_2}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{-\delta_- + t_3}{\sigma_{GH}} \right) + \frac{1}{8} \cdot Q \left( \frac{-\delta_- - t_3}{\sigma_{GH}} \right) \right\} \quad (7.13) \end{aligned}$$

Comparando a formulação analítica aqui apresentada com os trabalhos de J. P. Gordon e L. Mollenauer [1] e [5], a primeira grande diferença é que no nosso caso não é necessário introduzir a noção de janela do receptor à prior, o conceito da janela do receptor irá aparecer naturalmente na derivação analítica e ficará clara a sua relação com a resposta

impulsional do filtro equalizador do receptor. No resultado de J. P. Gordon e L. Mollenauer é aceite o pressuposto que o receptor vai decidir erradamente sempre que o desvio temporal coloque o impulso fora da janela do receptor. Assumindo que o *jitter* tem uma distribuição gaussiana, J. P. Gordon e L. Mollenauer, chegaram à seguinte expressão para o BER devido ao *jitter* temporal

$$\text{BER} = Q\left(\frac{T_r}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) \quad (7.14)$$

onde  $T_r$    a janela do receptor.

O mesmo raciocínio foi seguido por outros autores, nomeadamente T. Georges, que em [3] assume uma janela temporal do receptor cujo valor   75% do período do bit. Embora simples, este tratamento tem o inconveniente de introduzir a figura da janela temporal do receptor duma forma ad hoc. De facto a janela do receptor é estabelecida por ajuste dos resultados teóricos a dados experimentais.

Notemos que embora não sendo indispensável, usando a nossa formulação, a janela do receptor, segundo o conceito de J. P. Gordon e L. Mollenauer, pode ser calculada teoricamente sendo dada por

$$T_r = \delta_+ - \delta_- \quad (7.15)$$

onde  $\delta_+$  e  $\delta_-$  são dados por (7.6), ou seja a janela do receptor é a diferença entre o avanço e o atraso máximo que o receptor é capaz de tolerar antes de proceder a uma decisão errada.

O resultado de J. P. Gordon e L. Mollenauer, pode ser visto como uma situação particular da formulação aqui apresentada, em que o *jitter* tem uma distribuição gaussiana e em que o valor absoluto do atraso e do avanço máximo que o receptor é capaz de tolerar são iguais.

De facto, assumindo que  $\delta_+$  é igual ao simétrico de  $\delta_-$ , podemos rescrever (7.13) como sendo

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ Q\left(\frac{T_r}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) + \frac{1}{4} \cdot Q\left(\frac{T_r - 2 \cdot t_2}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) + \frac{1}{4} \cdot Q\left(\frac{T_r + 2 \cdot t_2}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) + \frac{1}{4} \cdot Q\left(\frac{T_r - 2 \cdot t_3}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) + \frac{1}{4} \cdot Q\left(\frac{T_r + 2 \cdot t_3}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}}\right) \right\} \quad (7.16)$$

em que  $T_r$  é dado por (7.15).

Considerando que o efeito dominante para o *jitter* é o efeito de Gordon-Haus e que a interacção entre solitões é desprezável, ou seja que o *jitter* tem uma distribuição gaussiana e é originado pelas flutuações da frequência central dos solitões induzidas pelo ruído de emissão espontânea amplificado, temos que  $t_2$  e  $t_3$  são nulos reduzindo-se a expressão (7.16) à expressão (7.14), ou seja ao resultado de J. P. Gordon e L. Mollenauer.

### 7.2.2 - Análise de desempenho

O problema que usualmente se coloca na optimização de sistemas de comunicação baseados em solitões relativamente ao *jitter*, é determinar qual será a resposta impulsional do receptor, que minimiza a degradação provocada pelo *jitter*, e qual será o instante de decisão óptimo.

Notemos que por simples manipulação da expressão (7.4) podemos rescrever a expressão do BER da forma seguinte

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 - P(\delta_- < \delta < \delta_+) \right\} = \frac{1}{2} \cdot \left\{ 1 - \int_{\delta_-}^{\delta_+} f_{\delta}(\delta) d\delta \right\} \quad (7.17)$$

Da expressão (7.17), somos levados a concluir que o BER será mínimo quando o integral da função densidade de probabilidade de  $\delta$ , no intervalo  $]\delta_-; \delta_+[$ , for máximo. Fazendo tender o atraso e o avanço máximo, que o receptor pode tolerar para infinito, temos que o integral da função densidade de probabilidade de  $\delta$  tende para um e o BER para zero. Ou seja, se a janela do receptor for infinita a taxa de erros devida às flutuações do instante de chegada é nula.

Este resultado é de pouco interesse prático, pois usualmente estamos interessados em detectar uma sequência de impulsos, fazendo com que a partir de um dado valor não compense mais aumentar a janela do receptor, pois que os ganhos conseguidos

relativamente ao *jitter* são perdidos devido à interferência entre símbolos. O problema da interferência entre símbolos será analisado em detalhe na secção 7.3, contudo convém desde já termos presente que a janela do receptor nunca poderá ser muito maior que o período do bit, devido à interferência entre símbolos. Ou seja, para estimar um dado bit o receptor só deverá processar a informação contida no período do bit respectivo, caso contrário estará a processar informação relativa a bits adjacentes, aumentando a interferência dos bits adjacentes na decisão do bit em questão.

Uma outra conclusão que poderemos retirar da expressão (7.17), é que no caso da função densidade de probabilidade ser simétrica em torno da origem e decrescer ao afastarmo-nos da origem, é imediato que o BER é mínimo quando a janela do receptor estiver centrada na origem e neste caso temos que  $\delta_+$  igual a  $-\delta_-$ . Pois ao deslocarmos a janela para qualquer um dos lados a diferença entre o acréscimo de área integrada e aquela que deixamos de integrar é sempre negativa.

Este resultado pode ser facilmente comprovado considerando um desvio na janela do receptor dado por  $\Delta\delta$ , fazendo  $\delta_+$  igual a  $-\delta_-$  e rescrevendo o integral da expressão (7.17) da forma seguinte

$$\int_{\delta_- + \Delta\delta}^{\delta_+ + \Delta\delta} f_{\delta}(\delta) d\delta = \int_{\delta_-}^{\delta_+} f_{\delta}(\delta) d\delta + \int_{\delta_+}^{\delta_+ + \Delta\delta} f_{\delta}(\delta) d\delta - \int_{\delta_-}^{\delta_- + \Delta\delta} f_{\delta}(\delta) d\delta \quad (7.18)$$

Donde se pode concluir que se a função densidade de probabilidade for simétrica em torno da origem, e decrescer ao afastarmo-nos da origem, o segundo integral é sempre menor que o terceiro integral do lado direito da expressão (7.18), para todos os valores de  $\Delta\delta$  maiores que zero. Fazendo com que a expressão (7.18) seja máxima e o BER mínimo quando  $\Delta\delta$  for igual a zero, logo quando  $\delta_+$  for igual a  $-\delta_-$ .

Olhando para a função densidade de probabilidade de  $\delta$ , expressão (7.7), temos que a função é simétrica em torno da origem, porém conforme podemos constatar na figura 5.9 do capítulo 5, nem sempre decresce ao afastarmo-nos do ponto de simetria. De facto, devido à interacção entre solitões é possível que a função apresente outros máximos relativos para além da origem. Embora, possível esta situação é pouco provável e, que

tenhamos conhecimento, nunca foi relatada nenhuma experiência na literatura especializada em que fossem nítidos outros máximos relativos para além da origem. Conforme podemos deduzir dos resultados apresentados no capítulo 5, esta situação só ocorreria numa situação de forte interacção entre solitões e muito baixo ruído. Deixando de parte esta situação, temos então que para maximizarmos o BER o instante de decisão deve ser escolhido de forma a que o valor absoluto do atraso e avanço máximo que o receptor pode tolerar sejam iguais.

Obtivemos assim duas condições para otimizar o sistema relativamente ao *jitter* temporal. A primeira é aumentar a janela do receptor, convém contudo ter presente que o aumento da janela do receptor vai tornar a interferência entre símbolos mais crítica. Notemos ainda que conforme vimos na secção 6.4, o aumento da janela do receptor pode levar também a um pior desempenho relativamente ao ruído. Embora menos crítico que o efeito da interferência entre símbolos este efeito deverá também ser levado em conta.

Uma segunda condição de optimização relativamente ao *jitter* é escolher o instante de decisão de modo a fazer com que o atraso e o avanço máximo que o sistema pode tolerar sejam iguais. Esta condição de optimização vai ter consequências relativamente ao ruído, ver expressões (6.108) a (6.111). Usualmente só é possível fazer coincidir o instante de decisão óptimo relativamente ao ruído, com o instante de decisão que faz com que o atraso e avanço máximo sejam iguais, quando a resposta do filtro equalizador do receptor é simétrica em torno do instante de decisão.

De seguida vamos apresentar alguns exemplos que ilustram as diferentes situações aqui relatadas. Na figura 7.1 vamos começar por calcular o tamanho normalizado da janela do receptor para diversos filtros equalizadores em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit, considerando o valor do instante de decisão coincidente com o valor máximo da função  $j(t, \delta)$  na ausência de *jitter*.

Conforme podemos analisar na figura 7.1, a janela do receptor aumenta com a diminuição da largura de banda do filtro equalizador do receptor. Notemos que ao diminuirmos a largura de banda do receptor estamos usualmente a tornar mais crítico o efeito da interferência entre símbolos. Temos assim que a optimização do sistema

relativamente ao *jitter* e à interferência entre símbolos é frequentemente uma solução de compromisso.

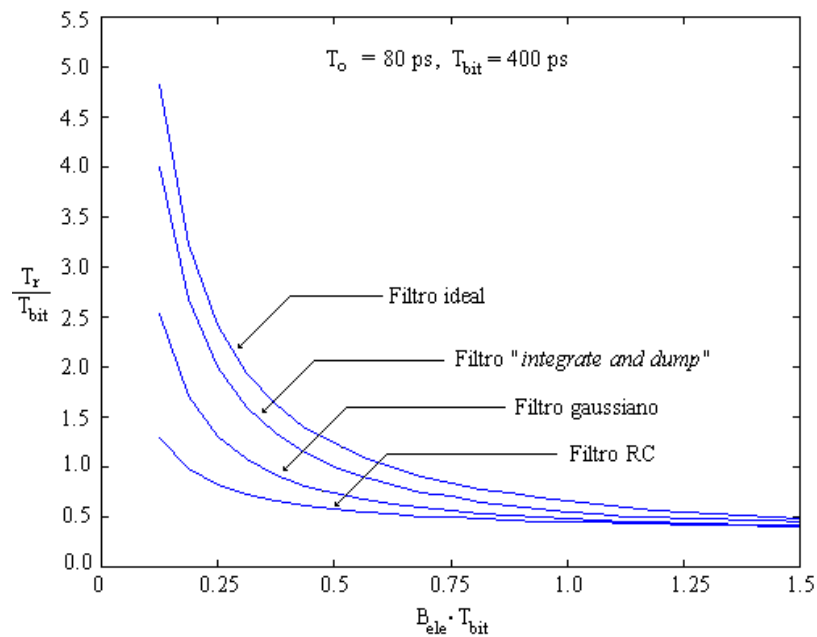


Figura 7.1 - Valor normalizado da janela do receptor em função do produto entre a largura de banda eléctrica e o período do bit.

Vamos, agora, analisar o efeito do instante de decisão, calculando a diferença entre o valor absoluto do avanço e do atraso máximo que o sistema é capaz de tolerar antes de efectuar uma decisão errada, ver figura 7.2.

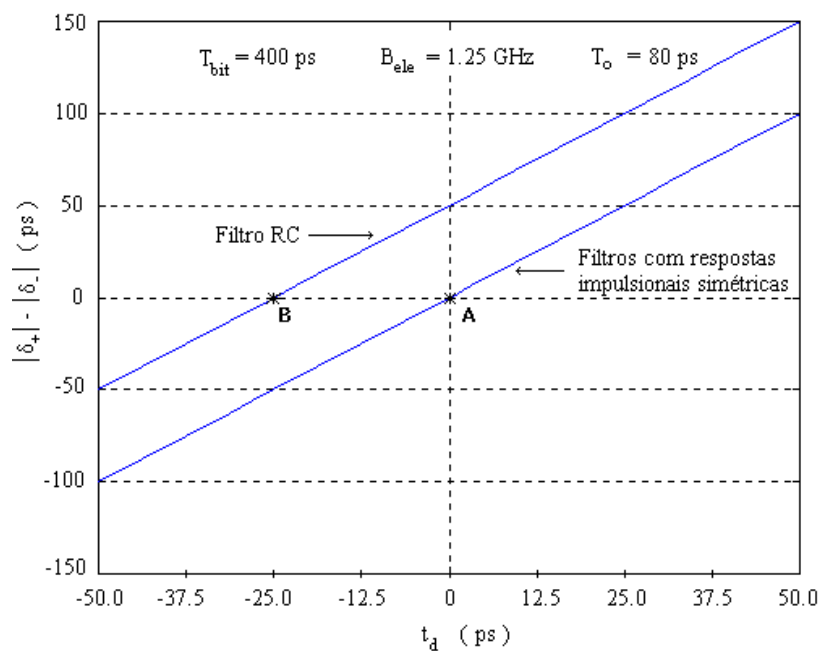


Figura 7.2 - Diferença entre o valor absoluto do atraso e avanço que o receptor tolera antes de efectuar uma decisão errada.

Na figura 7.2, a origem do eixo das abcissas corresponde à situação em que o instante de decisão coincide com o máximo da função  $j(t, \delta)$  na ausência de *jitter*. Notemos que, como referimos anteriormente, o BER será mínimo, considerando apenas o efeito do *jitter* temporal, quando o valor absoluto do avanço máximo for igual ao valor absoluto do atraso máximo, ou seja quando as curvas da figura 7.2 assumirem o valor zero.

Podemos comprovar, na figura 7.2, que no caso de filtros com respostas impulsiais simétricas a diferença entre o valor absoluto do avanço e do atraso, que o sistema tolera sem proceder a uma decisão errada, é nula quando o instante de decisão coincide com o valor máximo da resposta do filtro equalizador, ponto A. Por outro lado no filtro RC, o instante de decisão óptimo, ou seja o instante de decisão que faz com que em valor absoluto o atraso e o avanço máximo que o sistema tolera sejam iguais, ponto B, não coincide com o valor máximo da função  $j(t, \delta)$  na ausência de *jitter*.

Usualmente isto significa que não vamos conseguir otimizar simultaneamente o instante de decisão em função do *jitter* e em função do ruído. Esta característica é verificada no filtro RC porque a resposta deste filtro, conforme pode ser comprovado na figura 6.19, não é simétrica em relação ao seu valor máximo. Este resultado mostra o interesse em considerarmos respostas impulsiais simétricas em torno do seu valor máximo. Porém devemos ter presente que para uma resposta impulsional ser realizável esta deve ser causal, tornando difícil a obtenção de respostas impulsiais simétricas na prática.

Vamos agora analisar o efeito da interacção entre solitões na degradação do sistema. Para isso vamos trabalhar com os mesmos sistemas considerados por J. P. Gordon e L. Mollenaur no trabalho [1], ou seja sistemas com uma distância total de 9 000 km, um a operar a 2.5 Gbit/s e outro a 4 Gbit/s, com uma atenuação de 0.25 dB/km, um espaçamento entre amplificadores de 28 km, e em que todos os amplificadores apresentam um ganho de 7 dB e um factor de emissão espontânea de 1.5.

Vamos considerar um receptor com as mesmas características do utilizado no trabalho [1], de J. P. Gordon e L. Mollenaur, ou seja um receptor com uma janela coincidente com o período do bit. Para efeitos do calculo da degradação provocada pela



interacção entre solitões, precisamos de estimar o comprimento de dispersão, para isso assumimos o valor de 1.5 ps/nm/km para a dispersão.

Na figura 7.3 apresentamos o desempenho dos sistemas em função da largura do solitão. A cheio podemos ver os resultados apresentados por J. P. Gordon e L. Mollenauer, expressão (7.14), ou seja desprezando a interacção entre solitões, a tracejado podemos observar o resultado obtido com a nossa formulação, expressão (7.13).

Notemos que para o sistema a operar a 2.5 Gbit/s os resultados são coincidentes, no entanto para o sistema a operar a 4 Gbit/s as curvas divergem consideravelmente para larguras dos impulsos superiores a 30 ps. Isto deve-se ao efeito da interacção entre solitões, que é obviamente mais critico no sistema a 4 Gbit/s do que no sistema a 2.5 Gbit/s. Notemos que no sistema a 2.5 Gbit/s o período do bit é de 400 ps e no sistema a 4 Gbit/s o período do bit é de 250 ps.

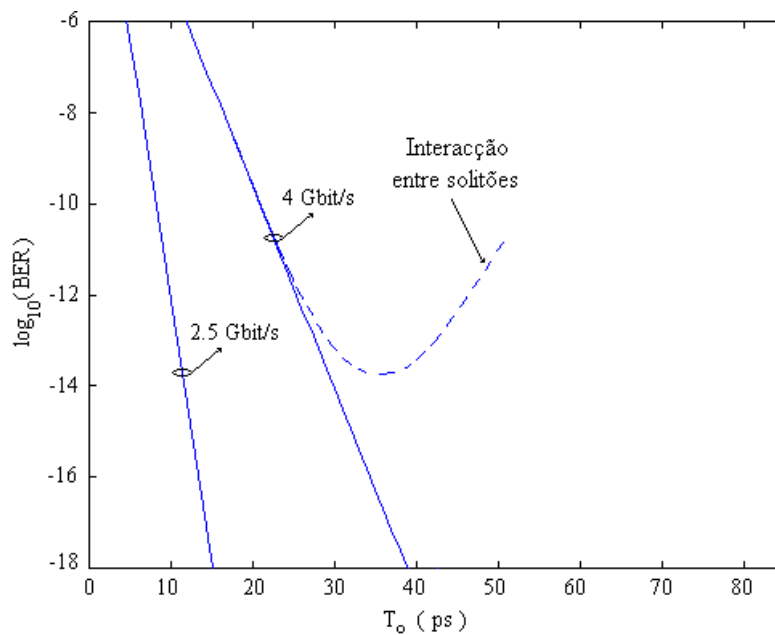


Figura 7.3 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, a cheio apresentamos os resultados obtidos por J. P. Gordon e L. Mollenauer, expressão (7.14), a tracejado apresentamos os resultados obtidos com a nossa formulação, expressão (7.13).

Conforme podemos comprovar ao aumentarmos a largura dos solitões diminuimos o efeito de Gordon-Haus, no entanto aumentamos a interacção entre solitões. No sistema a 4

Gbit/s a partir de um dado ponto assistimos a um ponto de inflexão, este ponto não é visível nos resultados de J. P. Gordon e L. Mollenauer e deve-se ao facto da interacção entre solitões passar a assumir um papel dominante.

Segundo os resultados de J. P. Gordon e L. Mollenauer seria possível tornar as perdas de desempenho devidas ao *jitter* tão pequenas quanto desejássemos aumentando a largura dos solitões. Porém diversos resultados experimentais mostram a existência de um limiar para a diminuição das perdas de desempenho e alguns autores, nomeadamente C.R. Menyuk em [2] e T. George em [3], referiram-se à necessidade de corrigir o cálculo do desempenho dos sistemas baseados em solitões de modo a ter em conta os desvios da distribuição gaussiana do *jitter*, originados pela interacção entre solitões.

Notemos ainda que a partir de uma dada largura dos impulsos, dá-se a colisão dos solitões adjacentes antes do receptor. A análise de sistema a operarem para além da distância de colisão está fora do âmbito desta tese, por isso no gráfico da figura 7.3 apresentamos apenas os resultados para larguras dos impulsos inferiores a 50 ps, no sistema a 4 Gbit/s, de modo a garantir que estamos a operar fora deste regime.

### **7.2.3 - Efeito simultâneo do ruído e do jitter**

Na figura 7.3 considerámos apenas o efeito do *jitter* na análise de desempenho do sistema. Vamos agora considerar também o efeito do ruído, supondo um filtro equalizador no receptor do tipo *integrate and dump*. De modo a incluirmos o efeito do ruído vamos usar a formulação desenvolvida no capítulo 6.

Conforme tínhamos concluído na secção 6.3.2 e podemos comprovar na figura 7.4, ao aumentarmos a largura dos impulsos estamos a diminuir a energia do solitão, tornando mais penalizante o efeito do ruído de emissão espontânea amplificado. Por outro lado estamos a diminuir o efeito Gordon-Haus e a aumentar a interacção entre solitões.

Notemos que na figura 7.4, as curvas relativas ao *jitter* foram obtidas com base nas expressões (7.13), curva a tracejado, e (7.14) curva a cheio, a curva relativa ao ruído foi obtida com base nas expressões (6.46), (6.49) e (6.50).

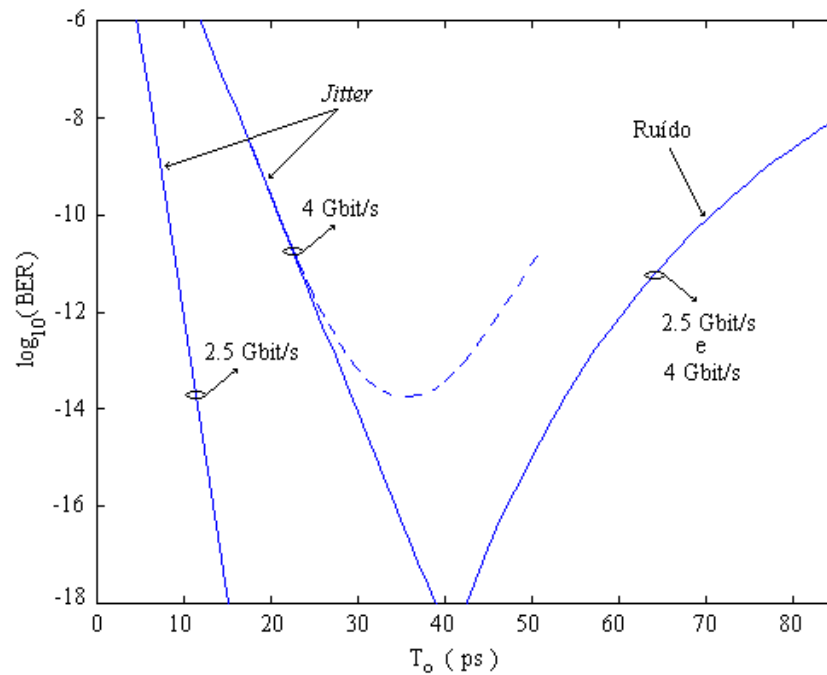


Figura 7.4 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando isoladamente o efeito do *jitter* e do ruído.

Na figura 7.4, podemos igualmente comprovar como a interacção entre solitões, ver curva a tracejado, pode ser um factor determinante no desempenho dos sistemas. Notemos que se desprezássemos o efeito da interacção entre solitões, seríamos levados a concluir que a largura óptima do solitão no sistema a 4 Gbit/s seria de aproximadamente 40 ps, porém ao considerarmos a interacção entre solitões verificamos que a largura óptima é inferior, assumindo um valor próximo dos 35 ps e que o desempenho do sistema é consideravelmente pior.

Podemos identificar três zonas distintas, na figura 7.4, relativamente ao sistema a 4 Gbit/s, uma em que a degradação do sistema é devida ao *jitter*, quanto  $T_0$  é inferior a 30 ps, outra em que o efeito dominante é o ruído, quanto  $T_0$  é superior a 50 ps, e finalmente uma zona intermédia, em que quer o *jitter* quer o ruído são determinantes no desempenho do sistema. Notemos ainda que uma unidade na escala logarítmica do BER significa uma ordem de grandeza numa escala linear, ou seja o BER total na zona em que o *jitter* é dominante pode ser aproximado com algum rigor pela expressão (7.13), de igual modo, na zona em que o ruído é dominante pode ser aproximado pelas expressões (6.46), (6.49) e (6.50).

Porém a tentativa de otimizar os sistemas leva-nos invariavelmente a operar na zona intermédia, ou seja na zona onde não podemos definir com rigor o efeito dominante, fazendo com que tenhamos que considerar simultaneamente os dois efeitos. Com esse fim em vista, vamos considerar a variável decisória como sendo dada pela soma de duas variáveis aleatórias, uma que inclui o efeito do ruído e outra que inclui o efeito do *jitter*. Temos então que a variável decisória, que vamos designar por  $Y$ , será dada por

$$Y = X + J - j(t_d, 0) \quad (7.19)$$

onde  $X$  é a variável aleatória considerada no capítulo 6 que inclui o efeito da detecção do sinal adicionado do ruído e  $J$  é a variável aleatória que inclui o efeito do *jitter*. Notemos que subtraímos o valor da variável decisória  $J$  na ausência de *jitter*, pois a contribuição do sinal está incluída em  $X$ .

O BER é neste caso dado por

$$\text{BER} = \frac{1}{2} \cdot [p_0(I_d) + p_1(I_d)] \quad (7.20)$$

com

$$p_0(I_d) = \int_{I_d}^{+\infty} W_{X_{Y_0}}(y) dy \quad (7.21)$$

e

$$p_1(I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} W_{X_{Y_1}}(y) dy \quad (7.22)$$

em que  $W_{Y_0}(y)$  e  $W_{Y_1}(y)$  são, respectivamente, a função densidade de probabilidade da variável decisória condicionada à detecção do símbolo lógico "0" e "1".

Notemos que na ausência de um impulso  $Y_0$  assume o valor de  $X_0$ , ou seja a degradação do desempenho do sistema é apenas devida ao ruído, logo o problema reduz-

se ao caso tratado no capítulo 6. Vamos por isso concentrar-nos apenas na determinação da probabilidade de erro associada ao símbolo "1", ou seja na presença de um impulso.

Para estimarmos o valor de  $p_1(I_d)$  necessitamos de determinar a função densidade de probabilidade de  $Y_1$ . A variável decisória  $Y_1$  é o resultado da soma de duas variáveis aleatórias, uma que quantifica o efeito do ruído  $X_1$ , e outra que quantifica o efeito do *jitter*  $J_1$ .

A variável  $J_1$ , que quantifica o efeito do *jitter*, é uma função não trivial de  $\delta$ , ver expressão (7.2). Vamos por isso tentar aproximar  $J_1 = j(t_d, \delta)$  por uma função mais facilmente tratável. Uma primeira aproximação pode ser obtida expandindo a função  $j(t_d, \delta)$  em série de McLaurin, obtendo-se

$$J_1 = j(t_d, \delta) = j(t_d, 0) + \left. \frac{\partial j}{\partial \delta} \right|_{\delta=0} \cdot \delta + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 j}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0} \cdot \delta^2 + \dots + \frac{1}{n!} \left. \frac{\partial^n j}{\partial \delta^n} \right|_{\delta=0} \cdot \delta^n + \dots \quad (7.23)$$

De modo a calcular (7.23) precisamos de calcular as sucessivas derivadas na origem da função  $j(t_d, \delta)$ . Como a expressão (7.23) tem um número infinito de parcelas, vamos ter que a aproximar por um somatório com um número finito de termos. Vamos considerar uma aproximação baseada nos três primeiros termos, ou seja uma aproximação de segunda ordem da função  $j(t_d, \delta)$  em ordem a  $\delta$ . Temos então

$$j(t_d, \delta) \approx D_0 + D_1 \cdot \delta + D_2 \cdot \delta^2 \quad (7.24)$$

em que

$$D_0 = j(t_d, 0) \quad (7.25)$$

$$D_1 = \left. \frac{\partial j}{\partial \delta} \right|_{\delta=0} \quad (7.26)$$

e

$$D_2 = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 j}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0} \quad (7.27)$$

Tendo em consideração a expressão (7.2) temos

$$\frac{\partial^n j}{\partial \delta^n} = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t_d - \tau) \cdot \frac{\partial^n h_p(\tau - \delta \cdot T_{\text{bit}})}{\partial \delta^n} d\tau \quad (7.28)$$

Considerando um impulso do tipo solitão,  $h_p(\tau) = P_p \cdot \text{sech}^2(\tau / T_0)$ , obtemos

$$\left. \frac{\partial j}{\partial \delta} \right|_{\delta=0} = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t_d - \tau) \cdot h_p(\tau) \cdot 2 \cdot \frac{T_{\text{bit}}}{T_0} \cdot \tanh\left(\frac{\tau}{T_0}\right) d\tau \quad (7.29)$$

e

$$\left. \frac{\partial^2 j}{\partial \delta^2} \right|_{\delta=0} = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t_d - \tau) \cdot h_p(\tau) \cdot 2 \cdot \left(\frac{T_{\text{bit}}}{T_0}\right)^2 \cdot \left[3 \cdot \tanh^2\left(\frac{\tau}{T_0}\right) - 1\right] d\tau \quad (7.30)$$

Usando as expressões (7.25) a (7.27), (7.2), (7.29) e (7.30), podemos imediatamente calcular os valores de  $D_0$ ,  $D_1$  e  $D_2$ .

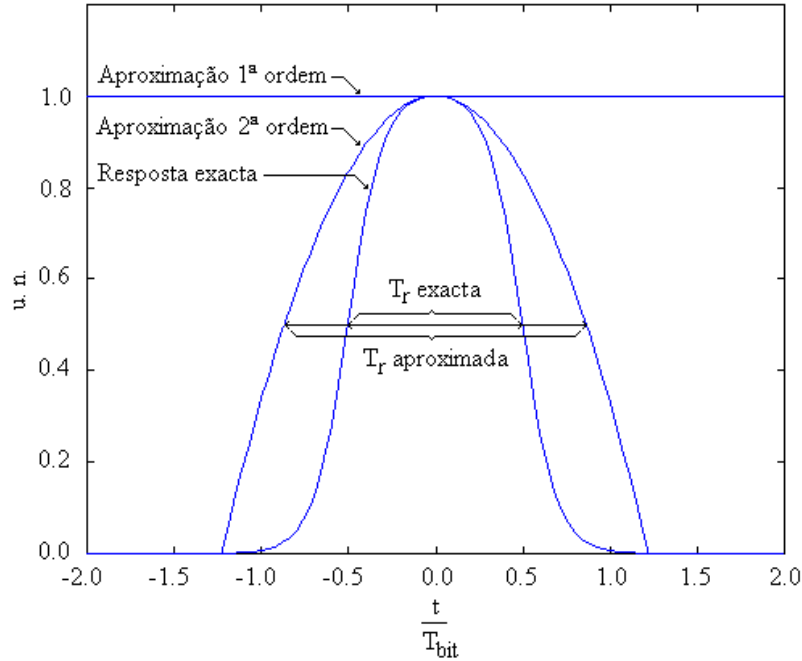


Figura 7.5 - Aproximação da resposta normalizada do filtro *integrate and dump*, baseada na aproximação em série de McLaurin de 1ª e 2ª ordem.

Notemos que ao considerarmos uma aproximação de segunda ordem para a função  $j(t_d, \delta)$ , estamos a aproximar a função por uma parábola invertida, conforme podemos verificar na figura 7.5 para o filtro *integrate and dump*.

Conforme podemos constatar na figura 7.5, usando a aproximação de segunda ordem a janela do receptor aproximada é substancialmente superior à janela do receptor exacta.

Na figura 7.6 calculámos o desempenho do sistema considerado na figura 7.3, considerando a aproximação de segunda ordem e comparámos os resultados com a solução exacta.

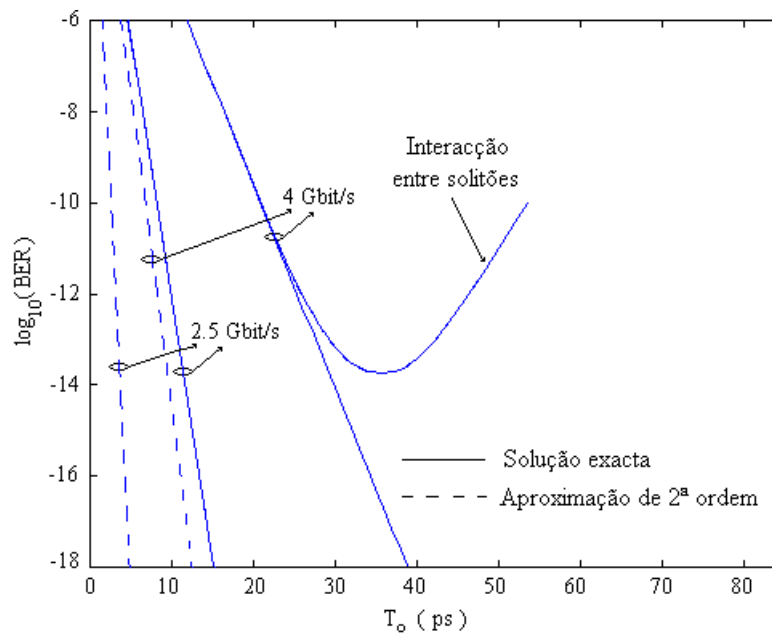


Figura 7.6 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, a tracejado apresentamos os resultados obtidos com a aproximação de 2ª ordem e a cheio a solução exacta, ou seja usando as expressões (7.13) e (7.14).

Atendendo a que o cálculo da perda de desempenho devido ao *jitter* é calculado com base na janela do receptor, obtivemos, na figura 7.6, desvios substâncias entre o desempenho do sistema obtido com a aproximação de segunda ordem e o desempenho obtido com base nas expressões (7.13) e (7.14).

Vamos por isso procurar outra aproximação para a resposta do filtro equalizador. Uma alternativa possível é aproximar a resposta do filtro equalizador por uma parábola invertida, de tal forma que se mantenha a mesma janela do receptor, ou seja calcular  $D_0$ ,  $D_1$  e  $D_2$  através das seguintes equações

$$D_2 \cdot \delta^2 + D_1 \cdot \delta + D_0 = I_d \quad (7.31)$$

$$D_0 = j(t_d, 0) \quad (7.32)$$

Em que as soluções da equação do segundo grau, equação (7.31), são igualadas a  $\delta_+$  e  $\delta_-$ , sendo  $\delta_+$  e  $\delta_-$  obtidos da equação

$$j(t_d, \delta) = I_d \quad (7.33)$$

em que  $I_d$  é o nível de decisão.

Obtém-se então o seguinte sistemas de equações para a determinação de  $D_1$  e  $D_2$ .

$$\delta_+ = \frac{-D_1 + \sqrt{D_1^2 - 4 \cdot D_2 \cdot (D_0 - I_d)}}{2 \cdot D_2} \quad (7.34)$$

$$\delta_- = \frac{-D_1 - \sqrt{D_1^2 - 4 \cdot D_2 \cdot (D_0 - I_d)}}{2 \cdot D_2} \quad (7.35)$$

Notemos que esta aproximação é dependente do nível de decisão, ou seja devemos voltar a calcular  $D_1$  e  $D_2$  sempre que alterarmos o nível de decisão, pois ao alterarmos o nível de decisão estamos a alterar  $\delta_+$  e  $\delta_-$ , nas expressões (7.34) e (7.35), ver expressão (7.33).

Se  $\delta_+$  for igual a  $-\delta_-$  resulta imediatamente de (7.34) e (7.35) que  $D_1$  é igual a zero e

$$D_2 = -\frac{D_0 - I_d}{\delta_+^2} \quad (7.36)$$

Aplicando a aproximação baseada na parábola invertida obtida através das equações (7.31) a (7.35), novamente ao filtro *integrate and dump*, e considerando o nível de decisão a metade do valor máximo da resposta do filtro equalizador do receptor obtemos os resultados da figura 7.7.

Atendendo às figuras 7.5, 7.6 e 7.7 e devido ao papel da janela do receptor no calculo de desempenho do sistema na presença de *jitter*, somos levados a concluir que a



aproximação baseada na parábola invertida, fixando a janela do receptor, dará o mesmo valor da solução exacta, no caso de considerarmos apenas o *jitter* e dará uma melhor aproximação do desempenho do sistema quando considerarmos simultaneamente o efeito do *jitter* e do ruído, sempre que o valor do desvio padrão do *jitter* for comparável com o período do bit.

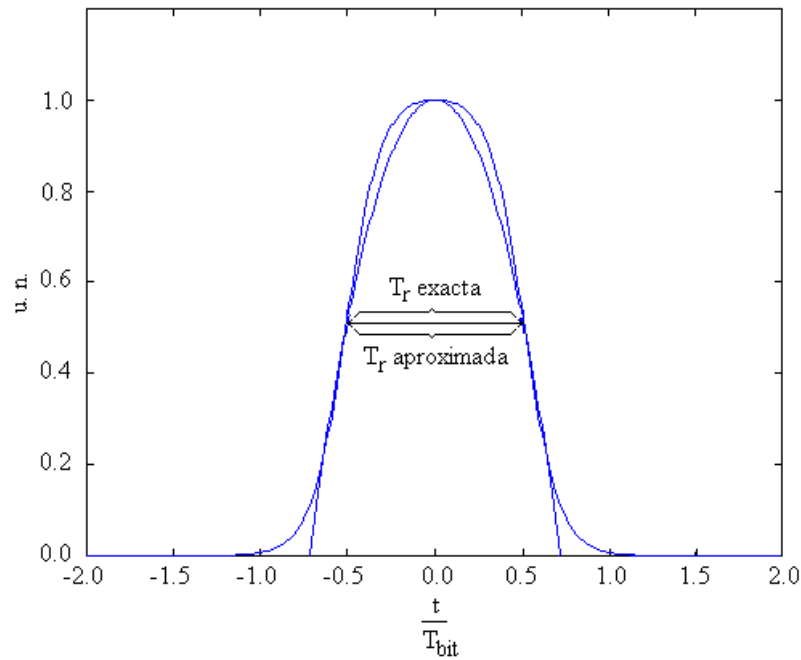


Figura 7.7 - Aproximação da resposta normalizada do filtro equalizador por uma parábola invertida, fixando a janela do receptor.

Notemos que a aproximação de McLaurin d  uma melhor precisão numa vizinhança próxima da origem, fazendo com que, se o valor do desvio padrão do *jitter* for muito menor que o período do bit, esta seja a aproximação adequada. Esta foi a abordagem usada por L. B. Ribeiro em [6] para estudar o efeito do *jitter* do sinal de relógio na detecção. Contudo ao contrário dos valores do desvio padrão considerados em [6], muito inferiores ao período do bit, nesta tese estamos a lidar com valores do desvio padrão do *jitter* comparáveis com o período do bit, logo a aproximação mais adequada   a aproximação da parábola invertida fixando a janela do receptor.

Podemos então rescrever  $Y_1$  como sendo

$$Y_1 \approx X_1 + D_1 \cdot \delta + D_2 \cdot \delta^2 \quad (7.37)$$

em que  $D_1$  e  $D_2$  são calculados a partir de (7.34) e (7.35).

Considerando o caso anteriormente estudado, ou seja quando  $D_1$  é igual a zero, obtém-se para a função geradora de momentos da variável decisória  $Y_1$  a expressão

$$M_{Y_1}(s, t_d) = E\{e^{sY_1}\} \approx E\{e^{sX_1}\} \cdot E\{e^{sD_2 \cdot \delta^2}\} = M_{X_1}(s) \cdot M_{\delta^2}(s \cdot D_2) \quad (7.38)$$

Ao escrevermos a expressão (7.38) estamos a assumir que a variável aleatória  $X_1$  é independente de  $\delta^2$  o que em rigor não é correcto. Recordemos que a variância de  $X_1$  vai depender do nível do sinal devido ao batimento sinal - ruído, ver a expressão (6.45), e o nível do sinal é dependente do *jitter*, logo  $X_1$  dependente de  $\delta^2$ . Para ultrapassarmos este facto, vamos assumir a pior situação, ou seja, vamos assumir no calculo da variância de  $X_1$  que o sinal assume o seu valor máximo.

Notemos que de modo a obtermos a função geradora de momentos de  $Y_1$ , expressão (7.38), necessitamos de calcular a função geradora de momentos de  $X_1$  e  $\delta^2$ .

Conforme vimos no capítulo 6, a variável  $X_1$  pode ser aproximada com bastante rigor por uma distribuição gaussiana, obtendo-se [7]

$$M_{X_1}(s, m_{X_1}, \sigma_{X_1}) = \exp\left[m_{X_1} \cdot s + \frac{\sigma_{X_1}^2 \cdot s^2}{2}\right] \quad (7.39)$$

sendo  $m_{X_1}$  dado por (6.110) e  $\sigma_{X_1}^2$  por (6.111).

A função densidade de probabilidade de  $\delta$  é dada por (7.7), ou seja pela soma de cinco distribuições gaussianas descentradas, donde se obtêm que a função densidade de probabilidade de  $\delta^2$  é dada pela soma de três funções chi-quadradas descentradas com um grau de liberdade [8]. Sendo a função geradora de momentos de  $\delta^2$  dada por

$$M_{\delta^2}(s) = \frac{1}{2} \cdot M_{\text{chi}}(s, 0, \sigma_{\text{GH}}) + \frac{1}{4} \cdot M_{\text{chi}}(s, t_2, \sigma_{\text{GH}}) + \frac{1}{4} \cdot M_{\text{chi}}(s, t_3, \sigma_{\text{GH}}) \quad (7.40)$$

com [8]

$$M_{\text{chi}}(s, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \cdot \sigma^2 \cdot s}} \exp \left[ \frac{s \cdot \mu^2}{1 - 2 \cdot \sigma^2 \cdot s} \right] \quad (7.41)$$

definida para valores de  $s$  menores que  $1/(2 \cdot \sigma^2)$ .

A variável aleatória  $Y_1$  é então a soma de duas variáveis aleatórias, uma com distribuição aproximadamente gaussiana, a variável  $X_1$ , e outra resultante da soma de três distribuições chi-quadrado.

A função densidade de probabilidade da variável decisória, quando é recebido um impulso, pode ser calculada através da transformada inversa da função característica de  $Y_1$ , que se obtém da função geradora de momentos fazendo  $s = i \cdot \omega$ . Temos então

$$W_{Y_1}(y) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{e^{i \cdot \omega (m_{X_1} - y) - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_{X_1}^2}{2}}}{\sqrt{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot e^{\frac{i \cdot \omega \cdot t_2^2 \cdot D_2}{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} + \frac{1}{4} \cdot e^{\frac{i \cdot \omega \cdot t_3^2 \cdot D_2}{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} \right) \right\} d\omega \quad (7.42)$$

obtendo-se  $p_1(I_d)$  a partir de (7.22).

De modo a validarmos a expressão (7.42) podemos considerar duas situações particulares, uma quando  $t_2$ ,  $t_3$  e  $\sigma_{GH}^2$  assumem o valor zero e outra quando  $\sigma_{X_1}^2$  igual a zero e a interacção entre solitões é desprezável.

Quando  $t_2$ ,  $t_3$  e  $\sigma_{GH}^2$  são nulos, significa que estamos a desprezar o efeito de Gordon-Haus e a interacção entre solitões, e partindo de (7.42) obtemos

$$W_{Y_1}(y) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( e^{i \cdot \omega \cdot m_{X_1} - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_{X_1}^2}{2}} \cdot e^{i \cdot \omega \cdot y} \right) d\omega = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{X_1}^2}} e^{-\frac{(y - m_{X_1})^2}{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \quad (7.43)$$

Recordemos que o integral da expressão (7.43) pode ser resolvido recorrendo a uma tabela de transformadas de Fourier, identificando o integral como sendo a transformada inversa de uma função gaussiana.

A expressão (7.43) está de acordo com o esperado, ou seja desprezando o efeito do *jitter* a variável decisória apresenta uma distribuição gaussiana. De (7.22) e (7.43) obtemos imediatamente

$$p_1(I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} \left( \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{X_1}^2}} e^{-\frac{(y-m_{X_1})^2}{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \right) dy = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{m_{X_1} - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{X_1}^2}} \right) \quad (7.44)$$

ou seja, obtemos a expressão (6.61), como seria de esperar.

Desprezando o ruído e a interação entre solitões temos que  $\sigma_{X_1}^2$ ,  $t_2$  e  $t_3$  assumem o valor zero e  $m_{X_1}$  é igual a  $D_0$ , logo

$$W_{Y_1}(y) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i \cdot \omega \cdot (D_0 - y)}}{\sqrt{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} d\omega = \frac{e^{\frac{D_0 - y}{2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}}}{\sqrt{-2 \cdot \pi \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2 \cdot (D_0 - y)}} \cdot U(D_0 - y) \quad (7.45)$$

em que  $U(\cdot)$  é a função degrau, ou seja assume o valor um quando o argumento é maior que zero e o valor zero quando o argumento é menor ou igual a zero. O integral da expressão (7.45) pode ser calculado fazendo a transformação  $D_0 - y = -Y$ , e notando que o integral resultante corresponde à transformada inversa de Fourier duma função chi-quadrada em  $Y$  em que  $\mu=0$  e  $\sigma^2 = \sigma_{GH}^2 \cdot D_2$ , ver expressão (7.41). Finalmente, escrevendo a função densidade de probabilidade de  $Y$  [7] e fazendo a transformação  $-Y = D_0 - y$  obtemos o último membro da expressão (7.45). Atendendo que no nosso caso  $D_2$  assume sempre valores negativos, a expressão (7.45) só assume valores diferentes de zero para valores de  $y$  menores que  $D_0$ , como seria de esperar.

Temos então

$$p_1(I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} \frac{e^{\frac{D_0 - y}{2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}}}{\sqrt{-2 \cdot \pi \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2 \cdot (D_0 - y)}} dy \quad (7.46)$$

em que  $I_d$  é menor que  $D_0$ . O integral da expressão (7.46) pode ser resolvido fazendo a transformação seguinte

$$y = D_0 + D_2 \cdot x^2 \quad (7.47)$$

temos então

$$p_1(I_d) = 2 \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\sqrt{(D_0 - I_d)/(-D_2)}} \frac{e^{-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma_{GH}^2}}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{GH}^2}} dx \right\} = \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{I_d - D_0}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{GH}^2}} \right) \quad (7.48)$$

Notemos que ao substituírmos na expressão (7.48) o resultado da expressão (7.36) obtemos

$$p_1(I_d) = \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{\delta_+^2}{2 \cdot \sigma_{GH}^2}} \right) \quad (7.49)$$

Atendendo a que estamos a considerar  $\delta_+$  igual a  $-\delta_-$ , a expressão (7.49) é exactamente igual à expressão (7.14), ou seja obtivemos o resultado esperado.

Vamos agora estimar a probabilidade de erro para o caso geral, ou seja considerando simultaneamente o efeito do *jitter* e do ruído. Embora o integral (7.42) aparente não ter uma solução analítica para o caso geral, é possível obter uma banda para o desempenho do sistema. Inferiormente a banda será limitada pelo calculo exacto da expressão (7.22) considerando apenas o efeito mais relevante, isto é o efeito que provoca uma maior degradação do desempenho do sistema. O limiar superior da banda será obtido com o recurso a um majorante.

Um majorante conhecido e largamente usado no problemas da determinação do desempenho de sistemas de comunicação ópticos é o majorante de Chernoff. Este majorante pode ser facilmente derivado definindo uma função  $C(x)$  que assume o valor um se  $x$  for menor que nível de decisão  $I_d$ , e zero se  $x$  for maior ou igual a  $I_d$ . Temos então que a esperança de  $C(x)$  é dada pela expressão

$$E\{C(x)\} = 0 \cdot P(x \geq I_d) + 1 \cdot P(x < I_d) = P(x < I_d) \quad (7.50)$$

Fazendo coincidir  $x$  com a variável decisória associada à recepção do "1" lógico  $Y_1$ , é imediato que a esperança de  $C(x)$  é igual a probabilidade de erro associada à recepção de um impulso.

Definindo uma função majorante  $G(x)$ ,

$$G(x) = \exp(\varphi \cdot (x - I_d)), \quad \varphi \leq 0 \quad (7.51)$$

que assume para todos os valores de  $x$  e para qualquer valor de  $\varphi$  menor ou igual a zero um valor maior ou igual a  $C(x)$ , resulta que

$$p_1(I_d) = E\{C(Y_1)\} \leq E\{G(Y_1)\} = M_{Y_1}(\varphi) \cdot e^{-\varphi I_d}, \quad \varphi \leq 0 \quad (7.52)$$

Temos assim que o lado direito da expressão (7.52) assume, para todos os valores de  $\varphi$  menores ou iguais a zero, um valor maior ou igual à probabilidade de erro associada à detecção do "1" lógico. Determinando o mínimo da expressão  $M_{Y_1}(\varphi) \cdot e^{-\varphi I_d}$ , em ordem a  $\varphi$  e para  $\varphi$  menor ou igual a zero, obtemos o menor majorante da probabilidade de erro associada à detecção do "1" lógico dado por esta expressão. Este majorante designa-se por majorante de Chernoff.

É imediato que definindo a função  $C(x)$  como assumindo o valor zero se  $x$  for menor que nível de decisão  $I_d$ , e um se  $x$  for maior ou igual a  $I_d$ , e seguindo um raciocínio em todo análogo ao anterior vamos obter um majorante para a probabilidade de erro associada à recepção do "0" lógico.

$$p_0(I_d) \leq M_{Y_0}(\varphi) \cdot e^{-\varphi I_d}, \quad \varphi \geq 0 \quad (7.53)$$

Aplicando o majorante de Chernoff ao sistema a 2.5 Gbit/s considerado na figura 7.4, obtemos os resultados apresentados na figura 7.8. Nesta figura as circunferências correspondem à aplicação do majorante de Chernoff, considerando o efeito simultâneo do *jitter* e do ruído, ou seja dá-nos um limiar superior para o desempenho do sistema. As cruzes correspondem à aplicação do majorante de Chernoff considerando o efeito mais

relevante, ou seja na parte esquerda do gráfico considerando o efeito do *jitter* e na parte direita considerando o ruído. A cheio temos a solução exacta considerando apenas o efeito mais relevante, ou seja temos um limiar inferior para o desempenho do sistema. A tracejado representa-se a aproximação gaussiana considerando os dois efeitos simultaneamente.

Notemos que para usarmos a aproximação gaussiana temos que calcular a média e a variância da variável decisória, na presença e na ausência de um impulso. A média e a variância da variável decisória na ausência de um impulso podem ser calculadas usando as expressões (6.108) e (6.109), na presença de um impulso obtemos a partir da expressão (7.38) os seguintes resultados

$$m_{Y_1} = \left. \frac{\partial M_{Y_1}(s)}{\partial s} \right|_{s=0} \quad (7.54)$$

e

$$\sigma_{Y_1}^2 = \left. \frac{\partial^2 M_{Y_1}(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} - m_{Y_1}^2 \quad (7.55)$$

Após alguma manipulação algébrica e tendo em consideração as expressões (7.38) a (7.41) obtemos

$$m_{Y_1} = m_{X_1} + D_2 \cdot E(\delta^2) \quad (7.56)$$

e

$$\sigma_{Y_1}^2 = \sigma_{X_1}^2 + D_2^2 \cdot (E(\delta^4) - E(\delta^2)^2) \quad (7.57)$$

sendo

$$E(\delta^2) = \left. \frac{\partial^2 M_\delta(s)}{\partial s^2} \right|_{s=0} = \sigma_{GH}^2 + \frac{1}{4} \cdot (t_2^2 + t_3^2) \quad (7.58)$$

e

$$E(\delta^4) = \left. \frac{\partial^2 M_{\delta^2}(s)}{\partial s^2} \right|_{v=0} = 3 \cdot \sigma_{GH}^4 + \frac{3}{2} \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot (t_2^2 + t_3^2) + \frac{1}{4} \cdot (t_2^4 + t_3^4) \quad (7.59)$$

Conforme podemos verificar na figura 7.8, os resultados obtidos assumindo uma distribuição gaussiana aproximam razoavelmente bem o desempenho do sistema quando o efeito mais relevante é o ruído. No entanto, tal não se verifica quando o efeito mais relevante é o *jitter*.

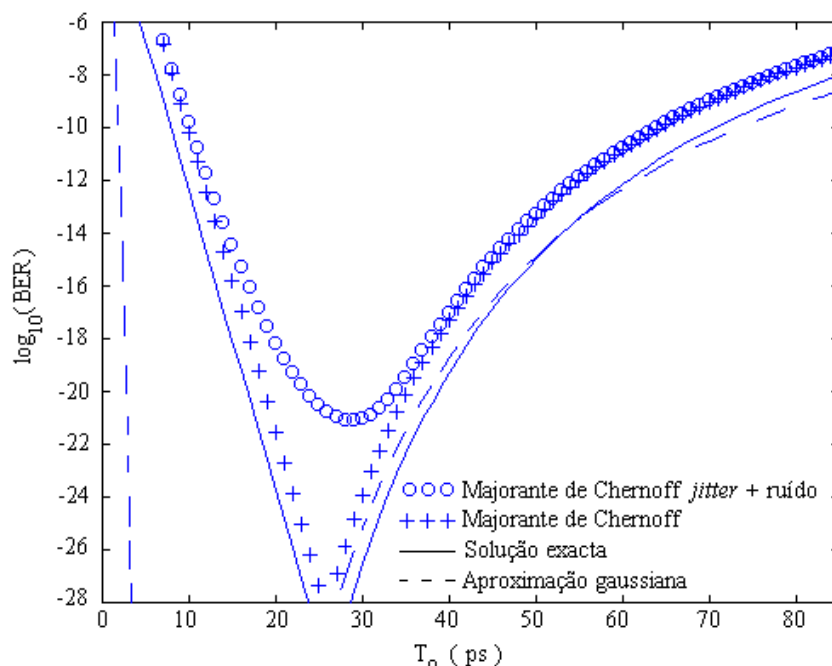


Figura 7.8 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando o efeito do *jitter* e do ruído.

### 7.3 - Interferência entre símbolos

A interferência entre símbolos quantifica a influência da presença de outros símbolos na variável decisória relativa a um dado símbolo.

Temos assim que a variável decisória, que vamos designar por  $Z$ , pode ser considerada como a soma da variável aleatória  $X$ , considerada no capítulo 6, que quantifica o efeito do ruído, da variável aleatória  $J$ , considerada na secção 7.2, que quantifica o efeito do *jitter* e da variável aleatória  $S$ , que quantifica o efeito da interferência entre símbolos



$$Z = X + J - j(t_d, 0) + S \quad (7.60)$$

Na secção 7.3.1 iremos caracterizar a variável aleatória  $S$ . Posteriormente, na secção 7.3.2 iremos considerar o efeito simultâneo do ruído, do *jitter* e da interferência entre símbolos, na análise de desempenho de sistemas baseados em solitões.

### 7.3.1 - Formulação analítica

A variável aleatória  $S$  pode ser definida, para um dado símbolo e para uma dada sequência, como um somatório infinito, incluindo o efeito de todos os símbolos da sequência   excepção daquele que estamos a considerar

$$S = \sum_{\substack{k=-\infty \\ k \neq 0}}^{+\infty} S_k \quad (7.61)$$

Em que a variável aleatória  $S_k$  quantifica a contribuição do símbolo que dista  $k$  símbolos, do símbolo que estamos a considerar.

Notemos que o símbolo que dista  $k$  símbolos do símbolo que estamos a considerar pode assumir o valor lógico "0" ou "1", sendo que quando assume o valor "0" lógico a interferência entre símbolos provocada por esse símbolo é nula, ou seja

$$S_{k,0} = m_{S_{k,0}} = 0 \quad (7.62)$$

Quando o símbolo  $k$  assume o valor lógico "1" a interferência entre símbolos será dada pelo valor da cauda da resposta do filtro equalizador do receptor, no instante de decisão relativo ao símbolo que estamos a detectar, ou seja

$$S_{k,1} = m_{S_{k,1}} = \rho \cdot q \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} h_r(t_d - k \cdot T_{\text{bit}} - \tau) \cdot h_p(\tau) d\tau \quad (7.63)$$

Ao escrevermos as expressões (7.62) e (7.63) estamos a desprezar o ruído e o *jitter*, relativo ao símbolo que dista  $k$  símbolos do símbolo que estamos a considerar, para efeitos de calculo da interferência entre símbolos.

De modo a determinarmos o desempenho do sistema temos que considerar a distribuição da variável decisória  $Z$  condicionada a todas as sequências possíveis. No entanto, para as respostas usuais dos filtros equalizadores usados na prática a degradação provocada pela ISI deve-se essencialmente aos dois símbolos adjacentes. Podemos por isso aproximar o desempenho do sistema pela expressão

$$\begin{aligned} \text{BER} \approx \frac{1}{8} \cdot [P_0(Z_{000} > I_d) + P_0(Z_{100} > I_d) + P_0(Z_{001} > I_d) + P_0(Z_{101} > I_d)] \\ + \frac{1}{8} \cdot [P_1(Z_{010} < I_d) + P_1(Z_{110} < I_d) + P_1(Z_{011} < I_d) + P_1(Z_{111} < I_d)] \quad (7.64) \end{aligned}$$

em que  $Z_{ABC}$  representa a variável decisória associada à sequência  $A\dot{B}C$  em que o símbolo que estamos a considerar é o  $B$ .

Embora na expressão (7.64) tenhamos considerado apenas a interferência provocada pelos dois símbolos adjacentes, é imediato que a mesma formulação pode ser expandida de forma a incluir o efeito de mais símbolos. Obviamente que ao considerarmos sequências lógicas com mais  $k$  símbolos o número de parcelas da expressão (7.64) vem multiplicado por  $2^k$ , o que torna mais extenso o tratamento analítico.

No caso em que a resposta do filtro equalizador é simétrica em torno do instante de decisão podemos simplificar a expressão (7.64) atendendo a que

$$P_0(Z_{100} > I_d) = P_0(Z_{001} > I_d) \quad (7.65)$$

e

$$P_1(Z_{110} < I_d) = P_1(Z_{011} < I_d) \quad (7.66)$$

Porque estamos a considerar que a interferência entre símbolos originada pelos "0" lógicos é nula, podemos rescrever a expressão (7.64), considerando uma resposta do filtro equalizador simétrica em torno do instante de decisão, na forma seguinte

$$\text{BER} \approx \frac{1}{8} \cdot [P_0(X_0 > I_d) + 2 \cdot P_0(Z_{100} > I_d) + P_0(Z_{101} > I_d)]$$

$$+ \frac{1}{8} \cdot [P_1(Y_1 < I_d) + 2 \cdot P_1(Z_{110} < I_d) + P_1(Z_{111} < I_d)] \quad (7.67)$$

em que  $X_0$  e  $Y_1$  representam a variável decisória condicionada, respectivamente, ao símbolo "0" e "1" lógico, consideradas respectivamente no capítulo 6 e secção 7.2.3.

### 7.3.2 - Efeito simultâneo do ruído, do *jitter* e da ISI

Admitindo que a resposta do filtro equalizador do receptor   simétrica em torno do instante de decisão, para calcularmos o desempenho de um dado sistema, considerando simultaneamente o efeito do ruído, do *jitter* e da interferência entre símbolos, devemos estimar o valor da expressão (7.67).

Precisamos pois de calcular a probabilidade associada   ocorrência de seis eventos distintos, ou seja a probabilidade de  $X_0$  ser maior que  $I_d$ , de  $Y_1$  ser menor que  $I_d$ , de  $Z_{100}$  ser maior que  $I_d$ , de  $Z_{101}$  ser maior que  $I_d$ , de  $Z_{110}$  ser menor que  $I_d$  e de  $Z_{111}$  ser menor que  $I_d$ . A probabilidade de ocorrência dos dois primeiros eventos foi calculada, respectivamente, no capítulo 6 e na secção 7.2.3, iremos agora concentrar-nos na probabilidade de ocorrência dos últimos quatro eventos. Para isso vamos começar por escrever a variável decisória condicionada a cada uma das sequências na forma seguinte

$$Z_{100} = X_0 + m_{S_{1,1}} \quad (7.68)$$

$$Z_{101} = X_0 + 2 \cdot m_{S_{1,1}} \quad (7.69)$$

$$Z_{110} = Y_1 + m_{S_{1,1}} \quad (7.70)$$

e

$$Z_{111} = Y_1 + 2 \cdot m_{S_{1,1}} \quad (7.71)$$

Donde podemos concluir que a função geradora de momentos associada   variável decisória condicionada a cada uma das sequências é dada por

$$M_{Z_{100}}(s) = M_{X_0}(s) \cdot \exp(m_{S_{1,1}} \cdot s) \quad (7.72)$$

$$M_{Z_{101}}(s) = M_{X_0}(s) \cdot \exp(2 \cdot m_{S_{1,1}} \cdot s) \quad (7.73)$$

$$M_{Z_{011}}(s) = M_{Y_1}(s) \cdot \exp(m_{S_{1,1}} \cdot s) \quad (7.74)$$

e

$$M_{Z_{111}}(s) = M_{Y_1}(s) \cdot \exp(2 \cdot m_{S_{1,1}} \cdot s) \quad (7.75)$$

sendo  $M_{X_0}(s)$  dada por

$$M_{X_0}(s, m_{X_0}, \sigma_{X_0}) = \exp \left[ m_{X_0} \cdot s + \frac{\sigma_{X_0}^2 \cdot s^2}{2} \right] \quad (7.76)$$

com  $m_{X_0}$  dado por (6.108),  $\sigma_{X_0}^2$  por (6.109),  $M_{Y_1}(s)$  por (7.38) e  $m_{S_{1,1}}$  por (7.63).

Obtemos então a seguinte função densidade de probabilidade generalizada, para o caso da detecção de um impulso, em que A e C representam os dois símbolos adjacentes ao impulso que estamos a considerar

$$W_{Z_{AIC}}(z) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{e^{i \cdot \omega \cdot (m_{X_1} + \kappa \cdot m_{S_{1,1}} - z) - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_{X_1}^2}{2}}}{\sqrt{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2}} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \cdot e^{\frac{i \cdot \omega \cdot t_2^2 \cdot D_2}{2}} \cdot e^{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2} + \frac{1}{4} \cdot e^{\frac{i \cdot \omega \cdot t_3^2 \cdot D_2}{2}} \cdot e^{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{GH}^2 \cdot D_2} \right) \right\} d\omega \quad (7.77)$$

em que  $\kappa$  é igual a zero quando A e C assumem o valor lógico "0", é igual a um quando A assume o valor lógico "1" e C o valor lógico "0" ou quando A assume o valor lógico "0" e C assume o valor lógico "1" e é igual a dois quando A e C assumem ambos o valor lógico "1",  $m_{X_1}$  e  $\sigma_{X_1}^2$  são dados respectivamente por (6.110) e (6.111) e  $m_{S_{1,1}}$  é dado por (7.63).

Para o caso da detecção de um "0" lógico, ou seja na ausência de um impulso, temos

$$W_{Z_{A0C}}(z) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ i \cdot \omega \cdot (m_{X_0} + \kappa \cdot m_{S_{1,1}} - z) - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_{X_0}^2}{2} \right\} d\omega \quad (7.78)$$

em que  $\kappa$  e  $m_{s_{1,1}}$  são obtidos como anteriormente, sendo  $m_{x_0}$  e  $\sigma_{x_0}^2$  dados respectivamente por (6.108) e (6.109).

As expressões (7.77) e (7.78) podem ser resolvidas analiticamente, colocando a zero os parâmetros relativos ao *jitter* na expressão (7.77). Neste caso temos

$$W_{ZABC}(z) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left( i \cdot \omega \cdot (m - z) - \omega^2 \cdot \frac{\sigma_x^2}{2} \right) d\omega = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_x^2}} e^{-\frac{(z-m)^2}{2\sigma_x^2}} \quad (7.79)$$

em que B é igual a zero na ausência de um impulso e é igual a um na detecção de um impulso, sendo o parâmetro m igual a  $m_x + \kappa \cdot m_{s_{1,1}}$ . Notemos que não aparecem explicitamente os índices zero e um nos parâmetros  $m_x$  e  $\sigma_x^2$ , devendo no entanto ser entendido que quando B é igual a zero nos estamos a referir a  $m_{x_0}$  e  $\sigma_{x_0}^2$ , e quando B é igual a um nos estamos a referir a  $m_{x_1}$  e  $\sigma_{x_1}^2$ .

Atendendo a (7.79), obtemos, quando B assume o valor lógico "0", a seguinte expressão para a probabilidade de erro

$$P(z_{A0C} > I_d) = \int_{I_d}^{+\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{x_0}^2}} e^{-\frac{(z-m)^2}{2\sigma_{x_0}^2}} \right) dz = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{I_d - m}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{x_0}^2}} \right) \quad (7.80)$$

em que m é igual a  $m_{x_0} + \kappa \cdot m_{s_{1,1}}$ . Quando B assume o valor "1", obtemos

$$P(z_{A1C} < I_d) = \int_{-\infty}^{I_d} \left( \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{x_1}^2}} e^{-\frac{(z-m)^2}{2\sigma_{x_1}^2}} \right) dz = \frac{1}{2} \cdot \operatorname{erfc} \left( \frac{m - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{x_1}^2}} \right) \quad (7.81)$$

com m igual a  $m_{x_1} + \kappa \cdot m_{s_{1,1}}$ .

Atendendo a (7.64), (7.80) e (7.81) podemos escrever a seguinte expressão para a taxa de erro de bit do sistema, considerando o efeito do ruído e da interferência entre

símbolos, e todas as possíveis combinações dos dois símbolos adjacentes, de acordo com a expressão (7.67),

$$\begin{aligned} \text{BER} \approx \frac{1}{8} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left( \frac{I_d - m_{x_0}}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{x_0}^2}} \right) + \text{erfc} \left( \frac{I_d - (m_{x_0} + m_{s_{l,1}})}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{x_0}^2}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left( \frac{I_d - (m_{x_0} + 2 \cdot m_{s_{l,1}})}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{x_0}^2}} \right) \right] \\ + \frac{1}{8} \cdot \left[ \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left( \frac{m_{x_1} - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{x_1}^2}} \right) + \text{erfc} \left( \frac{m_{x_1} + m_{s_{l,1}} - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{x_1}^2}} \right) + \frac{1}{2} \cdot \text{erfc} \left( \frac{m_{x_1} + 2 \cdot m_{s_{l,1}} - I_d}{\sqrt{2 \cdot \sigma_{x_1}^2}} \right) \right] \quad (7.82) \end{aligned}$$

Desprezando, agora, o efeito do ruído e da interacção entre solitões temos para a detecção de um impulso que  $\sigma_{x_1}^2$ ,  $t_2$  e  $t_3$  assumem o valor zero e  $m_{x_1}$  é igual a  $D_0$ , ver expressão (7.25), logo de (7.77) obtemos

$$W_{\text{ZAIC}}(z) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{i\omega(D_0 + \kappa \cdot m_{s_{l,1}} - z)}}{\sqrt{1 - i \cdot \omega \cdot 2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2 \cdot D_2}} d\omega = \frac{e^{\frac{D_0 + \kappa \cdot m_{s_{l,1}} - z}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2 \cdot D_2}}}{\sqrt{-2 \cdot \pi \cdot \sigma_{\text{GH}}^2 \cdot D_2 \cdot (D_0 + \kappa \cdot m_{s_{l,1}} - z)}} \cdot U(D_0 + \kappa \cdot m_{s_{l,1}} - z) \quad (7.83)$$

em que a função  $U(\cdot)$  é a função degrau. O integral da expressão (7.83) foi calculado usando um procedimento análogo ao usado para calcular (7.45).

De (7.83) obtemos, quando  $B$  é igual a "1", fazendo a transformação  $z = D_0 + \kappa \cdot m_{s_{l,1}} + D_2 \cdot x^2$ ,

$$P(z_{\text{AIC}} < I_d) = 2 \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{\sqrt{(I_d - D_0 - \kappa \cdot m_{s_{l,1}})/D_2}} \frac{e^{-\frac{x^2}{2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}}}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} dx \right\} = \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{I_d - D_0 - \kappa \cdot m_{s_{l,1}}}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} \right) \quad (7.84)$$

Obtendo-se por fim, de acordo com a expressão (7.67), e recordando que na ausência de ruído não temos erros na detecção dos "0" lógicos, desde que o nível de decisão seja, simultaneamente, superior a zero e a  $2 \cdot m_{s_{l,1}}$ ,

$$\text{BER} \approx \frac{1}{8} \cdot \left[ \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{I_d - D_0}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} \right) + 2 \cdot \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{I_d - D_0 - m_{s_{l,1}}}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} \right) + \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{I_d - D_0 - 2 \cdot m_{s_{l,1}}}{2 \cdot D_2 \cdot \sigma_{\text{GH}}^2}} \right) \right] \quad (7.85)$$

De modo a calcularmos quer (7.82), quer (7.85) necessitamos de determinar primeiro  $m_{S_{1,1}}$ . Considerando um receptor do tipo *integrate and dump*, a partir de (7.63), chegamos à seguinte expressão para  $m_{S_{1,1}}$

$$m_{S_{1,1}} = I_1 \cdot V \quad (7.86)$$

Em que  $V$  é um parâmetro que quantifica a percentagem de energia do impulso adjacente que é integrada na detecção do impulso que estamos a considerar, sendo dado por, ver apêndice E,

$$V = \frac{1}{E_s} \cdot P_0 \cdot \int_{T_{bit}/2-r \cdot T_{bit}}^{T_{bit}/2+T_{bit}+r \cdot T_{bit}} \text{sech}^2\left(\frac{t}{T_0}\right) dt = \frac{1}{2} \cdot \left[ \frac{1-e^{-2t/T_0}}{1+e^{-2t/T_0}} \right]_{T_{bit}/2-r \cdot T_{bit}}^{T_{bit}/2+T_{bit}+r \cdot T_{bit}} \quad (7.87)$$

em que  $r$  é um factor que quantifica a sobreposição da janela de integração sobre os períodos adjacentes.

Na secção 7.2.2, referimos que a optimização dos sistemas relativamente ao *jitter* e   interferência entre símbolos é frequentemente uma solução de compromisso. Na altura, esta afirmação baseou-se na intuição, agora temos as ferramentas analíticas que nos permitem comprovar a afirmação. Para isso vamos traçar no mesmo gráfico a evolução de  $V$  e de  $T_r$  em função da largura de banda eléctrica do filtro equalizador, considerando um receptor do tipo *integrate and dump*. Conforme verificámos na secção 7.2.2 quanto maior for  $T_r$  maior será a tolerância do sistema relativamente ao *jitter*, por outro lado quanto maior for o parâmetro  $V$  maior será a degradação provocada pela interferência entre símbolos.

Conforme podemos comprovar na figura 7.9, ao diminuirmos a largura de banda eléctrica do filtro equalizador do receptor estamos a aumentar a janela do receptor, ou seja estamos a tornar o sistema mais tolerante relativamente ao *jitter*, porém estamos a tornar mais crítico o efeito da ISI, fazendo com que usualmente seja possível melhorar o desempenho dos sistemas relativamente ao *jitter*   custa da degradação relativa   ISI e vice-versa. Recordemos que num filtro do tipo *integrate and dump* diminuir a largura de banda eléctrica corresponde a aumentar a janela de integração.

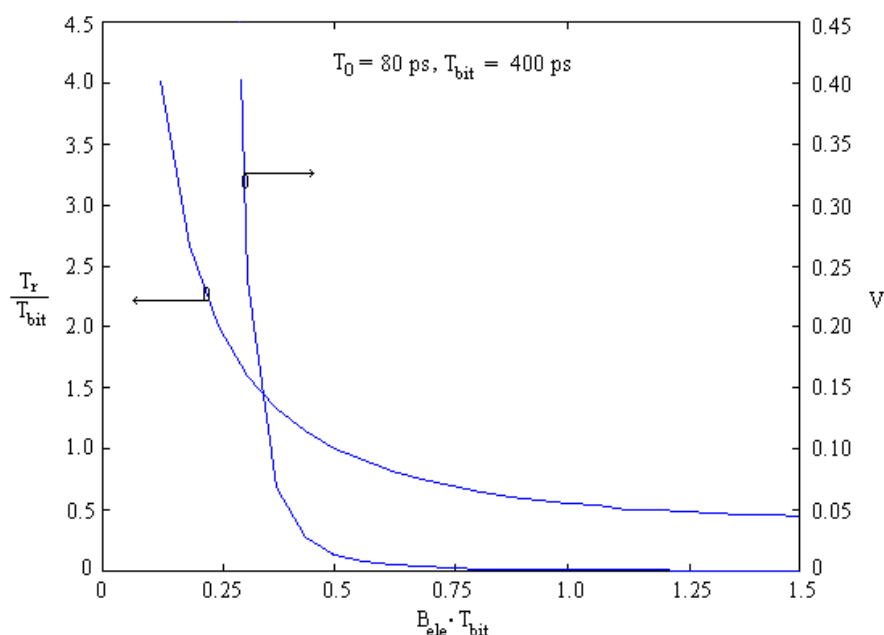


Figura 7.9 - Largura normalizada da janela do receptor e parâmetro  $V$  em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit.

Na figura 7.10 mostramos o factor  $r$ , que quantifica a sobreposição da janela de integração sobre os períodos adjacentes, em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit. Quando  $r$  assume o valor zero a janela de integração coincide com o período do bit.

A implementação de um receptor do tipo *integrate and dump* com um valor de  $r$  positivo, pressupõe a existência de dois ramos no circuito de recepção sendo os impulsos alternadamente detectados num e noutro ramo.

Embora do ponto de vista de implementação prática esta não seja uma solução particularmente interessante, do ponto de vista do tratamento analítico é útil, devido à forma simples da resposta impulsional do filtro *integrate and dump*. As conclusões obtidas para este filtro podem depois ser estendidas a outro tipo de filtros mais facilmente implementáveis.



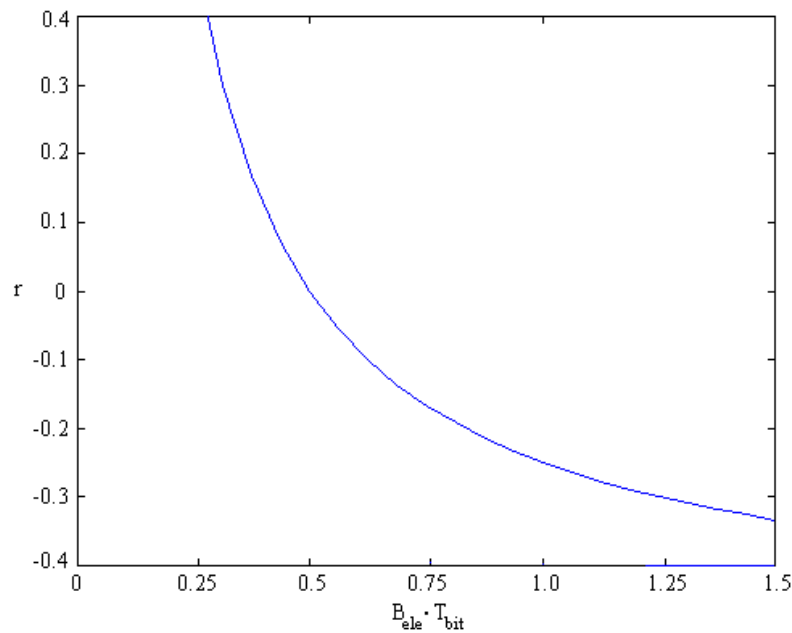


Figura 7.10 - Factor  $r$  em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit, num receptor do tipo *integrate and dump*.

Na figura 7.11 voltamos a calcular o desempenho do sistema a 2.5 Gbit/s, considerado anteriormente na figura 7.8, agora com um filtro equalizador do tipo *integrate and dump* com  $r$  igual a 0.1.

De modo a estimar o desempenho do sistema voltámos a usar o majorante de Chernoff. Na figura 7.11 as circunferências correspondem à aplicação do majorante de Chernoff, considerando o efeito simultâneo do *jitter*, do ruído e da ISI. As cruzes correspondem à aplicação do majorante de Chernoff considerando o efeito mais relevante e a interferência entre símbolos, ou seja na parte esquerda do gráfico considerando o efeito do *jitter* e da ISI e na parte direita considerando o ruído e a ISI. A cheio temos a solução exacta considerando apenas o efeito mais relevante e a ISI, ou seja usando as expressões (7.82) e (7.85). A tracejado mostramos o desempenho do sistema, calculado novamente com base nas expressões (7.82) e (7.85), considerando uma janela de integração coincidente com o período do bit, ou seja com  $r$  igual a zero.

Da figura 7.11 diversas conclusões podem ser retiradas, desde logo comparando o desempenho do sistema considerando  $r$  igual a zero, curva a tracejado, e  $r$  igual a 0.1, curva a cheio, verificamos que ao aumentarmos a janela de integração a degradação devida ao *jitter* diminui consideravelmente, parte esquerda da figura 7.11, por outro lado a

degradação devida à ISI aumenta, o que é particularmente visível para larguras dos impulsos superiores a 40 ps. No entanto, próximo da largura dos impulsos óptima, ou seja para impulsos entre os 20 e os 30 ps, a degradação extra introduzida pelo aumento da ISI é insignificante. Fazendo com que do ponto de vista global, admitindo que o majorante de Chernoff nos dá uma aproximação do desempenho do sistema, um sistema cujo desempenho era da ordem de  $10^{-21}$ , ver figura 7.8, apresente agora um desempenho da ordem de  $10^{-26}$ , ou seja cerca de 5 ordens de grandeza melhor. Isto mostra que é possível otimizar o sistema, de modo a ser mais tolerante ao *jitter*, sem introduzir uma degradação considerável do ponto de vista da interferência entre símbolos, na região de operação óptima.

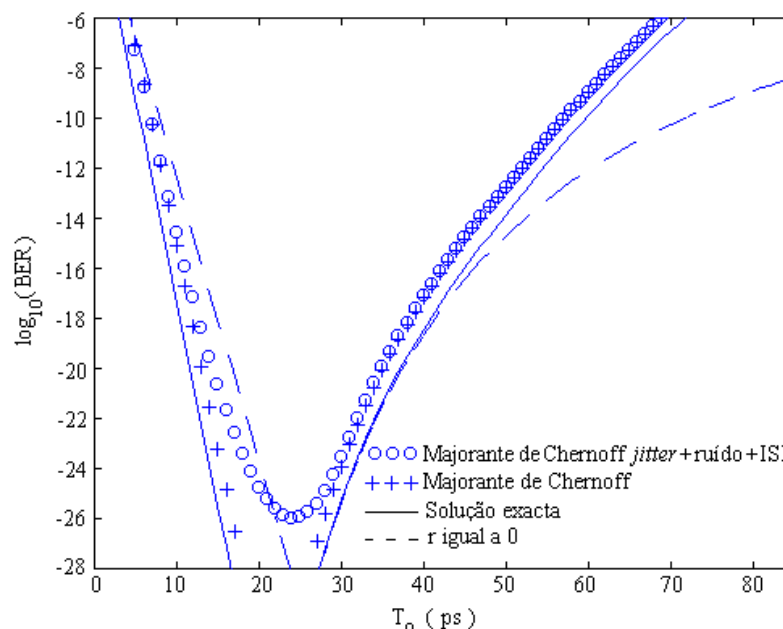


Figura 7.11 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando o efeito do *jitter*, do ruído e da ISI.

Os resultados apresentados na figura 7.11, mostram que um dos maiores problemas dos sistemas baseados em solitões, que é o problema do *jitter*, originado em grande medida por estarmos a lidar com impulsos muito estreitos, pode ser minimizado ao nível do detecção através de um processamento adequado.

## 7.4 - Conclusões

Com as técnicas de análise de desempenho apresentadas neste capítulo e com os resultados dos capítulos 5 e 6, desenvolvemos um novo método de análise de desempenho, aplicável a sistemas baseados em solitões, que inclui simultaneamente o efeito do ruído, do *jitter* e da interferência entre símbolos.

Mostrámos ainda, que ao incluirmos o efeito da interacção entre solitões na análise da degradação devida ao *jitter*, se obtém uma descrição da perda de desempenho, originada pela distribuição não gaussiana do *jitter*, sem a necessidade de incluir qualquer correcção à posterior e que explica o limiar verificado na prática.

Verificámos, igualmente, que é possível actuar ao nível do receptor, de modo a reduzir a perda de desempenho originada pelo *jitter* temporal, sem introduzir uma penalização extra excessiva ao nível da interferência entre símbolos. Ao aplicarmos esta técnica à optimização de um sistema a 2.5 Gbit/s obtivemos ganhos ao nível da probabilidade de erro de aproximadamente 5 ordens de grandeza.

## Referências

- [1] James P. Gordon, and Linn F. Mollenauer, Effects of fiber nonlinearities and amplifier spacing on ultra-long distance transmission, *Journal of Lightwave Technology*, vol. 9, n. 2, pp. 170-173, 1991.
- [2] C.R. Menyuk, Non-gaussian corrections to the Gordon-Haus distribution resulting from soliton interactions, *Optics Letters*, vol. 20, n. 3, pp. 285-287, 1995.
- [3] T. Georges, Bit error rate degradation of interacting solitons owing to non-gaussian statistics, *Electronics Letters*, Vol. 31, No. 14, pp. 1174-1175, 1995.
- [4] A. Nolasco Pinto, Govind P. Agrawal, J. Ferreira da Rocha, Effect of soliton interaction on timing jitter in communication systems, *Journal of Lightwave Technology*, Vol. 16, No. 4, pp. 515-519, 1998.
- [5] Ivan P. Kaminow e Thomas L. Koch (editores), *Optical Fiber Telecommunications III A*, Academic Press, San Diego, EUA, 1997, capítulo 12, pp. 397, escrito por L. F. Mollenauer, J. P. Gordon e P. V. Mamyshev.
- [6] Luís Filipe Botelho Ribeiro, *Sistemas de Comunicação com Amplificação Óptica*, Tese de Doutoramento, Universidade de Aveiro, Aveiro, Portugal, 1995.
- [7] Douglas G. Kelly, *Introduction to Probability*, Macmillan Publishing Company, Nova Iorque, EUA, 1994.
- [8] V. K. Rohatgi, *An Introduction to Probability Theory and Mathematical Statistics*, John Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA, 1976.

## Capítulo 8

# Considerações Finais

### 8.1- Principais conclusões

Durante esta tese foram analisados diversos aspectos relativos à implementação, análise e optimização de sistema de comunicação ópticos baseados em solitões, a operarem a elevados ritmos de transmissão.

No capítulo 2, mostrámos como é possível, com base em ensaios laboratoriais relativamente simples, obter um conjunto de parâmetros capazes de caracterizarem com rigor a fibra óptica. Mostrámos ainda, como é possível descrever a propagação de um campo electromagnético no interior de uma fibra óptica monomodo através da equação da fibra. Particular relevo foi dado à análise e medição da dispersão e ao estudo dos efeitos não lineares em fibras ópticas de sílica.

No capítulo 3, tendo por base a equação da fibra, mostrámos como é possível propagar impulsos do tipo solitão em sistemas práticos. Uma atenção especial foi dedicada

à manutenção de solitões em sistemas com amplificação concentrada. Foram ainda analisadas as propriedades mais relevantes dos impulsos do tipo solitão, com vista à sua utilização em sistemas de comunicação ópticos.

O capítulo 4, foi dedicado ao emissor óptico para sistemas baseados em solitões. Implementámos um emissor de solitões, susceptível de gerar impulsos, suficientemente estreitos, para serem usados em sistemas até aos 10 Gbit/s. A técnica usada para obter impulsos estreitos foi baseada no aproveitamento do primeiro pico das oscilações de relaxação dum laser semiconductor. O trabalho laboratorial foi acompanhado de um intenso trabalho ao nível da simulação numérica, tendo para tal sido necessário proceder a um conjunto de ensaios laboratoriais que permitiram caracterizar o laser semiconductor usado.

Verificámos, no laboratório, que num emissor baseado na modulação directa dum laser semiconductor, se consegue remover grande parte do *chirp*, originado pela modulação da intensidade óptica, recorrendo à filtragem óptica, sem que este procedimento provoque um alargamento substancial dos impulsos no domínio do tempo.

Constatámos que num emissor de solitões, em que o laser é directamente modulado, usando um sinal de relógio eléctrico, a qualidade do circuito que gera o sinal de relógio é um factor importante, pois as oscilações da frequência instantânea do relógio são convertidas em *jitter* no domínio óptico. De igual modo é importante considerar o ruído do laser semiconductor, de modo a obter uma descrição rigorosa do *jitter* temporal à saída do emissor.

No capítulo 5, derivámos um novo modelo analítico para o tempo de chegada dos impulsos, em sistemas baseados em solitões, considerando a interacção entre solitões numa sequência infinita e aleatória de impulsos. Comprovámos numericamente que os desvios relativos ao modelo de Gordon-Haus, observados em diversos ensaios experimentais a operarem a elevados ritmos de transmissão e para longas distâncias, devem-se essencialmente à interacção entre solitões. Tendo por base o modelo, anteriormente desenvolvido, para o tempo de chegada numa sequência aleatória de impulsos e considerando o ruído de emissão espontânea como sendo uma pequena perturbação derivámos um novo modelo para o *jitter* temporal, que inclui o efeito simultâneo do ruído

de emissão espontânea e a interacção entre solitões. Resultados obtidos com o novo modelo não gaussiano para o *jitter*, foram comparados com resultados obtidos a partir da simulação de diversos sistemas práticos, tendo-se obtido uma boa concordância entre ambos os resultados.

No capítulo 6, analisámos o problema da optimização de sistemas baseados em solitões, tendo-se verificado que na optimização relativamente ao ruído, os factores mais relevantes são: a energia do solitão, inversamente proporcional à sua largura, a densidade espectral de ruído à entrada do receptor óptico e os campos dispersivos, ambos grandemente condicionados pelo espaçamento entre amplificadores. Verificámos que é possível melhorar o desempenho dos sistemas relativamente ao ruído, actuando ao nível da transmissão, através da diminuição da largura dos impulsos ou aumentando o número de amplificadores. A diminuição da largura dos impulsos está limitada pelo aumento do *jitter* temporal, e o aumento do número de amplificadores está usualmente condicionada por questões económicas.

Ao nível da detecção derivámos o desempenho óptimo do receptor de solitões. Considerámos diversos filtros práticos, para diversas larguras de banda, e verificámos que o desempenho obtido com estes filtros está ainda consideravelmente distante do desempenho óptimo.

No capítulo 7, utilizando as técnicas de análise de desempenho desenvolvidas no capítulo 6 e o novo modelo desenvolvido para o *jitter* temporal, obtivemos um novo método de análise de desempenho para sistemas baseados em solitões, que inclui simultaneamente o efeito do ruído, do *jitter* e da interferência entre símbolos.

Mostrámos ainda que ao incluirmos o efeito da interacção entre solitões, na análise da degradação devida ao *jitter*, se obtém uma descrição da degradação originada pela distribuição não gaussiana do *jitter*, sem a necessidade de incluir qualquer correcção à posterior e que explica o limiar verificado na prática.

Verificámos que é possível actuar ao nível da detecção de modo a reduzir a perda de desempenho originada pelo *jitter* temporal, sem introduzir uma penalização extra excessiva

ao nível da ISI. Ao aplicarmos esta técnica, na optimização de um sistema a 2.5 Gbit/s, obtivemos ganhos ao nível da probabilidade de erro do sistema de aproximadamente 5 ordens de grandeza.

## 8.2 - Sugestões para trabalho futuro

No decorrer da preparação deste trabalho deparamo-nos com diversos problemas interessantes, alguns foram abordados por nós outros não, sendo assim deixamos aqui alguns tópicos que são susceptíveis de serem aprofundados, na sequência deste trabalho:

1) Algo que nos parece extremamente útil, para no laboratório, podermos testar um conjunto diversificado de modelos e técnicas desenvolvidas, é dispormos de um *loop* óptico, que nos permita variar a distância total de propagação, a separação entre amplificadores, assim como inserir e retirar componentes do sistema. Um sistema com estas características permite, no laboratório e com recursos reduzidos, fazer uma análise comparativa do desempenho, para diferentes configurações, de sistemas de comunicação ópticos de longa distância e muito elevado ritmo de transmissão. Permite ainda validar, no laboratório, o novo modelo para o *jitter* proposto no capítulo 5, assim como as técnicas de determinação do BER desenvolvidas nos capítulos 6 e 7.

2) Muito embora, grande parte do trabalho realizado nesta tese, se tenha centrado no estudo do *jitter* temporal, em sistemas baseados em solitões, este é um tópico com muitas questões em aberto. Nesta tese medimos o *jitter* à saída de um emissor laboratorial, simulámos o emissor e obtivemos uma boa concordância entre ambos os resultados, no entanto julgamos ser interessante aprofundar este estudo de modo a colocar em evidência os fenómenos físicos que lhe dão origem. Ainda ao nível do *jitter* temporal, e após o trabalho realizado no âmbito desta tese, julgamos ser útil dividir o *jitter* temporal em três grandes famílias, uma em que se incluem todos os fenómenos que originam *jitter* através de uma variação aleatória na posição temporal dos solitões, outra onde estão os fenómenos que originam *jitter* através de desvios aleatórios na frequência central dos solitões e ainda outra onde o *jitter* é causado por variações aleatórias na amplitude dos solitões. A importância de cada uma das famílias depende essencialmente do comprimento dos



sistemas, da largura dos impulsos e do ritmo de transmissão. Julgamos ser interessante fazer um estudo comparativo da importância relativa de cada família para diferentes classes de sistemas. Uma outra área que foi apenas superficialmente analisada nesta tese e que nos parece interessante é o controlo do *jitter* durante a propagação. Esta é uma área onde existem diversos trabalhos publicados, mas onde, tendo por base as ferramentas desenvolvidas nesta tese, se pode dar novas contribuições no sentido de quantificar os ganhos conseguidos com as diversas técnicas de controlo propostas.

3) Uma das áreas menos estudadas na optimização de sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões é a recepção óptica. Conforme comprovamos nesta tese, os resultados actualmente obtidos, experimentalmente, estão muito distantes do desempenho óptimo. Julgamos que, aprofundando o conhecimento disponível nesta área, é possível obter ganhos consideráveis em termos de capacidade dos sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões.

4) De igual modo o desenvolvimento de técnicas de análise semi analíticas, baseadas em resultados da simulação numérica ou em medições experimentais, com capacidade de aferir com rigor o desempenho dos sistemas de comunicação ópticos baseados em solitões e facilitar a sua optimização, é outra área da investigação interessante e ainda pouco explorada. Em particular, o estudo comparativo entre as diversas técnicas analíticas propostas na literatura especializada, baseadas quer em majorantes quer na determinação aproximada das funções densidade de probabilidades condicionadas, e resultados de ensaios laboratoriais, parece-nos importante para aferir da qualidade das aproximações obtidas. Tendo por base este estudo, acreditamos ser possível desenvolver novos majorantes, aplicáveis a sistemas baseados em solitões, que permitam obter melhores aproximações do desempenho dos sistemas.

5) Uma área de investigação recente, e onde julgamos que os solitões ópticos podem ter um papel relevante, atendendo à sua robustez, é o desenvolvimento de uma camada óptica com capacidades ao nível da rede. Neste domínio pretende-se transferir funcionalidades, actualmente, executadas no domínio eléctrico para o domínio óptico, aumentando a capacidade de transmissão dos sistemas, tornando-os mais simples e menos

onerosos. Questões como a adição e remoção de canais em sistemas WDM, reconversão de comprimentos de onda, reconhecimento de cabeçalhos, encaminhamento de sinais e pacotes irão assumir uma relevância crescente. Embora ainda numa fase embrionária, o autor acredita, que muitos dos ganhos futuros, em termos de capacidades dos sistemas de comunicação ópticos, serão conseguidos com base em resultados oriundos desta área da investigação.

# Apêndices



## Apêndice A

### Desvio Instantâneo da Frequência da Portadora Óptica

Neste apêndice, mostraremos como, através da montagem apresentada na figura 4.12, se pode medir o desvio instantâneo da frequência da portadora óptica.

Começaremos por analisar o comportamento do modulador interferométrico do tipo Mach-Zehnder, usado no laboratório, e depois derivamos uma expressão para a variação da frequência instantânea do sinal óptico.

#### A.1 O Modulador interferométrico do tipo Mach-Zehnder

O modulador que usámos no decorrer da realização do trabalho apresentado nesta tese foi um modulador interferométrico, do tipo Mach-Zehnder, fabricado pela Lucent Technologies, com o número de série 3035 e modelo x2623C, constituído por um guia de onda de Titânio (Ti) implementado num substrato de Niobáto de Lítio ( $\text{LiNbO}_3$ ) [1]. O guia de onda é dividido em dois braços, que são posteriormente juntos, conforme pode ser observado na figura A.1.

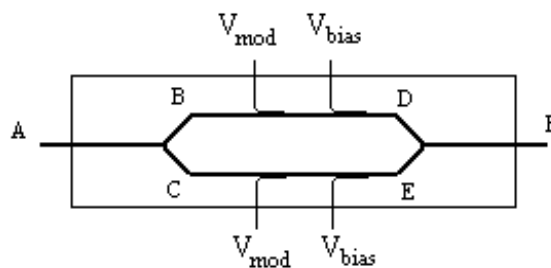


Figura A.1 - Modulador interferométrico do tipo Mach-Zehnder.

O campo óptico é inicialmente dividido, e posteriormente, quando os dois braços se juntam, cria-se um fenómeno de interferência entre os dois campos. Este processo de interferência é construtivo ou destrutivo dependendo da diferença de fase dos campos

provenientes dos dois braços. Num modulador deste tipo, o controlo da diferença de fase é conseguido através da aplicação de uma tensão eléctrica, a cada um dos braços do modulador, de modo a alterar o valor do índice de refração no guia de onda, variando assim o atraso de fase induzido.

O comportamento do modulador pode ser analisado considerando o campo eléctrico em diferentes pontos. Supondo que no ponto A, ver figura A.1, temos para o campo eléctrico

$$E_A(t) = E_0 \cdot \cos(-\omega \cdot t) \quad (A.1)$$

e considerando um divisor de potência equilibrado teremos no ponto B e C o seguinte valor para o campo eléctrico

$$E_B(t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(-\omega \cdot t) \quad (A.2)$$

e

$$E_C(t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(-\omega \cdot t) \quad (A.3)$$

Considerando que o braço BD, que iremos designar como braço um, introduz um atraso de fase de  $\phi_1$  e o braço CE, que iremos designar como braço dois, um atraso de fase  $\phi_2$ , temos nos pontos D e E

$$E_D(t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\phi_1 - \omega \cdot t) \quad (A.4)$$

e

$$E_E(t) = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \cdot \cos(\phi_2 - \omega \cdot t) \quad (A.5)$$

À saída do modulador, ponto F, teremos

$$\begin{aligned} E_F(t) &= \frac{E_0}{2} \cdot \cos(\phi_1 - \omega \cdot t) + \frac{E_0}{2} \cdot \cos(\phi_2 - \omega \cdot t) \\ &= E_0 \cdot \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\phi_1 + \phi_2}{2} - \omega \cdot t\right) \end{aligned} \quad (A.6)$$

Podemos então escrever a envolvente complexa do campo eléctrico, no ponto F, da seguinte forma

$$A_F = E_0 \cdot \cos\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) \cdot \exp\left(i \cdot \frac{\phi_1 + \phi_2}{2}\right) \quad (\text{A.7})$$

Conforme podemos concluir da expressão (A.7) o modular interferométrico do tipo Mach-Zehnder, permite modular a amplitude e fase do campo eléctrico.

Centrando a nossa atenção, por agora, na modulação de amplitude. Temos que a potência óptica à saída do modulador, atendendo à normalização adoptada nesta tese, ver expressão (2.59), será dada por

$$P_{\text{out}} = |A_F|^2 = E_0^2 \cdot \cos^2\left(\frac{\phi_1 - \phi_2}{2}\right) = E_0^2 \cdot \cos^2(\varphi) \quad (\text{A.8})$$

em que  $\varphi$  é metade da diferença entre os atrasos de fase induzidos em cada um dos braços do modulador.

A expressão (A.8) dá-nos a resposta do modulador, em função de metade da diferença entre os atrasos de fase induzidos em cada um dos braços do modulador, conforme se pode observar na figura A.2.

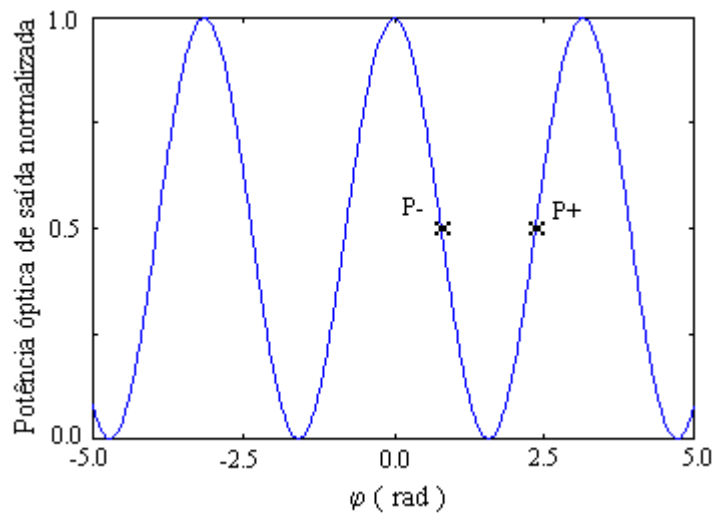


Figura A.2 - Potência óptica de saída normalizada, em função de metade da diferença entre os atrasos de fase induzidos em cada um dos braços do modulador.

Um dos parâmetros, usualmente importante nos dispositivos capazes de modular a intensidade luminosa é o coeficiente do *chirp* que relaciona a modulação de intensidade com a modulação de fase.

De acordo com a expressão (2.12) temos para o coeficiente do *chirp* do modulador

$$\alpha_{\text{ch}} = 2 \cdot P \cdot \frac{d\phi}{dt} \bigg/ \frac{dP}{dt} \quad (\text{A.9})$$

em que  $P$  é a potência óptica à saída do modulador e  $\phi$  é dado por, de acordo com a expressão (A.7),

$$\phi = \frac{\phi_1 + \phi_2}{2} \quad (\text{A.10})$$

Atendendo a (A.8), (A.9) e (A.10) temos

$$\alpha_{\text{ch}} = \frac{\frac{d\phi_1}{dt} + \frac{d\phi_2}{dt}}{\frac{d\phi_1}{dt} - \frac{d\phi_2}{dt}} \cdot \cot\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) \quad (\text{A.11})$$

Notemos que o atraso de fase induzido em cada um dos braços do modulador é dado por

$$\phi_j = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot n_j \cdot L \quad (\text{A.12})$$

em que  $j$  assume o valor um ou dois,  $\lambda$  é o comprimento de onda no vazio, do campo óptico incidente,  $n_j$  é o índice de refração de cada um dos braços do modulador e  $L$  é o comprimento dos braços do modulador, que iremos assumir que são iguais.

O índice de refração de cada um dos braços do modulador pode ser escrito como a soma do índice de refração do material e uma componente proporcional à tensão aplicada [2], ou seja

$$n_j = n + \Delta n_j = n + \kappa \cdot V_j \quad (\text{A.13})$$



em que  $\kappa$  é a constante de proporcionalidade entre a variação do índice de refração  $\Delta n_j$  e a tensão aplicada  $V_j$ .

Operando o modular em torno de metade do valor máximo da potência óptica de saída, com dois sinais de tensão sinusoidais, a menos de uma tensão de polarização, obtemos para o *chirp* do modular [2], assumindo uma aproximação válida para pequenos sinais para os valores da tensão aplicada a cada um dos braços do modulador,

$$\alpha_{ch} = \frac{V_1 + V_2}{V_1 - V_2} \quad (A.14)$$

Da expressão (A.14) podemos concluir que num modulador deste tipo é possível modular a intensidade óptica, sem introduzir qualquer variação na frequência instantânea do sinal óptico, desde que se garanta que os sinais de tensão aplicados a cada um dos braços do modulador, a menos duma tensão de polarização, são simétricos.

## A.2 Variação da frequência instantânea do sinal óptico

Na análise efectuada na secção anterior, assumimos que a frequência do sinal óptico incidente no modulador era fixa e permanecia constante ao longo do tempo. Vamos agora admitir que a frequência do sinal óptico varia ao longo do tempo.

Podemos escrever o atraso de fase induzido em cada um dos braços do modulador, em função da frequência do sinal óptico, na forma seguinte, ver expressão (A.12),

$$\phi_j = \frac{\omega \cdot L}{v_j} \quad (A.15)$$

em que  $\omega$  é a frequência angular instantânea do sinal óptico e  $v_j$  é a velocidade de propagação no braço  $j$ .

De (A.15) temos que metade da diferença dos atrasos de fase induzidos, em cada um dos braços do modulador, é dada por

$$\phi = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \omega \cdot \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right) \quad (A.16)$$

Tendo por base a expressão (A.8) e (A.16) podemos definir o desvio da frequência angular do sinal de entrada que faz com que a resposta em intensidade do modulador, expressão (A.8) salte de um mínimo para o mínimo seguinte.

$$\Delta\omega_{\text{FSR}} = \frac{2\pi}{L \cdot \left( \frac{1}{v_1} - \frac{1}{v_2} \right)} \quad (\text{A.17})$$

Assumindo que o desvio instantâneo da frequência da fonte é menor que  $\Delta\omega_{\text{FSR}}/4$  e polarizando o modulador em torno do ponto P-, ver figura A.2, isto é aplicando uma tensão que provoque uma diferença de fase de  $\pi/2$ , entre os sinais que percorrem cada um dos braços do modulador, obtemos, a partir de (A.8),

$$\begin{aligned} P_{-, \text{out}}(t) &= \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{\pi}{4} + 2 \cdot \Delta\phi\right) \\ &= \frac{E_0^2}{2} - \frac{E_0^2}{2} \cdot \sin(\delta) \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

onde  $\delta = 2 \cdot \pi \cdot \Delta\omega / \Delta\omega_{\text{FSR}}$ , sendo  $\Delta\omega = \omega - \omega_c$ , onde  $\omega_c$  é a frequência angular central do laser.

Polarizando o modulador em torno do ponto P+, ver figura A.2, isto é aplicando uma tensão que provoque uma diferença de fase de  $3\pi/2$  temos

$$\begin{aligned} P_{+, \text{out}}(t) &= \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \cdot \cos\left(2 \cdot \frac{3 \cdot \pi}{4} + 2 \cdot \Delta\phi\right) \\ &= \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} \cdot \sin(\delta) \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

Colocando um fotodetector depois do modulador e atendendo que o sinal à saída do fotodetector é proporcional à potência óptica incidente, podemos definir  $V_{o+}(t) = \eta \cdot P_{+, \text{out}}(t)$  e  $V_{o-}(t) = \eta \cdot P_{-, \text{out}}(t)$ , onde  $\eta$  relaciona a potência óptica incidente no fotodetector com a tensão medida numa resistência colocada aos seus terminais.

Definindo

$$V_A(t) = \frac{V_{o+}(t) + V_{o-}(t)}{2} \quad (\text{A.20})$$

e

$$V_B(t) = \frac{V_{o+}(t) - V_{o-}(t)}{2} \quad (\text{A.21})$$

temos

$$V_A = \frac{1}{2} \cdot \eta \cdot E_0^2 \quad (\text{A.22})$$

e

$$V_B = \frac{1}{2} \cdot \eta \cdot E_0^2 \cdot \sin(\delta) \quad (\text{A.23})$$

De (A.22) e (A.23) podemos obter a expressão para o desvio de frequência instantânea

$$\Delta\omega = \frac{\Delta\omega_{\text{FSR}} \cdot \arcsin(V_B/V_A)}{2 \cdot \pi} \quad (\text{A.24})$$

Recordando o esquema apresentado na figura 4.12, temos que o processo usado para a medição do desvio instantâneo da frequência da portadora óptica, consiste em polarizar o modulador no ponto P-, fazer a aquisição do sinal  $V_{o-}(t)$ , de seguida polarizar o modulador no ponto P+ e fazer a aquisição de  $V_{o+}(t)$ . Finalmente, calcula-se o desvio instantâneo da frequência da portadora óptica com base nas expressões (A.20), (A.21) e (A.24).

## Referências

- [1] AT&T Microelectronics, Lithium niobate intensity (amplitude) modulator, Memorando técnico, Junho de 1995.
- [2] AT&T Microelectronics, The relationship between chirp and voltage for the AT&T Mach-Zehnder lithium niobate modulators, Memorando técnico, Outubro de 1995.



## Apêndice B

### Densidade Espectral de Potência do Solitão

Neste apêndice é derivada a densidade espectral de potência do solitão óptico. A densidade espectral de potência do solitão óptico dá-nos a distribuição da potência óptica, no domínio da frequência, em torno da frequência central do laser.

A densidade espectral de potência óptica do solitão pode ser calculado pela seguinte relação [1], atendendo à normalização adoptada nesta tese, ver expressão (2.59),

$$G_s(f) = |A(f)|^2 \quad (\text{B.1})$$

sendo  $A(f)$  a transformada de Fourier da envolvente complexa do campo eléctrico do solitão. A envolvente complexa do campo eléctrico é dada por, no domínio do tempo,

$$A(t) = \sqrt{P_0} \cdot \text{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) \quad (\text{B.2})$$

admitindo a ausência de *chirp*.

Temos então

$$\begin{aligned} A(f) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \sqrt{P_0} \cdot \text{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) \cdot \exp(i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) dt \\ &= \sqrt{P_0} \cdot \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} \cos(2 \pi f t) \cdot \text{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) dt + i \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(2 \pi f t) \cdot \text{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) dt \right\} \quad (\text{B.3}) \end{aligned}$$

Atendendo a que o produto entre a função seno e a função secante hiperbólica é uma função ímpar, o segundo integral da expressão (B.3) assume o valor zero, por outro lado como o produto entre a função coseno e a função secante hiperbólica é uma função par temos

$$A(f) = 2 \cdot \sqrt{P_0} \cdot \int_0^{+\infty} \cos(2\pi f t) \cdot \operatorname{sech}\left(\frac{t}{T_0}\right) dt \quad (\text{B.4})$$

Após consulta duma tabela de integrais obtemos [2]

$$\int_0^{+\infty} \cos(\alpha \cdot x) \cdot \operatorname{sech}(\beta \cdot x) dx = \frac{\pi}{2 \cdot \beta} \cdot \operatorname{sech}\left(\frac{\alpha \cdot \pi}{2 \cdot \beta}\right) \quad (\text{B.5})$$

Atendendo às expressões (B.1), (B.4) e (B.5) temos

$$G_s(f) = P_0 \cdot T_0^2 \cdot \pi^2 \cdot \operatorname{sech}^2(\pi^2 \cdot f \cdot T_0) \quad (\text{B.6})$$

De (B.6) temos que a largura a meia altura do espectro será dada por [3]

$$B_{\text{fwhm}} = \frac{1}{T_0 \cdot \pi^2} \cdot 2 \cdot \ln(1 + \sqrt{2}) \quad (\text{B.7})$$

Por outro lado a largura a meia altura do solitão óptico em potência é dada por [3]

$$T_{\text{fwhm}} = T_0 \cdot 2 \cdot \ln(1 + \sqrt{2}) \quad (\text{B.8})$$

O produto entre a largura a meia altura do solitão em potência, no domínio do tempo, pela largura a meia altura da densidade espectral de potência, usualmente designado por TB, é dado por

$$TB = T_{\text{fwhm}} \cdot B_{\text{fwhm}} = \frac{1}{\pi^2} \cdot \left[2 \cdot \ln(1 + \sqrt{2})\right]^2 \approx 0.315 \quad (\text{B.9})$$

Notemos que o produto TB é independente da largura temporal do solitão, assumindo o valor de 0.315 para qualquer solitão sem *chirp*. Este valor é frequentemente usado como figura de mérito para avaliar as características espectrais de impulsos do tipo solitão.

## Referências

- [1] A. Bruce Carlson, Communication systems, McGraw-Hill, Singapura, Singapura, 1986, pp. 106-115.
- [2] I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, Table of integrals, series, and products, Academic Press, San Diego, EUA, 1980, pp. 503.
- [3] G. P. Agrawal, Fiber - optic communication systems, John Wiley & Sons, Nova Iorque, EUA, 1992, pp. 404.





## Apêndice C

### Derivação das Expressões para a Interação entre Solitões

Neste apêndice iremos apresentar os passos intermédios da resolução dos sistemas de equações diferenciais (5.9), (5.10) e (5.15), (5.16). Que descrevem, respectivamente, a interação entre solitões no caso de dois e três solitões.

#### C.1 Sistema de equações diferenciais (5.9) e (5.10)

O sistema de equações diferenciais (5.9) e (5.10) descreve a dinâmica de interação entre dois solitões. Nesta secção iremos apresentar a sua resolução detalhada. Para isso vamos começar por escrever o sistema de equações na forma seguinte

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \xi^2} = -C(q) \cdot \cos(2 \cdot \psi) \quad (C.1)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} = C(q) \cdot \sin(2 \cdot \psi) \quad (C.2)$$

em que  $C(q) = 4 \cdot \exp(-2 \cdot q)$ .

Multiplicando ambos os membros da equação (C.2) por menos a unidade imaginária e adicionando (C.1) obtemos

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \xi^2} - i \cdot \frac{\partial^2 \psi}{\partial \xi^2} = -4 \cdot \exp(-2 \cdot (q - i \cdot \psi)) \quad (C.3)$$

Designando  $q - i \cdot \psi$  por  $\rho$  podemos rescrever (C.3) na forma seguinte

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial \xi^2} = -4 \cdot \exp(-2 \cdot \rho) \quad (\text{C.4})$$

Repetindo o procedimento efectuado para obter (C.4), mas multiplicando, agora, (C.2) pela unidade imaginária e designando  $q + i\psi$  por  $w$ , obtemos

$$\frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} = -4 \cdot \exp(-2 \cdot w) \quad (\text{C.5})$$

Notemos que

$$q = \frac{w + \rho}{2} \quad (\text{C.6})$$

e

$$\psi = \frac{w - \rho}{2 \cdot i} \quad (\text{C.7})$$

Admitindo uma solução da forma seguinte, para (C.4),

$$\rho = \ln[k_1 \cdot \cos(k_2 \cdot \xi)] \quad (\text{C.8})$$

em que  $k_1$  e  $k_2$  são números complexos, obtemos após substituírmos (C.8) em (C.4)

$$k_1^2 \cdot k_2^2 = 4 \quad (\text{C.9})$$

Admitindo que  $q(0) = q_0$  e  $\psi(0) = \psi_0$ , e que a primeira derivada em ordem a  $\xi$  de  $q$  e  $\psi$ , na origem, são ambas nulas, obtemos, fazendo  $\xi$  igual a zero na equação (C.8) e atendendo a (C.9),

$$k_1 = \exp(q_0 - i \cdot \psi_0) \quad (\text{C.10})$$

e

$$k_2 = 2 \cdot \exp(-q_0 + i \cdot \psi_0) \quad (\text{C.11})$$

Repetindo o procedimento usado para resolver (C.4), para a equação (C.5), e assumindo uma solução da forma

$$w = \ln[k_3 \cdot \cos(k_4 \cdot \xi)] \quad (C.12)$$

Obtemos

$$k_3 = \exp(q_0 + i \cdot \psi_0) \quad (C.13)$$

e

$$k_4 = 2 \cdot \exp(-q_0 - i \cdot \psi_0) \quad (C.14)$$

Atendendo a (C.6), (C.7), (C.8) e (C.12) obtemos, após alguma manipulação algébrica, notando que  $\cos(ix) = \cosh(x)$ ,

$$q(\xi) = q_0 + \frac{1}{2} \cdot \ln \left[ \frac{\cosh[4 \cdot \exp(-q_0) \cdot \sin(\psi_0) \cdot \xi] + \cos[4 \cdot \exp(-q_0) \cdot \cos(\psi_0) \cdot \xi]}{2} \right] \quad (C.15)$$

$$\psi(\xi) = \psi_0 + \frac{1}{2 \cdot i} \cdot \ln \left[ \frac{\cos[2 \cdot \exp(-q_0) \cdot \exp(-i \cdot \psi_0) \cdot \xi]}{\cos[2 \cdot \exp(-q_0) \cdot \exp(i \cdot \psi_0) \cdot \xi]} \right] \quad (C.16)$$

## C.2 Sistema de equações diferenciais (5.15) e (5.16)

O sistema de equações diferenciais (5.15) e (5.16), descreve a dinâmica de interação entre o solitão externo e o solitão central num sistema de três solitões. Nesta secção iremos apresentar a sua resolução, considerando uma diferença de fase nula entre solitões.

Atendendo a que a diferença de fase é nula, na origem, ou seja  $\psi(0)$  é igual a zero, e considerando igualmente que a primeira derivada em ordem a  $\xi$  da diferença de fase é nula, na origem, temos, a partir de (5.16), que a segunda derivada também é nula, ou seja a diferença de fase permanece nula durante a propagação. Podemos assim rescrever (5.15) como

$$\frac{\partial^2 q}{\partial \xi^2} = -2 \cdot a \cdot \exp(-q) \quad (C.17)$$

Admitindo uma solução da forma seguinte, para (C.17),

$$q = 2 \cdot \ln[k_1 \cdot \cos(k_2 \cdot a \cdot \xi)] \quad (\text{C.18})$$

em que  $k_1$  e  $k_2$  são números complexos, temos, admitindo que  $q(0) = q_0$ , e a primeira derivada em ordem a  $\xi$  de  $q$ , na origem, é nula,

$$2 \cdot \ln[k_1] = q_0 \quad (\text{C.19})$$

e

$$k_1^2 \cdot k_2^2 = \frac{1}{a} \quad (\text{C.20})$$

Recordando que  $a = 2 \cdot \exp(-q_0)$  temos

$$k_1 = \sqrt{\frac{2}{a}} \quad (\text{C.21})$$

e

$$k_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\text{C.22})$$

Donde se obtém finalmente

$$q = q_0 + \ln \left[ \cos^2 \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot a \cdot \zeta \right) \right] \quad (\text{C.23})$$

## Apêndice D

### Derivação da Variância do *Jitter* Devido ao Efeito de Raman

Neste apêndice apresentamos os passos intermédios da derivação da expressão (5.38), que nos dá à variância do *jitter* temporal devido ao efeito de Raman.

Conforme vimos na secção 5.3.3, a variância do *jitter* devido ao efeito de Raman, pode ser obtida, calculando a esperança do quadrado do terceiro e quarto termo da expressão (5.36), ou seja

$$\begin{aligned}
 \sigma_{R,\delta\tau}^2 &= \left(\frac{32}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot E\left\{\left(\delta u_{s,1} + \delta u_{s,1} + \delta u_{s,1} + \delta u_{s,2} + \delta u_{s,1} + \delta u_{s,1} + \delta u_{s,2} + \delta u_{s,1} + \delta u_{s,2} + \delta u_{s,3} + \dots\right)^2\right\} \\
 &+ \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot E\left\{\left(\delta u_{s,1} + \delta u_{s,1} + \delta u_{s,2} + \delta u_{s,1} + \delta u_{s,2} + \delta u_{s,3} + \dots\right)^2\right\} \\
 &- 2 \cdot 2 \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot E\left\{\sum_{m=1}^{N_a} \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^k \delta u_{s,j} \cdot \sum_{k=1}^{N_a} \sum_{j=1}^k \delta u_{s,j}\right\} \\
 &= \left(\frac{32}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot E\left\{\left(N_a \cdot \delta u_{s,1} + (N_a - 1) \cdot (\delta u_{s,1} + \delta u_{s,2}) + \dots\right)^2\right\} \\
 &+ \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot E\left\{\left(N_a \cdot \delta u_{s,1} + (N_a - 1) \cdot \delta u_{s,2} + \dots\right)^2\right\} \\
 &- 4 \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot E\left\{\sum_{m=1}^{N_a} \sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^k \delta u_{s,j} \cdot \sum_{k=1}^{N_a} \sum_{j=1}^k \delta u_{s,j}\right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{32}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot E \left\{ \left( \delta u_{s,1} \cdot \sum_{j=1}^{N_a} j + \delta u_{s,2} \cdot \sum_{j=1}^{N_a-1} j + \delta u_{s,3} \cdot \sum_{j=1}^{N_a-2} j + \dots \right)^2 \right\} \\
&+ \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ N_a^2 + (N_a - 1)^2 + \dots \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&- 4 \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ N_a \cdot \sum_{j=1}^{N_a} j + (N_a - 1) \cdot \sum_{j=1}^{N_a-1} j + (N_a - 2) \cdot \sum_{j=1}^{N_a-2} j + \dots \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&= 4 \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ \left( \sum_{j=1}^{N_a} j \right)^2 + \left( \sum_{j=1}^{N_a-1} j \right)^2 + \left( \sum_{j=1}^{N_a-2} j \right)^2 + \dots \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&+ \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \sum_{j=1}^{N_a} j^2 \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&- 4 \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ N_a \cdot \sum_{j=1}^{N_a} j + (N_a - 1) \cdot \sum_{j=1}^{N_a-1} j + (N_a - 2) \cdot \sum_{j=1}^{N_a-2} j + \dots \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&= 4 \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^3 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ \left( \frac{N_a^2}{2} + \frac{N_a}{2} \right)^2 + \left( \frac{(N_a - 1)^2}{2} + \frac{(N_a - 1)}{2} \right)^2 + \dots \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&+ \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot N_a^3 \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&- 4 \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ \left( \frac{N_a^2}{2} + \frac{N_a}{2} \right) + \left( \frac{(N_a - 1)^2}{2} + \frac{(N_a - 1)}{2} \right) + \dots \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&= \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^3 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{N_a} j^4 + 2 \cdot \sum_{j=1}^{N_a} j^3 + \sum_{j=1}^{N_a} j^2 \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
&+ \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot N_a^3 \cdot \sigma_{u_s}^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -2 \cdot \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ \sum_{j=1}^{N_a} j^2 + \sum_{j=1}^{N_a} j \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
& = \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ \frac{N_a^5}{5} + \frac{N_a^4}{2} + \frac{N_a^3}{3} + \frac{N_a^3}{3} - 2 \cdot \frac{N_a^3}{3} - N_a^2 - N_a \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \\
& = \left(\frac{16}{15}\right)^2 \cdot \tau_R^2 \cdot u_{s,0}^6 \cdot \xi_a^4 \cdot \left\{ \frac{N_a^5}{5} + \frac{N_a^4}{2} - N_a^2 - N_a \right\} \cdot \sigma_{u_s}^2 \tag{D.1}
\end{aligned}$$

Na derivação da expressão (D.1), assumiu-se que  $N_a$ , ou seja o número de amplificadores ópticos do sistema, é suficientemente grande de modo a serem válidas as aproximações

$$\sum_{i=1}^{N_a} j^4 \approx \int_0^{N_a} j^4 dj = \frac{N_a^5}{5} \tag{D.2}$$

$$\sum_{i=1}^{N_a} j^3 \approx \int_0^{N_a} j^3 dj = \frac{N_a^4}{4} \tag{D.3}$$

e

$$\sum_{i=1}^{N_a} j^2 \approx \int_0^{N_a} j^2 dj = \frac{N_a^3}{3} \tag{D.4}$$





## Apêndice E

### Potência Média do Símbolo Lógico "1"

Neste apêndice vamos começar por calcular a energia do solitão e posteriormente iremos calcular a potência média do símbolo lógico "1".

A energia de um solitão óptico é dada pelo integral de  $-\infty$  a  $+\infty$  do modulo ao quadrado da envolvente complexa do campo eléctrico, atendendo à normalização adoptada nesta tese, ver expressão (2.59), ou seja

$$E_s = \int_{-\infty}^{+\infty} P_0 \cdot \text{sech}^2\left(\frac{t}{T_0}\right) dt \quad (\text{E.1})$$

Após consulta duma tabela de primitivas obtemos [1]

$$\int \text{sech}^2(u) du = \tanh(u) \quad (\text{E.2})$$

Usando as expressões (E.1) e (E.2) e tendo em conta que o quadrado da função secante hiperbólica é uma função par temos

$$E_s = 2 \cdot P_0 \cdot \int_0^{+\infty} \text{sech}^2\left(\frac{t}{T_0}\right) dt = 2 \cdot P_0 \cdot T_0 \cdot \left[ \frac{1 - e^{-2t/T_0}}{1 + e^{-2t/T_0}} \right]_0^{+\infty} = 2 \cdot P_0 \cdot T_0 \quad (\text{E.3})$$

Associando ao símbolo lógico "1" a presença de um solitão, a potência média do símbolo lógico "1" será dada pelo quociente entre a energia do solitão, calculada no período do bit, ou seja considerando como limites de integração  $-T_{\text{bit}}/2$  e  $T_{\text{bit}}/2$ , e o período do bit. Quando  $T_{\text{bit}} \gg T_0$ , praticamente toda a energia do solitão está concentrada no período do bit e a potência média associada ao símbolo lógico "1" pode ser aproximada por

$$P_M = \frac{2 \cdot P_0 \cdot T_0}{T_{\text{bit}}} \quad (\text{E.4})$$

No caso de não se verificar a condição anterior obtemos

$$P_M = 2 \cdot \frac{P_0}{T_{\text{bit}}} \cdot \int_0^{T_{\text{bit}}/2} \text{sech}^2\left(\frac{t}{T_0}\right) dt = 2 \cdot P_0 \cdot \frac{T_0}{T_{\text{bit}}} \cdot \left( \frac{1 - e^{-T_{\text{bit}}/T_0}}{1 + e^{-T_{\text{bit}}/T_0}} \right) \quad (\text{E.5})$$

Notemos que teríamos obtido o mesmo resultado, para a energia do solitão, operando no domínio da frequência, ou seja, calculando o integral de  $-\infty$  a  $+\infty$  da densidade espectral de potência, ver expressão (B.6).

## Referências

[1] Max Fogiel, Handbook of mathematical scientific, and engineering formulas, tables, functions, graphs, transforms, Research and Education Association, Piscataway, EUA, 1994, pp. 314.

## Glossário de Acrónimos

<b>Acrónimo</b>	<b>Designação em português</b>	<b>Designação em inglês</b>
ASE	emissão espontânea amplificada	amplified spontaneous emission
ASK	modulação digital de amplitude	amplitude shift keying
ASR	regime do solitão médio	average soliton regime
BER	taxa de erro de bit	bit-error rate
CPM	modulação cruzada de fase	cross phase modulation
DCF	fibra para compensação da dispersão	dispersion compensation fibre
DST	transmissão suportada pela dispersão	dispersion supported transmission
EDFA	amplificador de fibra dopada com Érbio	Erbium doped fibre amplifier
FSK	modulação digital de frequência	frequency shift keying
FWM	mistura de quatro ondas	four wave mixing
GVD	dispersão da velocidade de grupo	group velocity dispersion
IM/DD	intensidade modulada com detecção directa	intensity modulation with direct detection
ISI	interferência entre símbolos	intersymbol interference
ISM	método da difusão inversa	inverse scattering method
NRZ	não retorno a zero	non return to zero
NSE	equação não linear de Schrödinger	non-linear Schrödinger equation
PIN	positivo intrínseco negativo	positive-intrinsic-negative
PMD	dispersão devida à polarização dos modos de propagação	polarisation mode dispersion
PSK	modulação digital de fase	phase shift keying
RZ	retorno a zero	return to zero
SBS	difusão estimulada de Brillouin	stimulated Brillouin scattering
SPM	auto modulação de fase	self phase modulation
SRS	difusão estimulada de Raman	stimulated Raman scattering
WDM	multiplexagem por divisão no comprimento de onda	wavelength division multiplexing



## Lista de Tabelas

Tabela 2.1 - Atenuação numa fibra normal.....	21
Tabela 2.2 - Valores típicos para uma fibra normal na janela dos 1550 nm [1, 17].....	57
Tabela 4.1 - Valores de $Y_0$ , $Z_0$ , $Y$ e $Z$ estimados e da potência óptica medida para várias correntes de polarização.....	104
Tabela 4.2 – Valores dos parâmetros das equações de taxas do laser. A corrente de limiar do laser assume o valor de 11.55 mA à temperatura a que foram efectuados os ensaios, 25 °C. A constante térmica $k_T$ , foi determinada com base no ajuste da resposta DC do laser ( ver secção 4.4.2.1). O factor de alargamento de risca $\alpha_{ch}$ , foi determinado com base na interferência entre três riscas espectrais após propagação em 70.740 km de fibra, conforme foi descrito na secção 2.3.2.1.....	105
Tabela 5.1 - Diversas combinações possíveis para os quatro impulsos vizinhos do solitão que estamos a considerar.....	148
Tabela 5.2 - Parâmetros de um sistema de transmissão ideal a 10 Gbit/s.....	150
Tabela 5.3 - Parâmetros de um sistema de transmissão a 20 Gbit/s.....	161
Tabela 5.4 - Parâmetros de dois sistemas de transmissão. Um a 10 Gbit/s (a) e outro a 40 Gbit/s (b).....	166



## Lista de Figuras

Figura 2.1 - Medição da dispersão.....	24
Figura 2.2 - Montagem experimental usada na medição da dispersão.....	30
Figura 2.3 - Modulo da resposta em frequência normalizada para o comprimento de onda central de 1550 nm. Os pontos correspondem a medições experimentais e a tracejado temos a resposta teórica, obtida com base na expressão (2.19) depois de determinados os parâmetros $\alpha_{ch}$ e $\beta_2$ .....	30
Figura 2.4 - Recta obtida com base na expressão (2.21). Calculando o declive da recta obtemos o valor da dispersão.....	31
Figura 2.5 - Dispersão em função do comprimento de onda.....	32
Figura 2.6 - a) Impulso da forma $\text{sech}^2(t)$ ; b) Variação de fase não linear; c) Variação da frequência instantânea, notemos que a frequência instantânea é dada pelo simétrico da derivada da fase em ordem ao tempo d) A variação da frequência instantânea é tal que faz com que na parte da frente do impulso o comprimento de onda aumente e na cauda diminua relativamente ao comprimento de onda central.....	43
Figura 2.7 - Difusão estimulada de Brillouin.....	49
Figura 2.8 – Montagem utilizada para a medição do limiar de Brillouin. O comprimento da fibra são 20 km.....	51
Figura 2.9 - A cheio apresentamos a curva para a largura espectral da fonte de 14.9 GHz e a tracejado o resultado obtido com a largura espectral de 10 MHz.....	52
Figura 2.10 - Montagem utilizada para a medição do desvio de frequência de Brillouin.....	52
Figura 2.11 – Desvio de frequência óptica do campo de Stokes, resultante da difusão estimulada de Brillouin.....	53
Figura 3.1 - Propagação de um solitão fundamental, $N = 1$ .....	66
Figura 3.2 - a) Solitão de segunda ordem, $N = 2$ . b) Solitão de terceira ordem, $N = 3$ .....	67
Figura 3.3 - a) Sistema com amplificação distribuída. b) Sistema com amplificação concentrada.....	73
Figura 3.4 - Variação da amplitude do solitão no regime ASR.....	77
Figura 4.1 - Configuração típica de um laser de fibra. Notemos que a cavidade ressonante é constituída por um percurso fechado de fibra, sendo o ganho dado por um amplificador óptico. É	

usado um acoplador óptico para retirar o sinal da cavidade e um modulador electro-óptico para pulsar o laser ao ritmo de transmissão pretendido.....	95
Figura 4.2 - Esquema de um laser semiconductor e modulador integrados na mesma base.....	96
Figura 4.3 - Esquema de um laser semiconductor com um modulador externo do tipo Mach-Zehnder.....	96
Figura 4.4 - Esquema de um laser semiconductor modulado directamente. O laser é seguido por um filtro óptico estreito, que vai melhorar as características espectrais dos impulsos.....	97
Figura 4.5 – Quociente das funções transferência, os pontos representam o quociente das medições laboratoriais e a cheio temos a expressão analítica obtida após o ajuste dos parâmetros $Y_0$ , $Z_0$ , $Y$ e $Z$ . A figura (a) corresponde a uma corrente de polarização de 25 mA e a figura (b) a uma corrente de 35 mA. A função transferência de referência, em ambos os casos, foi medida com uma corrente de polarização de 15 mA.....	103
Figura 4.6 – Resposta em frequência do laser medida directamente e obtida através da expressão (4.10). A figura (a), (b), (c), (d) e (e) correspondem respectivamente às correntes de polarização de 15 mA, 25 mA, 35 mA, 45 mA e 55 mA.....	108
Figura 4.7 – Resposta em frequência do laser considerando os efeitos parasitas resultantes da ligação exterior à junção semicondutora. A figura (a), (b), (c), (d) e (e) correspondem respectivamente às correntes de polarização de 15 mA, 25 mA, 35 mA, 45 mA e 55 mA. Os pontos correspondem aos valores medidos no laboratório, a traço apresentamos a resposta desprezando os efeitos parasitas, a tracejado temos a resposta incluindo os efeitos parasitas, considerando uma frequência de corte de 4.8 GHz.....	112
Figura 4.8 – Simulação numérica e resultados experimentais da resposta DC do laser. A cheio temos o resultado da simulação considerando $k_T$ igual a zero.....	113
Figura 4.9 – Simulação numérica e resultados experimentais da resposta AC do laser.....	114
Figura 4.10 – Simulação numérica e resultados experimentais da resposta AC do laser. Considerando na simulação numérica o ponto de funcionamento do laser dado por (4.13) e (4.14)	115
Figura 4.11 – Simulação numérica e resultados experimentais da medição do desvio instantâneo da frequência da portadora óptica.....	116
Figura 4.12 – Circuito usado para a medição do desvio instantâneo da frequência da portadora óptica.....	116
Figura 4.13 – Variação do número de portadores e fotões de um laser semiconductor quando a corrente de injeção é uma onda quadrada. Podemos observar o pico resultante da primeira oscilação de relaxação no número de fotões.....	118



Figura 4.14 – Variação do número de portadores e fótons de um laser semiconductor quando a corrente de injeção é tal que leva o laser a operar abaixo do limiar antes da segunda oscilação de relaxação.....	119
Figura 4.15 – Forma dos impulsos para diversos pontos de funcionamento do laser. Notemos que para valores do índice de modulação $m$ , inferiores a 1 o sinal óptico segue o sinal eléctrico, ou seja, o laser tem um comportamento predominantemente linear, quando aumentamos o índice de modulação podemos observar as oscilações de relaxação.....	122
Figura 4.16 – Largura espectral do impulso para $I_0 = 15.0$ mA.....	123
Figura 4.17 – Espectro dos impulsos depois da filtragem óptica.....	125
Figura 4.18 – Impulso óptico estreito no domínio do tempo, com filtragem óptica, experimental, e sem filtragem óptica, simulado.....	125
Figura 4.19 – Sequência de impulsos modulada.....	126
Figura 4.20 – Medição do <i>jitter</i> do sinal à saída do emissor.....	127
Figura 4.21 – Visualização do sinal eléctrico usado para pulsar o laser.....	128
Figura 4.22 – Medição do <i>jitter</i> do sinal de relógio.....	128
Figura 4.23 – Diagrama de olho à saída do emissor.....	131
Figura 5.1 - Separação normalizada entre dois solitões em função do comprimento de dispersão e para diferentes diferenças de fase inicial. A separação temporal normalizada inicial é de 3.5.....	143
Figura 5.2 - No caso de três solitões, em que as distâncias e diferenças de fase relativas entre os solitões externos e o solitão central são iguais, as forças de interacção sobre o solitão B compensam-se mutuamente.....	145
Figura 5.3 - Distância normalizada entre solitões. As curvas a cheio são os resultados analíticos, as curvas a tracejado são os resultados numéricos obtidos resolvendo a equação não linear de Schrödinger.....	146
Figura 5.4 - No caso de quatro solitões os solitões centrais (B e C) estão praticamente fixos, porque cada um deles está rodeado por impulsos que exercem forças de interacção opostas.....	147
Figura 5.5 - De modo a analisar o problema da interacção entre solitões, numa sequência longa, podemos dividir a sequência em pequenos troços de modo a que possam ser analisados com base nos casos anteriores.....	148
Figura 5.6 - Histograma das variações do tempo de chegada num sistema ideal a operar a 10 Gbit/s. As setas no interior das barras são as funções delta obtidas através da expressão (5.18), $t_2$ e $t_3$ foram obtidos com base nas expressões (5.19) e (5.20), respectivamente.....	151
Figura 5.7 - Função densidade de probabilidade do tempo de chegada para um sistema a 20 Gbit/s.	

A linha cheia é o resultado de Gordon-Haus e as estrelas são os resultados obtidos através da simulação numérica.....	162
Figura 5.8 - Função densidade de probabilidade de um sistema a 20 Gbit/s. A linha a cheio é o resultado de Gordon-Haus, as estrelas são o resultados da simulação e a linha tracejada é o novo modelo.....	165
Figura 5.9 - Função densidade de probabilidade para um sistema a 10 Gbit/s (a), e para outro a 40 Gbit/s (b). As linhas a cheio são o resultado de Gordon-Haus, as estrelas são o resultado da simulação numérica e a linha a tracejado é o novo modelo.....	167
Figura 6.1 - Receptor óptico pré-amplificado.....	173
Figura 6.2 - Resposta impulsional do receptor <i>integrate and dump</i> simples.....	183
Figura 6.3 - Funções densidade de probabilidade da corrente à entrada do circuito de decisão para cada um dos símbolos lógicos.....	186
Figura 6.4 - Nível de decisão em função da relação SNR.....	190
Figura 6.5 - Valor da densidade espectral de potência bilateral do ruído de emissão espontânea amplificado, em função do espaçamento entre amplificadores, e após o pré-amplificador óptico do receptor.....	195
Figura 6.6 - Desempenho do sistema em função da largura a meia altura dos impulsos em potência para dois valores da separação entre amplificadores ópticos.....	196
Figura 6.7 - Desempenho do sistema em função do comprimento total, para dois valores da separação entre amplificadores ópticos e para uma razão de 100 nm-km entre a largura a meia altura dos solitões em potência e a dispersão da fibra óptica.....	197
Figura 6.8 - Resposta impulsional do receptor <i>integrate and dump</i> com janela reduzida.....	198
Figura 6.9 - Potência média normalizada correspondente ao símbolo lógico "1" em função da largura normalizada da janela de integração.....	200
Figura 6.10 - Desempenho do sistema em função do comprimento total para vários valores da largura da janela de integração dados em percentagem do período do bit. Considerou-se uma largura do solitão de 80 ps e um período do bit de 400 ps. Para uma janela de integração igual ao período do bit temos $M = 8$ .....	201
Figura 6.11 - Parâmetro $k$ para diferentes larguras do solitão e em função da razão entre a largura da janela de integração e a largura do solitão.....	203
Figura 6.12 - Desempenho do sistema para dois filtros ópticos do receptor, um com largura de banda de 0.2 nm e outro com 0.16 nm.....	204

Figura 6.13 - Desempenho do sistema em função da relação SNRM.....	205
Figura 6.14 - Receptor de máxima verosimilhança.....	206
Figura 6.15 - Desempenho do sistema com o filtro <i>integrate and dump</i> comparativamente ao desempenho óptimo em função da relação SNR.....	212
Figura 6.16 - Desempenho do filtro <i>integrate and dump</i> e desempenho óptimo em função da largura a meia altura dos impulsos em potência, para dois valores da separação entre amplificadores ópticos.....	213
Figura 6.17 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro ideal para diversas larguras de banda do filtro.....	214
Figura 6.18 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro gaussiano para diversas larguras de banda do filtro.....	215
Fig. 6.19 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro RC para diversas larguras de banda do filtro.....	216
Figura 6.20 - Sinal eléctrico resultante da filtragem de um impulso, usando o filtro <i>integrate and dump</i> para diversas larguras de banda do filtro.....	217
Figura 6.21 - Desempenho do sistema, em função do produto da largura de banda do filtro do receptor pelo período do bit, para diversos filtros e para um espaçamento entre amplificadores de 30 km.....	219
Figura 6.22 - Efeito do ruído térmico no desempenho do sistema, para várias valores da razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência e o valor da dispersão da fibra óptica.....	224
Figura 6.23 - Desempenho do sistema considerando diferentes valores de energia dispersiva e diferentes valores para a razão entre a largura a meia altura dos impulsos em potência e a dispersão da fibra óptica.....	225
Figura 7.1 - Valor normalizado da janela do receptor em função do produto entre a largura de banda eléctrica e o período do bit .....	239
Figura 7.2 - Diferença entre o valor absoluto do atraso e avanço que o receptor tolera antes de efectuar uma decisão errada.....	239
Figura 7.3 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, a cheio apresentamos os resultados obtidos por J. P. Gordon e L. Mollenaeuer, expressão (7.14), a tracejado apresentamos os resultados obtidos com a nossa formulação, expressão (7.13).....	241
Figura 7.4 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando isoladamente o efeito do <i>jitter</i> e do ruído .....	243
Figura 7.5 - Aproximação da resposta normalizada do filtro <i>integrate and dump</i> , baseada na	

aproximação em série de McLaurin de 1ª e 2ª ordem.....	246
Figura 7.6 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, a tracejado apresentamos os resultados obtidos com a aproximação de 2ª ordem e a cheio a solução exacta, ou seja usando as expressões (7.13) e (7.14).....	247
Figura 7.7 - Aproximação da resposta normalizada do filtro equalizador por uma parábola invertida, fixando a janela do receptor.....	249
Figura 7.8 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando o efeito do <i>jitter</i> e do ruído.....	256
Figura 7.9 - Largura normalizada da janela do receptor e parâmetro $V$ em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit.....	264
Figura 7.10 - Factor $r$ em função do produto da largura de banda eléctrica pelo período do bit, num receptor do tipo <i>integrate and dump</i> .....	265
Figura 7.11 - Desempenho do sistema em função da largura do solitão, considerando o efeito do <i>jitter</i> , do ruído e da ISI.....	266
Figura A1 - Modulador interferométrico do tipo Mach-Zender .....	277
Figura A.2 - Potência óptica de saída normalizada, em função de metade da diferença entre os atrasos de fase induzidos em cada um dos braços do modulador .....	279